

全国普通高校自动化类专业规划教材



M ODERN CONTROL SYSTEM  
现代控制理论

胡皓 王春侠 任鸟飞 ◎编著  
Hu Hao Wang Chunxia Ren Niaofei



清华大学出版社

全国普通高校自动化类专业规划教材



0231-43  
49

M ODERN CONTROL SYSTEM  
**现代控制理论**

胡皓 王春侠 任鸟飞 ◎编著  
Hu Hao Wang Chunxia Ren Niaofei

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

“现代控制理论”是自动化及其相关专业本科生的一门重要的专业基础课程。本书适应工程与应用类院校自动化、电气工程及其自动化、测控技术与仪器及相近专业的需要,力图结合系统的物理概念,深入浅出地阐述现代控制理论的最基本内容,包括状态空间的基本概念和分析方法,系统的状态空间描述和各种标准型,系统的运动分析,能控性与能观测性,结构分解和实现问题,以及系统的稳定性分析、状态反馈和状态观测器等;最后通过工程应用实例,归纳和总结状态空间的分析方法和具体应用。

本书叙述深入浅出,理论联系实际,尽可能从实际背景的分析中提出要讨论的问题、概念和方法。在介绍系统分析和控制系统设计方法的同时,适当地给出了相应的 MATLAB 函数,便于读者利用 MATLAB 软件来有效求解控制系统的一些计算和仿真问题,以加深对概念和方法的理解。

本书既适用于电气信息类各专业及其他相关专业作为教材使用,也适用于在职人员和广大读者自学深造使用。另外,本书配有电子课件,欢迎选用本书作教材的老师索取。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

现代控制理论/胡皓,王春侠,任鸟飞编著. --北京: 清华大学出版社, 2014

全国普通高校自动化类专业规划教材

ISBN 978-7-302-37164-9

I. ①现… II. ①胡… ②王… ③任… III. ①现代控制理论—高等学校—教材  
IV. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 148313 号

责任编辑: 李 鹏

封面设计: 李召霞

责任校对: 焦丽丽

责任印制: 刘海龙

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课 件 下 载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 刷 者: 三河市君旺印务有限公司

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 175mm×245mm 印 张: 16.5 字 数: 352 千字

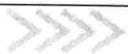
版 次: 2014 年 10 月第 1 版 印 次: 2014 年 10 月第 1 次印刷

印 数: 1~2500

定 价: 34.50 元

---

产品编号: 059660-01



现代科学技术的迅速发展,对自动控制的精度、速度、范围以及适应能力的要求越来越高,从而推动了自动控制理论和技术的迅速发展。从1932年奈奎斯特发表反馈放大器的稳定性论文以来,控制理论经过了80多年的发展历程。人们经常将前30年看成是经典控制理论的成熟和发展阶段,其后的30年看成是现代控制理论的形成和发展阶段,而将近20年看成是现代控制理论的完善以及多元化阶段,也有人称之为智能控制理论。

建立在状态空间法基础上的控制理论,是自动控制理论的一个主要组成部分。在现代控制理论中,对控制系统的分析和设计主要是通过对系统的状态变量的描述来进行的,基本的方法是时间域方法。现代控制理论比经典控制理论所能处理的控制问题要广泛得多,包括线性系统和非线性系统、定常系统和时变系统、单变量系统和多变量系统。它所采用的方法和算法也更适合于在计算机上进行。现代控制理论还为设计和构造具有指定的性能指标的最优控制系统提供了可能性。现代控制理论已在航空航天技术、军事技术、通信系统、生产过程等方面得到广泛的应用。现代控制理论的某些概念和方法,还被用于人口控制、交通管理、生态系统、经济系统等领域的研究中。

现代控制理论是在20世纪50年代中期迅速兴起的空间技术的推动下发展起来的。空间技术的发展迫切要求建立新的控制原理,以解决诸如把宇宙火箭和人造卫星用最少燃料或最短时间准确地发射到预定轨道一类的控制问题。这类控制问题十分复杂,采用经典控制理论难以解决。1958年,苏联科学家庞特里亚金提出了名为极大值原理的综合控制系统的 new 方法。在这之前,美国学者R.贝尔曼于1954年创立了动态规划,并在1956年应用于控制过程。他们的研究成果解决了空间技术中出现的复杂控制问题,并开拓了控制理论中最优控制理论这一新的领域。1960—1961年,美国学者R.E.卡尔曼和R.S.布什建立了卡尔曼-布什滤波理论,因而有可能有效地考虑控制问题中所存在的随机噪声的影响,把控制理论的研究范围扩大,拓展到更为复杂的控制问题。几乎在同一时期内,贝尔曼、卡尔曼等人把状态空间法系统地引入控制理论中,状态空间法对揭示和认识控制系统的许多重要特性具有关键的作用,其中能控性和能观测性尤为重要,已成为控制理论两个最基本的概念。到20世纪60年代初,一

一套以状态空间法、极大值原理、动态规划、卡尔曼-布什滤波为基础的分析和设计控制系统的新的原理和方法已经确立,这标志着现代控制理论的形成。现代控制理论从20世纪50年代末产生以来,至今已经历了半个多世纪,在此期间从理论到实践都得到了很大的发展,解决了宇宙航行、导弹制导等领域中的一些高精度控制问题,为人们提供了可以很好地研究动态系统并获得理想性能的方法。在计算机应用空前发展的今天,现代控制理论及其应用正越来越为人们所重视。

随着工业生产和科学技术的发展,现代控制理论已经广泛深入地应用于工农业生产、交通运输、国防现代化和航空航天等领域。特别是我国神舟系列载人航天飞船的研制成功,极大地鼓舞了国人,提升了我国在国际社会中的地位。“现代控制理论”作为工科院校自动化及其相关专业重要的技术基础课,不仅对工程技术有指导作用,而且对培养学生的辩证思维能力,建立理论联系实际的科学观点和提高综合分析问题的能力,都具有重要的作用。深入理解、掌握现代控制理论的概念、思想和方法,对于学生日后解决实际控制工程问题,掌握控制理论其他学科领域的知识,都是必备的基础。

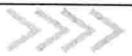
现代控制理论内容十分丰富,本教材旨在介绍现代控制理论的基础知识,且主要讨论线性定常系统。经过学习这些基础知识之后,读者可以进行更为深入的学习和研究。

本书由宝鸡文理学院胡皓担任主编,陕西理工学院王春侠、宝鸡文理学院任鸟飞任副主编。绪论、第1、3、7章由胡皓编写,第2、5章由王春侠编写,第4、6章由任鸟飞编写,在编写过程中,多位授课教师提出了许多宝贵的意见,在此表示感谢。本书在编写过程中学习和汲取了其他教材的部分内容,参考了许多院校老师们编写的教科书和习题集,在此谨向关心并为本书的出版付出辛勤劳动的所有同志表示深深的谢意!

由于编者水平有限,书中难免出现错误及不妥之处,恳请各位读者、同行批评指正。

编 者

2014年5月



|                                   |           |
|-----------------------------------|-----------|
| 绪论 .....                          | 1         |
| <b>第 1 章 线性控制系统的状态空间描述 .....</b>  | <b>6</b>  |
| 1.1 状态空间模型 .....                  | 6         |
| 1.1.1 引例 .....                    | 6         |
| 1.1.2 状态空间的基本概念 .....             | 9         |
| 1.1.3 系统的状态空间表达 .....             | 10        |
| 1.1.4 状态结构图 .....                 | 13        |
| 1.2 动态系统状态空间表达式的建立 .....          | 14        |
| 1.3 由系统微分方程求状态空间表达式 .....         | 20        |
| 1.3.1 系统输入量不含有导数项 .....           | 20        |
| 1.3.2 系统输入量含有导数项 .....            | 27        |
| 1.4 由状态空间表达式求传递函数 .....           | 33        |
| 1.4.1 单输入单输出系统的传递函数 .....         | 33        |
| 1.4.2 多输入多输出系统传递函数阵 .....         | 34        |
| 1.5 状态矢量的线性变换 .....               | 35        |
| 1.5.1 线性非奇异变换 .....               | 35        |
| 1.5.2 系统的特征根、特征向量与传递函数矩阵 .....    | 36        |
| 1.5.3 一般型转化为对角标准型 .....           | 39        |
| 1.6 离散系统的状态空间表示 .....             | 46        |
| 1.6.1 由差分方程或脉冲传递函数建立动态方程 .....    | 47        |
| 1.6.2 离散系统的传递函数阵 .....            | 48        |
| 1.7 利用 MATLAB 进行系统模型之间的相互转换 ..... | 49        |
| 本章小结 .....                        | 52        |
| 习题 .....                          | 52        |
| <b>第 2 章 线性控制系统的运动分析 .....</b>    | <b>55</b> |
| 2.1 线性定常系统状态方程的解 .....            | 55        |
| 2.1.1 齐次状态方程的求解 .....             | 56        |
| 2.1.2 状态转移矩阵 .....                | 58        |
| 2.1.3 非齐次状态方程的求解 .....            | 66        |

|                               |           |
|-------------------------------|-----------|
| 2.2 特定输入下的状态响应                | 67        |
| 2.3 凯莱-哈密尔顿(Caley-Hamilton)定理 | 68        |
| 2.4 连续系统的时间离散化                | 70        |
| 2.4.1 连续时间线性系统的离散化模型          | 71        |
| 2.4.2 连续时间线性系统近似离散化模型         | 71        |
| 2.5 线性离散系统的运动分析               | 73        |
| 2.5.1 迭代法                     | 73        |
| 2.5.2 $z$ 变换法求解               | 74        |
| 2.6 利用 MATLAB 计算矩阵指数          | 75        |
| 2.6.1 利用 MATLAB 符号工具箱计算矩阵指数   | 76        |
| 2.6.2 求线性系统的状态响应              | 76        |
| 本章小结                          | 78        |
| 习题                            | 78        |
| <b>第3章 线性系统的能控性与能观测性</b>      | <b>81</b> |
| 3.1 线性定常连续系统的能控性              | 81        |
| 3.1.1 能控性定义                   | 81        |
| 3.1.2 判别系统能控性的方法              | 83        |
| 3.1.3 输出能控性                   | 88        |
| 3.2 线性连续系统的能观测性               | 90        |
| 3.2.1 能观测性定义                  | 90        |
| 3.2.2 判别系统能观测性的方法             | 91        |
| 3.3 能控性和能观测性与传递函数零极点的关系       | 97        |
| 3.4 对偶原理                      | 98        |
| 3.4.1 线性系统的对偶关系               | 98        |
| 3.4.2 对偶系统的性质                 | 99        |
| 3.4.3 对偶原理                    | 99        |
| 3.5 能控标准型和能观测标准型              | 100       |
| 3.5.1 单输入系统的能控标准型             | 100       |
| 3.5.2 单输出系统的能观测标准型            | 105       |
| 3.6 系统的结构分解                   | 109       |
| 3.6.1 按能控性分解                  | 110       |
| 3.6.2 按能观测性分解                 | 114       |
| 3.6.3 按能控和能观测性分解              | 116       |
| 3.7 传递函数阵的实现问题                | 121       |
| 3.7.1 定义和基本特性                 | 121       |
| 3.7.2 能控标准型实现和能观测标准型实现        | 121       |

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 3.7.3 最小实现 .....                  | 125 |
| 3.8 离散系统的能控性与能观测性 .....           | 127 |
| 3.8.1 离散系统的能控性 .....              | 127 |
| 3.8.2 离散系统的能观测性 .....             | 128 |
| 3.8.3 连续系统离散化后的能控性与能观测性 .....     | 131 |
| 3.9 利用 MATLAB 分析系统的能控性和能观测性 ..... | 132 |
| 本章小结 .....                        | 134 |
| 习题 .....                          | 134 |
| <br>第 4 章 线性定常系统的综合 .....         | 137 |
| 4.1 状态反馈控制系统的基本结构及其特点 .....       | 137 |
| 4.1.1 状态反馈的基本结构 .....             | 137 |
| 4.1.2 状态反馈的特点 .....               | 138 |
| 4.1.3 状态反馈极点配置 .....              | 139 |
| 4.2 输出反馈的极点配置 .....               | 145 |
| 4.2.1 输出反馈 .....                  | 145 |
| 4.2.2 输出反馈的特点 .....               | 147 |
| 4.2.3 输出反馈极点配置 .....              | 147 |
| 4.3 状态观测器 .....                   | 148 |
| 4.3.1 观测器的模型 .....                | 149 |
| 4.3.2 观测器的设计方法 .....              | 150 |
| 4.3.3 降维观测器 .....                 | 152 |
| 4.4 带有状态观测器的状态反馈 .....            | 157 |
| 4.4.1 系统的结构与数学模型 .....            | 157 |
| 4.4.2 系统的基本特性 .....               | 158 |
| 4.5 解耦控制 .....                    | 160 |
| 4.5.1 多变量系统的耦合关系 .....            | 160 |
| 4.5.2 串联补偿器解耦 .....               | 161 |
| 4.6 MATLAB 在系统综合上的应用 .....        | 163 |
| 4.6.1 采用 MATLAB 实现极点配置 .....      | 163 |
| 4.6.2 状态观测器设计 .....               | 164 |
| 4.6.3 带有状态观测器的闭环状态反馈系统 .....      | 165 |
| 本章小结 .....                        | 167 |
| 习题 .....                          | 167 |
| <br>第 5 章 控制系统的稳定性分析 .....        | 169 |
| 5.1 动态系统的外部稳定性 .....              | 169 |

|                                       |            |
|---------------------------------------|------------|
| 5.2 动态系统的内部稳定性 .....                  | 170        |
| 5.2.1 平衡状态 .....                      | 171        |
| 5.2.2 状态矢量的范数 .....                   | 171        |
| 5.2.3 Lyapunov 意义下的稳定性 .....          | 172        |
| 5.3 Lyapunov 稳定性理论 .....              | 175        |
| 5.3.1 预备知识 .....                      | 176        |
| 5.3.2 Lyapunov 第一法 .....              | 177        |
| 5.3.3 Lyapunov 第二法 .....              | 180        |
| 5.3.4 克拉索夫斯基方法 .....                  | 183        |
| 5.4 线性系统的 Lyapunov 稳定性分析 .....        | 185        |
| 5.4.1 连续系统的 Lyapunov 稳定性分析 .....      | 185        |
| 5.4.2 离散系统的 Lyapunov 稳定性分析 .....      | 189        |
| 5.5 MATLAB 在线性系统稳定性分析中的应用 .....       | 190        |
| 5.5.1 Lyapunov 第一法 .....              | 190        |
| 5.5.2 Lyapunov 第二法 .....              | 190        |
| 5.5.3 MATLAB 在线性定常离散系统稳定性分析中的应用 ..... | 192        |
| 本章小结 .....                            | 194        |
| 习题 .....                              | 195        |
| <b>第 6 章 其他控制方法 .....</b>             | <b>197</b> |
| 6.1 模型参考控制系统分析 .....                  | 197        |
| 6.2 最优控制 .....                        | 199        |
| 6.2.1 最优控制的性能指标 .....                 | 200        |
| 6.2.2 二次型性能指标的最优控制 .....              | 202        |
| 6.2.3 参数最佳问题的 Lyapunov 第二法的解法 .....   | 203        |
| 6.2.4 二次型最佳控制问题 .....                 | 206        |
| 6.3 用 MATLAB 解二次型最优控制问题 .....         | 209        |
| 本章小结 .....                            | 215        |
| 习题 .....                              | 216        |
| <b>第 7 章 工程应用实例 .....</b>             | <b>217</b> |
| 7.1 倒立摆系统的控制 .....                    | 217        |
| 7.1.1 倒立摆系统简介 .....                   | 217        |
| 7.1.2 数学模型 .....                      | 218        |
| 7.1.3 系统的可控性分析 .....                  | 223        |
| 7.1.4 系统阶跃响应分析 .....                  | 223        |
| 7.1.5 极点配置 .....                      | 224        |

|                                 |     |
|---------------------------------|-----|
| 7.1.6 线性二次最优控制 .....            | 228 |
| 7.2 汽车悬架系统控制 .....              | 230 |
| 7.2.1 汽车悬架系统的简化模型 .....         | 231 |
| 7.2.2 汽车悬架的开环控制 .....           | 231 |
| 7.2.3 汽车悬架的状态反馈控制 .....         | 233 |
| 7.3 磁盘驱动器读写磁头的定位控制 .....        | 234 |
| 7.3.1 磁盘存储器的工作原理 .....          | 234 |
| 7.3.2 磁盘驱动器的动态特性分析 .....        | 235 |
| 7.3.3 磁盘驱动器的状态空间分析 .....        | 237 |
| 7.3.4 参数变化及扰动作用时磁盘驱动器的分析 .....  | 240 |
| 7.3.5 要求具体指标时磁盘驱动器的分析 .....     | 241 |
| 7.3.6 带有速度反馈的磁盘驱动器磁头系统分析 .....  | 243 |
| 7.3.7 PID 控制的磁盘驱动器磁头系统的分析 ..... | 244 |
| 7.3.8 磁盘驱动器磁头系统的频率法分析 .....     | 246 |
| 7.3.9 磁盘驱动器磁头系统的状态空间分析 .....    | 248 |
| 7.4 电动机车驱动控制 .....              | 249 |
| 本章小结 .....                      | 252 |
| 参考文献 .....                      | 253 |

# 绪论



随着生产规模的扩大以及空间技术的发展,经典控制理论日益暴露出它的局限性,无法适应宇航、经济、生物等各个领域的发展需要。现代科学技术的迅速发展对自动控制的程度、精度、速度、范围及其适应能力的要求越来越高,以状态空间概念为基础的现代控制理论在 20 世纪 50 年代末开始形成,60 年代数字计算机的出现又为现代控制理论的发展奠定了物质基础。目前现代控制理论已形成多个分支,渗透到各个科技领域。

## 1. 控制理论的历史沿革

自动控制理论是关于自动控制系统及其分析与设计的理论,其任务是研究自动控制系统中变量的运动规律和改变这种运动规律的可能性和途径,为建立高性能的自动控制系统提供必要的理论依据。

自动控制的某些思想可以追溯到久远的古代,古代罗马人的具有反馈原理的简单水位控制装置,我国和希腊古代的具有反馈原理控制水流速度的“铜壶滴漏”钟,两千年前我们祖先发明的指南车,公元 1086—1089 年我国的苏颂和韩公廉发明的水运仪象台,约 1620 年德雷贝尔(Derbbel)设计的鸡蛋孵化器等,都是典型的例子。但是直到 1787 年詹姆斯·瓦特(James Watt)设计的离心式调速器在蒸汽机速度控制上得到普遍应用,人们才开始研究控制理论。

1868 年,英国物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell)在论文“论调节器”中首先解释了瓦特速度控制系统中出现的不稳定问题,通过线性常微分方程的建立和分析,指出了振荡现象的出现与从系统导出的代数方程根的分布关系,开辟了用数学方法研究控制系统运动特性的途径。此后,英国数学家劳斯(E. J. Routh)和德国数学家赫尔维茨(A. Hurwitz)分别在 1877 年和 1895 年独立地建立了直接根据代数方程的系数判别系统稳定性的准则。1892 年俄国数学家李雅普诺夫(A. M. Lyapunov)用严格的数学分析方法全面地论述了稳定性问题,李雅普诺夫稳定性理论至今仍然是分析系统稳定性的重要方法。

1927 年美国贝尔实验室的电气工程师哈罗德·布朗克(H. S. Blank)在解决电子管放大器失真问题时首先引入了反馈的概念。1925 年英国电气工程师奥利夫·亥维赛(O. Heaviside)把拉普拉斯变换应用到求解电路

网络的问题上,创立了运算微积分,随后被用于分析自动控制系统,并取得了显著的成就。传递函数是在拉普拉斯变换的基础上引入的描述线性定常系统或线性元件的输入输出关系的方法,成为分析自动控制系统的重要工具。

1932年,美国物理学家奈奎斯特(H. Nyquist)运用复变函数理论的方法建立了以频率特性为基础的稳定性判据,这种方法比当时流行的基于微分方程的分析方法有更大的实用性,也更便于设计反馈控制系统。奈奎斯特的工作奠定了频率响应法的基础。随后,伯德(H. W. Bode)和尼克尔斯(N. B. Nichols)等在20世纪30年代末和40年代初进一步发展了频率响应法。

在研究反馈放大器的同时,反馈控制在工业过程中也得到普遍应用。在这个领域中,受控过程的特性相当复杂,常常是非线性的,而且在执行器和传感器之间的信号传递有很大的时间滞后。由此在实践中提出了比例-积分-微分控制,即所谓的PID控制器,这种根据大量的实际经验和对系统动态的线性近似提出的方法,经过调试可获得满意的控制效果。在同一时期,随着测量飞机高度和速度的传感器的研制成功,飞机的导航和控制装置也有了很大发展。第二次世界大战期间,由于军事科学的需要,如飞机驾驶、火炮控制、雷达天线控制等都大大促进了反馈控制理论的发展。美国麻省理工学院雷达实验室的工程师和数学家把反馈放大器理论、PID控制以及维纳(N. Wiener)的随机过程理论等结合在一起,形成了一整套称为随动系统的设计方法。

1948年,美国科学家伊文思(W. R. Evans)提出了有名的根轨迹分析方法,并于1950年进一步应用于反馈控制系统的设计,形成了与频率响应方法相对应的另一核心方法——根轨迹法。20世纪40年代末和50年代初,频率响应法和根轨迹法被推广应用于研究采样控制系统和简单的非线性控制系统。在这一时期,理论上和应用上所获得的成就,促使人们试图把这些原理推广到像生物控制机理、神经系统、经济及社会过程等非常复杂的系统,其中美国数学家维纳在1948年出版的《控制论》具有重要的影响。

20世纪50年代中期,空间技术的发展迫切要求建立新的控制理论以解决一类更复杂的控制问题。1956年,前苏联科学家庞特里亚金(L. S. Pontryagin)提出极大值原理。同年美国数学家贝尔曼(R. Bellman)创立动态规划。极大值原理和动态规划为最优控制提供了理论工具。1959年匈牙利裔美国数学家卡尔曼提出了著名的卡尔曼滤波器,1960年又提出能控性和能观测性的概念。到20世纪60年代初,一套以状态空间法、极大值原理、动态规划、卡尔曼滤波为基础的分析和设计控制系统的理论和方法已经基本形成。

“经典控制理论”和“现代控制理论”这两个名词是1960年在第一届全美联合自动控制会议上提出的。在这次会议上把系统和控制领域中研究单变量控制问题的理论称为经典控制理论,研究多变量控制问题的理论称为现代控制理论。现在,一些学者对“经典”和“现代”的提法是否恰当也提出了不同的观点。

按经典控制理论和现代控制理论的提法,经典控制理论是自动控制理论中建立

在频率响应法和根轨迹法基础上的一个分支。它的研究对象是单输入、单输出的自动控制系统(单变量控制系统),特别是线性非时变系统。经典控制理论是以输入输出特性(主要是传递函数)为系统的数学模型,采用频率响应法和根轨迹法这些图解的方法来分析系统的性能和设计控制装置。现代控制理论则是建立在状态空间法基础上的一种研究多变量控制系统的控制理论,对控制系统的分析和设计主要是通过对系统的状态变量描述进行的,基本方法是时域方法,是自动控制理论的一个主要组成部分。

20世纪60年代,时域法在空间技术上的应用获得了很好的效果,但是在工业控制系统中的应用却遇到一些困难,其主要原因是难以得到控制对象的精确数学模型,性能指标不能以确切的形式表达出来,而直接采用最优控制和最优滤波的综合方法所得到的控制器往往结构过于复杂,甚至无法实现,于是不少学者恢复了对频域法的兴趣。1969年英国的罗森布洛克(H. H. Rosenbrock)发表著名论文“用逆奈奎斯特阵列法设计多变量控制系统”。随后,不少学者也取得了许多成果。多变量频域法的共同特性是,把一个多变量系统的问题转化为一组单变量系统的设计问题。现代频域法已成功地应用于石油、化工、造纸、原子反应堆、飞机发动机和自动驾驶设备中等多变量系统的分析和设计上,取得了满意的成果。在控制系统计算机辅助设计中,现代频域法也占有重要地位。

20世纪70年代中期以来,自动控制理论不仅用于解决工程技术领域的各种控制问题,其概念和方法已应用于交通管理、生态控制、经济科学、社会系统等领域。自动控制理论的建立和发展,不仅推动了自动控制技术的发展,也推动了其他领域的学科和技术的发展。自动控制理论不仅是20世纪在科学上所取得的重大成就之一,而且在现在和未来,自动控制理论及其应用还将十分活跃,它的影响将扩大到人类活动的各个领域。

## 2. 现代控制理论与经典控制理论的比较

经典控制理论最初称为自动调节原理,适用于较简单系统特定变量的调节。对于早期的控制系统,控制的目的多用于恒值控制,主要设计原则是静态准确度和防止不稳定,而瞬态响应的平滑性及快慢是次要的。所以由劳斯和赫尔维茨提出的代数稳定判据,在相当一个历史时期基本满足了控制工程师的需要。直至第二次世界大战期间,这种情况才发生了改变。随着武器的改进,军舰上的大炮和高射炮组,其伺服机构迫切需要自动控制系统的全程控制。对于迅速变化的信号,控制系统的准确跟踪及补偿能力尤为重要,因此促进了经典控制理论的巨大发展。先后出现了奈奎斯特(Nyquist)、伯德(Bode)的频率法和伊文思的根轨迹法,这两种方法不用求解微分方程,就能分析高阶系统的稳定性、动态质量和稳态性能,为分析和设计系统提供了实用且有力的工具,使系统分析由初期的时域转到了频域。由于这些工作,控制工程发展的第一个阶段基本完成。建立在奈奎斯特判据及伊文思根轨迹法基础上的理论,通称为经典控制理论。经典控制理论主要是解决单输入单输出的问题,

重点探讨的是系统的静态准确度和防止不稳定。

现代控制理论与经典控制理论相比,首先其适应对象不同。一般来说,经典控制理论只是对单输入单输出定常系统的分析与综合有效,而现代控制理论则适用于线性和非线性、定常和时变、单变量和多变量以及连续和离散系统。现代控制理论使用领域的扩大,使它成为更普遍性的理论。

现代控制理论与经典控制理论采用的数学工具不同。由于经典控制理论主要限于处理单变量的线性定常问题,反映到数学上就是单变量的常微分方程问题,因此拉普拉斯变换(简称拉氏变换)就成了它的主要数学工具,数学模型是传递函数。现代控制理论要处理多变量问题,矩阵和向量空间理论是它的主要数学基础。

现代控制理论与经典控制理论的研究方法不同。经典控制理论是一种频域方法,它以系统的输入输出的特性作为研究依据,而现代控制理论的本质是一种时域方法,以状态变量描述方法作为研究依据。因此,经典控制理论着眼于系统的输出,而现代控制理论则着眼于系统的状态,它能更完全地描述系统的动力学性质。

现代控制理论与经典控制理论的分析和综合也有一定差别。经典控制理论是在给定一类特定的输入情况下,分析输出的响应。在综合问题上,是根据给定的某种指标来设计系统的校正网络。经典控制理论着眼于系统外部联系,而现代控制理论则主要揭示系统对控制和初始状态的依赖关系,指出其可能影响的性质和程度,揭示系统在一定的指标提法和其他限制条件下可能达到的最佳状态,即最优控制。

现代控制理论与经典控制理论的在控制器的实现上亦不同。经典控制理论的控制器即校正装置,是由能实现典型控制规律的调节器构成的,简单的就是阻容(RC)无源网络,而现代控制理论的控制器是能实现任意控制规律的数字计算机。

经典控制理论的基本内容有时域法、频率法、根轨迹法、描述函数法、相平面法、代数和几何稳定判据、校正网络设计等,研究的主要问题是稳定性问题。现代控制理论的基本内容有系统辨识、最优控制问题、最佳滤波问题,研究的主要问题是优化问题。

### 3. 现代控制理论与经典控制理论的关系

现代控制理论是在经典控制理论的基础上发展起来的,虽然二者在数学工具、理论基础和研究方法上有着本质的区别,但对动态系统进行分析研究时,两种理论可以互相补充、相辅相成,而不是相互排斥。特别是对于线性系统的研究,越来越多的经典理论中行之有效的方法已渗透到现代控制理论内部,如零极点配置和频域方法,大大丰富了现代控制理论的研究内容。

现代控制理论本质上是时域法,是建立在状态空间基础上的,它不用传递函数,而是用状态矢量方程作为基本工具,从而大大简化了数学表达公式,原则上可以分析多输入多输出、非线性及时变系统。应用状态空间法对系统进行分析,主要借助于计算机求解状态方程,根据状态解就可以对系统做出评估。由于不需经过任何变换,在时域中直接求解分析,性能指标是非常直观的。另外,在系统的设计方法上,

可以在严密的理论基础上,推导出满足一定性能指标的最优控制系统。在经典理论应用上存在的局限和困难之处,在现代控制理论中也能迎刃而解。

对初学者来说,应该采取现代控制理论与经典控制理论联系对比的方式进行学习和应用,这样就会在二者之间架起一座“桥梁”,进一步推进实践和理论的发展。例如,经典控制理论中的相平面和相变量,可以看作是状态空间和状态变量的雏形。拉氏变换法求解微分方程、结构图和信号流图表示变量之间的关系,都可以用于现代控制理论的研究。因此,在学习中强调现代控制理论与经典控制理论的密切关系是很有必要的。

现代控制理论的出现,是人类探索空间的客观需要。随着社会的发展与科学技术的进步,控制理论将不断完善。具体来说,状态与状态空间概念和方法的引入,在现代控制理论中起了很重要的作用。如果说经典控制理论是研究控制系统输出的分析与综合的理论,那么可以说,现代控制理论是研究控制系统状态的分析与综合的理论。

# 第1章 线性控制系统的状态 空间描述

控制系统的数学模型,是用于描述系统动态行为的数学表达式。经典控制理论中采用拉氏变换法在复频域内描述系统,得到联系输入-输出关系的传递函数。基于传递函数的单输入单输出(Single Input Single Output,SISO)系统的设计方法,从传递函数的零点、极点分布得出系统的定性特性,并已建立起了一整套图解分析设计法,至今仍得到广泛成功的应用。经典控制理论主要是建立在系统的单输入单输出关系或传递函数的基础之上的,对控制系统仅仅是外部描述,且忽略了初始条件,实际上系统还包含了其他若干相互独立的变量,因此传递函数不能包含系统的所有信息。经典控制理论中,对复杂系统有时要求解高阶微分方程,这是相当困难的。

由于实际问题的复杂性,控制工程向复杂化、高性能方向发展,所需利用的信息不局限于输入量、输出量及误差等,还需要考虑系统内部的状态变化规律,加之利用数字计算机技术进行分析设计及实时控制,因而可能涉及处理复杂的时变、非线性、多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output,MIMO)系统的问题,但传递函数法在这些领域的应用受到限制,于是需要采用对系统内部进行描述的方法。

## 1.1 状态空间模型

状态空间模型建立在状态、状态变量、状态空间及状态方程等基本概念之上,首先需要掌握和理解这些基本概念的含义。

### 1.1.1 引例

首先来看看熟悉的如图 1-1 所示的质量-阻尼-弹簧系统,其中物体的质量为  $M$ ,弹簧的弹性系数为  $k$ ,粘性摩擦系数为  $b$ 。当外力  $u(t)$  作用于系统时,系统将产生运动。

根据牛顿第二定律,有

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky(t) = u(t)$$

令  $x_1(t) = y(t)$ ,  $x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt}$ , 则有

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{b}{M}x_2 - \frac{k}{M}x_1 + \frac{1}{M}u$$

或者说,该系统可以表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{M} & -\frac{b}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

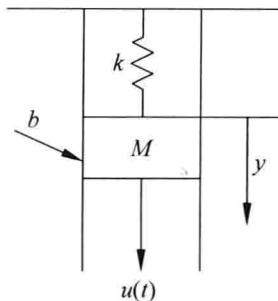


图 1-1 质量-阻尼-弹簧系统

图 1-2 为直流他励电动机示意图。其中  $R_a$ 、 $L_a$  分别为电枢回路的电阻和电感,  $i_f$  为励磁电流,  $J$ 、 $f$  分别为电动机轴上的转动惯量和粘性摩擦常数,  $C_m$  为电磁转矩常数,  $C_e$  为电势常数,  $u$  为输入电压,  $i_a$  为电枢电流,  $\theta$  为转轴角位移。

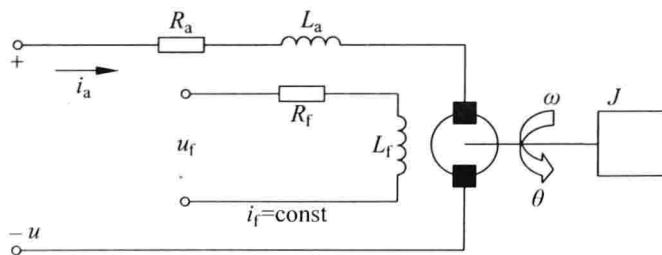


图 1-2 直流他励电动机

由回路电压定理,有

$$u = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + C_e \frac{d\theta}{dt}$$

由转矩平衡定律,有

$$C_m i_a = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt}$$

令  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = i_a$ , 则