

高等学校电子信息类专业
“十二五”规划教材

ELECTRONIC
INFORMATION SPECIALTY

信号与系统(精编版)

张永瑞 编著



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>



高等学校电子信息类专业“十二五”规划教材

信号与系统

(精编版)

张永瑞 编著

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书根据教育部电子信息类专业指导委员会修订的“信号与系统”课程基本要求,并充分考虑各院校新一轮修订专业教学计划中该课程的学时数及现代电子科技发展新趋势、新潮流编写而成。本书共分8章,主要内容包括信号与系统的基本概念、连续时间信号与系统的时域分析、连续信号与系统的实频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的时域分析、离散信号与系统的实频域分析、离散信号与系统的复频域分析、系统的状态变量分析。

本书的特点是:基本概念讲述透彻,常用的基本分析方法步骤明确,举例类型多,结合工程实际,便于读者仿效演练;各种变换的性质、定理阐述简练,应用范围、条件明确,使用中应注意的问题归纳详尽;经典内容取舍合理,新思想、新理论、新方法介绍适度;每节后配有辅助概念理解、引申问题的思考题,每章后配有深浅度适中、题型搭配合理的习题,书末附有9个附录表以及索引和部分习题的参考答案,这些配置对教师施教、学生自学都是非常有益的。

本书可作为普通高等教育通信工程、电子信息工程、自动化、电子信息科学与技术、测控技术与仪器、计算机科学与技术等专业的本科生教材,也可作为从事电子类工作的工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统:精编版/张永瑞编著. —西安:西安电子科技大学出版社,2014.6

高等学校电子信息类专业“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3362 - 6

I. ①信… II. ①张 III. ①信号系统—高等学校—教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 108659 号

策 划 云立实

责任编辑 阎 彬 云立实

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印 刷 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2014年7月第1版 2014年7月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 23.5

字 数 557千字

印 数 1~3000册

定 价 39.00元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3362 - 6/TN

XDUP 3654001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

进入 21 世纪以来,随着新理论、新材料、新工艺、新技术的涌现,计算机科学与技术得到了飞速的发展,使得信息的传输与处理高速实时化、数字化、智能化成为可能,特别是网络技术、多媒体技术、嵌入式系统、人机交互、信息安全等这些新技术的出现与应用,使得现代的信息化社会更加光彩夺目。

考虑电子信息技术日新月异发展的新趋势以及电子类专业新教学计划的修订情况,遵循教育部课程指导委员会修订的“信号与系统”课程基本要求,结合国家电工电子基地建设中“信号与系统”课程改革试点所取得的经验与教训,参考国内外同类教材中好的编写理念,编著者形成如下的编写思路:

(1) 考虑到我国近年来高等教育发展迅猛、招生毛入学率急剧增加这种新形势下的学生基础情况,并注意到各普通高等院校电子类新教学计划修订中对“信号与系统”课程的学时数限制(约 60~70 学时),还顾及到高等院校的类别、本科生的层次,本书在内容选材上不追求知识体系的完整性,不追求数学上的更高严密性,而以工程上“够用、实用”为度。比如,讲授冲激函数定义时,只给出工程实用的狄拉克定义,而不讲述数学上更为严谨的分配函数定义。对于已成熟的经典理论、方法,先人已给我们后人留下丰富的“知识遗产”,我们只需很好地继承并应用这些成果即可,而不必什么都要刨根问底、追根溯源,去费时费力地重复先人复杂的演算、推证。例如,讲授傅里叶级数时,本书未从信号的正交分解讲起,而是明确什么样的周期信号能够展开为傅里叶级数(狄氏条件),给出级数展开形式、展开系数公式以及如何将工程中实用的周期信号展开为傅里叶级数形式,结合工程实际,对展开式赋予合理的物理意义。

(2) 信号与系统是密不可分的,组织教材内容时将它们一并考虑,使之有机地融合在一起,以易于教学。

(3) 本书的编写理念是:遵循先易后难、循序渐近、突出重点、削枝强干思想;强调基本概念、基本分析法、基本技能的训练,不追求太多的技巧性;将核心知识点讲深讲透,注重物理概念的定性解释,对必要的数学定量推导,交待清楚思路,推导过程简明扼要,结论醒目,便于读者掌握使用。

(4) 内容讲解的出发点是:讲解基本概念准确,文字表述通俗易懂,讲授基本分析法步骤明确,举例联系工程实际,便于读者仿效演练;对重要的定理阐述简练,应用范围、条件明确,结合编著者几十年的教学体会,将使用中应注意的问题归纳详尽;对经典内容取舍合理,新的思想、理论、方法介绍适度。

(5) 教辅材料的安排是:每节后配有辅助概念理解、引申问题的思考题。正文的讲解不可能面面俱到,但一个问题的深入理解,可以多角度地观察,可以逆向思维,可以联想,也可以“突发奇想”,提出这样那样的问题,供读者思考,这很有必要;每章后配有深浅度

适中、题型搭配合理的习题；书末附有9个附录表以及索引和部分习题的参考答案。这些配置对教师施教、学生自学都是非常有帮助的。

参加本书编写的还有：陈瑞、杨乐、施永、俞志群、孙永红等。

全书共分8章，主要内容包括信号与系统的基本概念、连续时间信号与系统的时域分析、连续信号与系统的实频域分析、连续信号与系统的复频域分析、离散信号与系统的时域分析、离散信号与系统的实频域分析、离散信号与系统的复频域分析、系统的状态变量分析。使用本教材的参考学时数约为64学时。建议以下表实施教学计划：

章序	讲授学时数	备 注
1	6	
2	6	建议第1、2章合上习题讨论课，2学时
3	12	
4	10	建议第3、4章合上习题讨论课，2学时
5	6	
6	10	
7	8	建议第5、6、7章合上习题讨论课，2学时
8	6	

在本书的编辑和出版过程中，得到了西安电子科技大学出版社云立实副编审、责任编辑阎彬的帮助与支持，在此表示诚挚的感谢；还要感谢本书参考文献中的诸位作者，他们的编写理念与思想，对本书的编著者很有启发。

由于编者学识水平有限，书中难免存在不足之处，敬请读者批评指正。

编著者 张永瑞

2014年2月

于西安电子科技大学

目 录

第 1 章 信号与系统的基本概念	1
1.1 信号	1
1.1.1 信号与信息	1
1.1.2 信号分类	2
1.1.3 信号的基本运算(加、减、乘运算)	8
1.1.4 信号的时域变换	10
思考题	14
1.2 系统	14
1.2.1 系统的定义	14
1.2.2 系统的分类	14
1.2.3 系统的描述	22
思考题	26
1.3 信号与系统分析概述	26
1.3.1 分析与综合	26
1.3.2 信号与系统的时域分析	27
1.3.3 信号与系统的变换域分析	27
思考题	28
习题 1	28
第 2 章 连续时间信号与系统的时域分析	32
2.1 单位阶跃信号与单位冲激信号	32
2.1.1 单位阶跃函数与单位冲激函数	32
2.1.2 单位冲激函数的性质	38
思考题	42
2.2 LTI 连续系统的时域分析	42
2.2.1 微分方程经典解与自由响应、强迫响应	43
2.2.2 零输入响应、零状态响应分别求法	45
思考题	50
2.3 冲激响应与阶跃响应	50
2.3.1 冲激响应	50
2.3.2 阶跃响应	52
思考题	56
2.4 卷积积分及其应用	56
2.4.1 卷积积分的基本运算过程	56
2.4.2 卷积积分的运算规则	59
2.4.3 卷积积分应用于 LTI 连续系统分析	62

思考题	66
习题 2	66
第 3 章 连续信号与系统的实频域分析	70
3.1 连续周期信号的傅里叶级数与频谱	70
3.1.1 傅里叶级数	70
3.1.2 周期信号的频谱	72
3.1.3 周期信号的功率、有效值和信号带宽	76
思考题	78
3.2 连续非周期信号的傅里叶变换与频谱	78
3.2.1 从傅里叶级数到傅里叶变换	78
3.2.2 常用非周期信号的傅里叶变换	79
思考题	84
3.3 傅里叶变换的性质	84
3.3.1 线性性质	84
3.3.2 时移性质	85
3.3.3 频移性质	86
3.3.4 尺度变换性质	88
3.3.5 对称性质	90
3.3.6 卷积定理	91
3.3.7 时域微分性质	92
3.3.8 时域积分性质	93
3.3.9 频域微分性质	95
3.3.10 频域积分性质	95
3.3.11 帕塞瓦尔定理	95
思考题	96
3.4 LTI 连续系统的实频域分析	97
3.4.1 周期信号激励下系统的响应	97
3.4.2 非周期信号激励下系统的响应	100
思考题	105
3.5 滤波器	105
3.5.1 无失真传输系统	106
3.5.2 信号通过理想低通滤波器的响应	107
思考题	108
3.6 取样器	108
3.6.1 理想取样	109
3.6.2 实际取样	110
3.6.3 时域取样定理	112
3.6.4 从已取样信号 $f_s(t)$ 中恢复原信号 $f(t)$	112
3.6.5 频域取样定理	115
思考题	116
3.7 调制器与解调器	116
3.7.1 调制器	116
3.7.2 解调器	118

思考题	119
习题 3	120
第 4 章 连续信号与系统的复频域分析	125
4.1 拉普拉斯变换	125
4.1.1 从傅里叶变换到双边拉普拉斯变换	125
4.1.2 单边拉普拉斯变换	126
4.1.3 常用函数的拉氏变换对	128
思考题	129
4.2 单边拉普拉斯变换的重要性质	130
4.2.1 线性性质	130
4.2.2 延时性质	130
4.2.3 复频移性质	132
4.2.4 尺度变换性质	132
4.2.5 卷积定理	132
4.2.6 时域微分性质	134
4.2.7 时域积分性质	136
4.2.8 复频域微分性质	138
4.2.9 复频域积分性质	139
4.2.10 初值和终值定理	139
思考题	140
4.3 拉普拉斯逆变换	140
4.3.1 查表法	141
4.3.2 部分分式展开法	141
思考题	147
4.4 应用拉普拉斯变换分析电路与系统	148
4.4.1 应用拉氏变换求解微分方程	148
4.4.2 应用拉氏变换法分析电路	151
思考题	156
4.5 系统函数分析	156
4.5.1 系统函数 $H(s)$ 的零、极点	157
4.5.2 零、极点分布与时域响应	158
4.5.3 系统的稳定性与罗斯-霍尔维兹(R-H)准则	159
4.5.4 $H(s)$ 与 $H(j\omega)$ 的关系	162
思考题	163
4.6 信号流图、梅森公式与系统模拟	163
4.6.1 信号流图	163
4.6.2 梅森公式(Mason's Rule)	164
4.6.3 系统模拟	166
思考题	171
习题 4	171
第 5 章 离散信号与系统的时域分析	175
5.1 单位阶跃序列与单位脉冲序列	175
5.1.1 单位阶跃序列	175

5.1.2 单位脉冲序列	176
思考题	179
5.2 LTI 离散系统的自由响应、强迫响应与零输入响应、零状态响应	179
5.2.1 离散信号的差分运算与累和运算	179
5.2.2 LTI 离散系统的差分方程	181
5.2.3 差分方程的迭代解法	183
5.2.4 差分方程的经典解与自由响应、强迫响应	184
5.2.5 零输入响应与零状态响应分别求法	188
思考题	192
5.3 单位序列响应与单位阶跃响应	192
5.3.1 单位序列响应	192
5.3.2 单位阶跃响应	195
思考题	197
5.4 卷积和及其应用	197
5.4.1 卷积和定义及运算过程	197
5.4.2 卷积和的运算规则	200
5.4.3 卷积和应用于 LTI 离散系统分析	204
思考题	207
习题 5	207
第 6 章 离散信号与系统的实频域分析	211
6.1 周期离散时间信号的傅里叶级数及频谱	211
6.1.1 周期离散时间序列的傅里叶级数	211
6.1.2 周期离散时间序列的频谱	213
思考题	215
6.2 非周期离散时间信号的傅里叶变换与频谱	215
6.2.1 非周期离散时间信号的傅里叶变换对	215
6.2.2 常用离散时间信号的傅里叶变换	216
思考题	221
6.3 DTFT 的重要性质	221
6.3.1 线性性质	221
6.3.2 时移性质	222
6.3.3 频移性质	223
6.3.4 序列的线性加权性质	224
6.3.5 时域卷积和性质	225
6.3.6 时域差分性质	226
6.3.7 时域累和性质	226
6.3.8 奇偶虚实性质	227
6.3.9 反折性质	228
6.3.10 帕赛瓦尔定理	228
思考题	229
6.4 LTI 离散系统的频域分析	229
6.4.1 基本序列信号 $e^{j\omega k}$ 作用于 LTI 离散系统	229
6.4.2 正弦序列信号作用于 LTI 离散系统	230

6.4.3 任意序列信号 $f(k)$ 作用于 LTI 离散系统	231
思考题	233
习题 6	233
第 7 章 离散信号与系统的复频域分析	238
7.1 Z 变换	238
7.1.1 从拉普拉斯变换到 Z 变换	238
7.1.2 Z 变换定义	239
7.1.3 收敛域	239
7.1.4 常用函数的 Z 变换对	242
7.1.5 逆 Z 变换公式	245
思考题	246
7.2 Z 变换的性质	246
7.2.1 线性性质	247
7.2.2 移位(序)性质	248
7.2.3 z 域尺度变换性质(序列乘 a^k)	251
7.2.4 时域卷积定理	252
7.2.5 z 域微分性质	252
7.2.6 z 域积分性质	253
7.2.7 时域反折(转)性质	254
7.2.8 累和性质(部分和性质)	255
7.2.9 初值定理	256
7.2.10 终值定理	256
思考题	258
7.3 逆 Z 变换	258
7.3.1 查表法	258
7.3.2 幂级数展开法	259
7.3.3 部分分式展开法	260
* 7.3.4 留数法	267
思考题	269
7.4 应用 Z 变换分析 LTI 离散系统	269
7.4.1 应用 Z 变换解差分方程	269
7.4.2 系统函数	273
7.4.3 应用 Z 变换分析框图描述的 LTI 离散系统	275
7.4.4 s 域与 z 域的关系	278
思考题	279
7.5 应用系统函数 $H(z)$ 分析 LTI 离散系统特性	279
7.5.1 由 $H(z)$ 的零极点看系统的时域特性	280
7.5.2 因果离散系统的稳定性与朱里准则	282
7.5.3 由 $H(z)$ 看系统的频率特性	287
思考题	292
习题 7	292
第 8 章 系统的状态变量分析	297
8.1 系统的状态、状态变量与状态方程	298

8.1.1 系统的状态、状态变量概念	298
8.1.2 由电路引出系统的状态方程与输出方程	299
8.1.3 动态方程的一般形式	300
8.1.4 关于状态变量分析中几点应明确的概念	302
思考题	303
8.2 动态方程的建立	303
8.2.1 连续系统动态方程的建立	304
8.2.2 离散系统动态方程的建立	312
思考题	318
8.3 连续系统动态方程的求解	318
8.3.1 时域解法	319
8.3.2 状态方程的变换域解	320
8.3.3 求状态转移矩阵 $\varphi(t)$ 即 e^{At}	321
思考题	324
8.4 离散系统动态方程的求解	324
8.4.1 时域解法	325
8.4.2 状态方程的变换域解	327
8.4.3 $\varphi(k) = A^k$ 的求法	327
思考题	332
习题 8	332
附录	336
附录 1 常用函数傅里叶变换对表	336
附录 2 傅里叶变换的重要性质表	337
附录 3 常用函数拉氏变换对表	338
附录 4 单边拉氏变换主要性质表	338
附录 5 常用离散时间信号傅里叶变换对表	339
附录 6 离散时间傅里叶变换的主要性质表	340
附录 7 常用函数 Z 变换对表	341
附录 8 单、双边 Z 变换的主要性质表	342
附录 9 系统函数基本概念及其求法表	343
部分习题参考答案	345
索引	359
参考文献	366

第1章 信号与系统的基本概念

本章首先讲述信号的定义、分类，重点讨论信号的基本运算、时域变换；接着讲述系统的定义、分类，重点研究了线性时不变系统的特性及其系统类型判断；最后对分析与综合、信号与系统时域分析、频域分析的概貌作了介绍。

1.1 信号

1.1.1 信号与信息

当今是信息时代，不分男女，不分职业，人们天天都在使用信号传递着各种各样的信息。那么，什么是信号？什么是信息？二者又有何区别与联系？

广义地说：任何变化的事物(物理量)都可视为一种信号。如，变化的电压或电流称作电信号。变化的其他物理量都可以通过传感器变换为电信号。如，电冰箱的温度控制：温度传感器将冰箱内温度的变化转变为电信号，去控制压缩机运行工作或断开不工作；再如，测量物体的重量：压力传感器将物体的重量(压力)转换为电信号，在电子秤显示屏上显示。本书只讨论电信号。

信息是人们针对某种信号形式所赋予它的内涵，有人们的主观约定(规定、协议等)的成分在里边。如，大家熟悉的交通管制的红灯、绿灯信号。人们约定：红灯信号表示禁止通行的信息，绿灯信号表示可以通行的信息。若最初人们将红灯、绿灯信号表达的信息作相反的规定亦是可以的。再如，“密电码”是发信者与收信者对电码这种信号形式所表达的信息事先作了特殊的约定，第三者即便收到了这组电码的信号，也不知它所表达的信息，这就起到了保密的作用。

信号与信息的关系，概括起来可这样描述：信号是信息的表现形式，信息是信号表述的具体内容。实际中的信号与信息是密不可分的，不代表某种信息的信号是无用的，信息不借助于信号形式也无法传递与交流。

描述信号的方法有书写为数学函数表达式的解析法及画出函数图形(即波形)的图形法。为了讨论问题方便，本书中将“信号”、“函数”两名词通用。

信号、信息在人们生产、生活中的应用源远流长。自古代的烽火传送警报、击鼓鸣金，到19世纪莫尔斯(F. B. Morse)发明电报、贝尔(A. G. Bell)发明有线电话、波波夫

(A. C. ЛОЛЮБ)和马可尼(G. Marconi)发明无线电,使得信息的传递更快、更远,由此亦可看出“通信”在人类生产、生活发展史中所起的重要作用。

审视今日,展望未来,信号与信息对社会发展、人类文明建设愈加不可或缺。每早听新闻、每晚看电视、打电话、上网浏览,这几乎是人们天天重复的活动,说人们每天都受益于信号并不言过其实。现已出现的“全球定位系统”(Global Positioning System, GPS)可以测定地球表面周围空间任意目标位置;正在迅速发展的“综合业务数字网”(Integrated Services Digital Network, ISDN)以及国际互联网(Internet, 因特网)可以实现“全球通信”,即在地球上任意位置可以通过 ISDN 网与地球上另一任意位置的对方实施通信,甚至可以实现超越地球的宇宙通信——航天员刘洋在天宫一号打太极拳的一招一式,她骑脚踏车锻炼的英姿,我们都在电视上看得清清楚楚。当然,本书不研究 GPS、ISDN 技术问题,这里只是给读者阐明一点,在这些高科技的通信、控制技术领域无一不用到信号、信息的概念。

1.1.2 信号分类

信号有各种各样的形式,又各自有其自身的特征。根据信号的某些共性特征(如连续、离散,周期、非周期等),从不同的角度观察,可以对信号进行多种分类。下面分别介绍几种常用的对信号进行分类的方法。

1. 连续时间信号与离散时间信号

在连续时间域里有定义的信号称为连续时间信号,简称为连续信号。这里“连续”是指函数(信号)的定义域——时间 t (或其他量,如坐标位置距离 x 等)是连续的,而函数的值域可以是连续的,亦可以是离散的。如信号

$$f_1(t) = 5 \cos \pi t, \quad t \in (-\infty, \infty)$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 和值域 $[-5, 5]$ 均是连续的。再如信号

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ 2, & -1 < t < 1 \\ 4, & 1 < t < 2 \\ 6, & t > 2 \end{cases} \quad (1.1-1)$$

其定义域 $(-\infty, \infty)$ 是连续的,而其函数值只取 0、2、4、6 四个离散的数值,不是连续的。

信号 $f_2(t)$ 在 $t=-1, t=1, t=2$ 三处有第一类间断点,一般可不定义间断点处的函数值,如式(1.1-1)所标示的区间那样。为了使函数定义更严密,这里应明确,若函数 $f(t)$ 在 $t=t_0$ 处有第一类间断点,则函数在该点的函数值定义为其左极限与右极限和的一半。这与数学中表示第一类间断点处的函数值方法是完全一致的。按照如上严密的定义,信号 $f_2(t)$ 应书写为

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < -1 \\ 1, & t = -1 \\ 2, & -1 < t < 1 \\ 3, & t = 1 \\ 4, & 1 < t < 2 \\ 5, & t = 2 \\ 6, & t > 2 \end{cases} \quad (1.1-2)$$

$f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 之图形(波形)分别如图 1.1-1(a)、(b)所示。 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ 均是连续时间 t 域里有定义的函数，它们都称为连续信号。

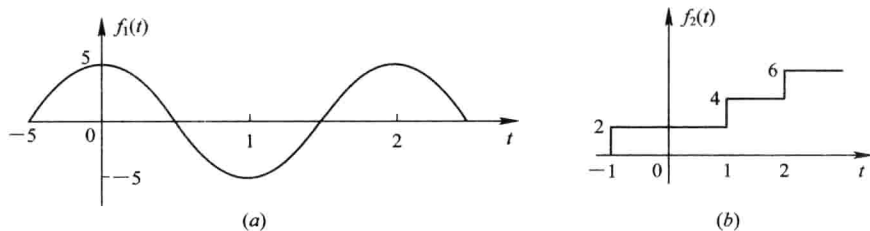


图 1.1-1 两种连续信号的波形

顺便说及，将时间连续、函数值亦连续的连续时间信号又称为模拟信号。即是说，图 1.1-1(a)所示的 $f(t)$ 属于模拟信号，而图 1.1-1(b)所示的 $f(t)$ 就不属于模拟信号。本书将连续信号、模拟信号混用。

只在一些离散时间点上有定义的信号，称为离散时间信号，简称为离散信号。这里“离散”是指信号的定义域——时间 t (或其他量)是离散的，它只取某些规定的离散值。如果信号的自变量是时间 t ，那么离散信号是定义在一些离散时刻 t_k ($k \in \mathbf{Z}$, $\mathbf{Z}$ 为整数集，即 $\mathbf{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$) 的信号，在其余时间，不予定义。这里须指出，有些初学者误认为没有定义的时刻信号值为零，这是错误的。时刻 t_k 与 t_{k+1} 之间的间隔 $T_k = t_{k+1} - t_k$ 可以是常数，也可以随 k 而变化。本书只讨论 $T_k = T$ 即常数的情况。设离散信号只在均匀离散时刻 $t = kT$ ($k \in \mathbf{Z}$) 时有定义，它可表示为 $f(kT)$ 。为了简便，常作归一化处理，即令常数 $T=1$ ，这样 $f(kT)|_{T=1} = f(k)$ ，称这种情况的离散信号为序列。

根据不同序列信号的特点，有的可以写成闭合函数形式，有的可逐个列出序列的值。如序列

$$f_1(k) = \begin{cases} 0, & k < 0 \\ e^{-\alpha k}, & k \geq 0 \end{cases} \quad (1.1-3)$$

又如序列

$$f_2(k) = \begin{cases} 1, & k = -2 \\ 0, & k = -1 \\ 1, & k = 0 \\ 1, & k = 1 \\ 0, & k = 2 \\ 1, & k = 3 \end{cases} \quad (1.1-4)$$

对于不同的 α 值， $f_1(k)$ 的值域 $[0, 1]$ 是连续的，它的定义域为 $k \in [-\infty, \infty]$ 。式(1.1-3)是 $f_1(k)$ 的闭合函数式。 $f_2(k)$ 就是逐个列出序列值的序列，其值域只取 0、1 两个数，显然是离散的，它的定义域为 $k \in [-2, 3]$ 。为简化表示，常将 $f_2(k)$ 书写为

$$f_2(k) = \{ \underset{\substack{\uparrow \\ k=0}}{1} \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \} \quad (1.1-5)$$

数字 1 下面的箭头表示该值与 $k=0$ 相对应，左右两边依次给出 k 取负整数和正整数时相应的 $f_2(k)$ 值。式(1.1-5)中的“ $k=0$ ”也可略写。其他书中也有用下划线代替箭头线

的, 如 $f_2(k) = \{1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1\}$ 。 $f_1(k)$ 、 $f_2(k)$ 的图形分别如图 1.1-2(a)、(b) 所示。

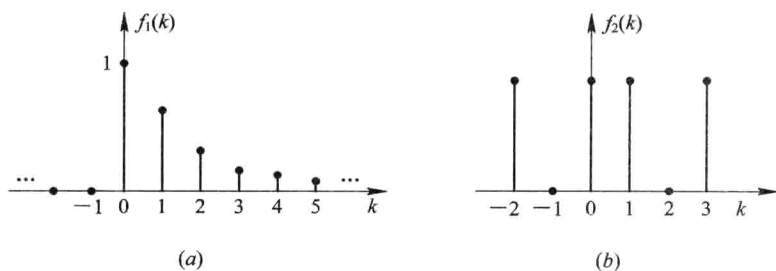


图 1.1-2 两种离散序列的图形

也顺便说及, 将时间离散、函数值亦离散的离散时间信号又称为数字信号。即是说, 图 1.1-2(b) 所示的 $f_2(k)$ 属于数字信号, 而图 1.1-2(a) 所示的 $f_1(k)$ 就不属于数字信号。本书将离散信号、数字信号二者通用。

2. 确定性信号与随机信号

能以确定的时间函数表示的信号, 称为确定性信号, 又称为确知信号。对于任意指定的时刻, 确定性信号均有确定的信号值与之对应, 亦可画出与之对应的确定的函数图形(波形)。如信号 $f_1(t) = 10 \cos \pi t$, $f_2(t) = e^{-t}$ 等都属于确定性信号。它们的图形分别如图 1.1-3(a)、(b) 所示。

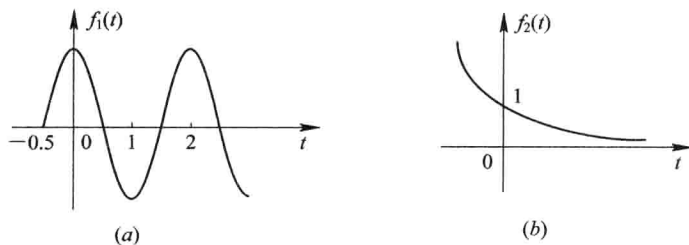


图 1.1-3 两种确定性信号波形

不能用确定的函数表示的信号, 称为随机信号。对于任意确定的时刻, 随机信号的信号值是不确定的。如, 电阻的热噪声信号、自然界中的雷电噪声信号等都属于随机信号。随机信号虽不能用确定的函数式表达, 但有时可以观察到某时刻的某种形式的波形。这里应明确: 同一个随机信号, 在不同时刻观察的波形是不同的; 即便在同一时刻甲、乙两人观察同一个随机信号的波形, 也会不相同。浅显地说, 这就是随机信号的不确定性特征。图 1.1-4(a)、(b) 分别为甲、乙两人对同一随机信号所观察到的两种波形图。

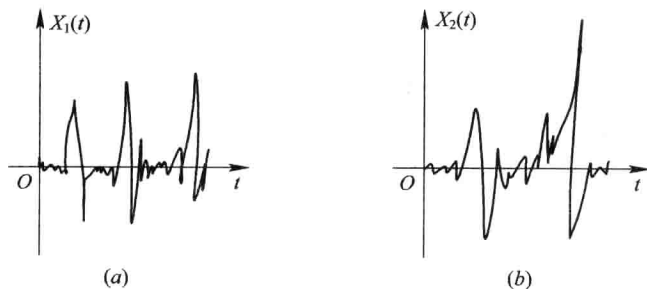


图 1.1-4 对于某随机信号, 不同观察者得到的两种波形

这里也应指出：对于离散信号同样有确定性信号与随机信号之分，此处不再赘述。

研究随机信号要用到概率密度分布、方差、均值这样一些随机信号的统计特性。本书只讨论确定性信号。

3. 周期信号与非周期信号

确定性信号又可分为周期信号与非周期信号。周期信号是定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间，每隔一定时间 T (或整数 N)周而复始重复变化的信号，如图1.1-5所示。

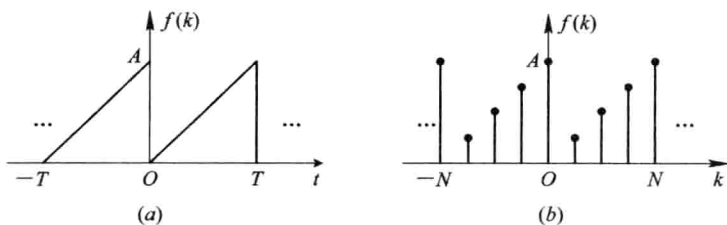


图 1.1-5 周期信号波形

连续周期信号可表示为

$$f(t) = f(t + mT), \quad m \in \mathbf{Z} \quad (1.1-6)$$

离散周期信号可表示为

$$f(k) = f(k + mN), \quad m \in \mathbf{Z} \quad (1.1-7)$$

满足式(1.1-6)、式(1.1-7)关系式中的最小 T (或 N)值称为信号的周期。只要给出周期信号在一个周期内的函数式或波形图，便可确定它在任意时刻的值，这是任何周期信号都具有的共同特点。还应说明的是，对于连续正弦周期信号，有

$$\begin{aligned} f(t) &= A \cos \Omega t = A \cos(\Omega t + 2m\pi) \\ &= A \cos \left[\Omega \left(t + m \frac{2\pi}{\Omega} \right) \right] \\ &= A \cos[\Omega(t + mT)], \quad m \in \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (1.1-8)$$

式中， $T=2\pi/\Omega$ 为信号的周期，对于任意角频率 Ω ，它都是 t 域里的周期函数。而对于离散正弦序列信号，有

$$\begin{aligned} f(k) &= A \cos(\beta k) = A \cos(\beta k + 2m\pi) \\ &= A \cos \left[\beta \left(k + m \frac{2\pi}{\beta} \right) \right] \\ &= A \cos[\beta(k + mN)], \quad m \in \mathbf{Z} \end{aligned} \quad (1.1-9)$$

式中， β 为数字角频率，单位为弧度或度；

$$N = \frac{2\pi}{\beta} \quad (1.1-10)$$

因离散信号只在 k 等于整数时才有定义，所以当 N 为整数($\beta=2\pi/N$)时，式(1.1-9)所表述的序列才是周期序列。其实，当 $2\pi/\beta=N'/M$ (N' 、 M 为无公因子的整数)为有理数时，正弦序列亦为周期序列，这时的周期

$$N' = \frac{2\pi M}{\beta} \quad (1.1-11)$$

令式(1.1-11)中的 $M=1$ ， N' 就等于式(1.1-10)中的 N 。如 $\beta=\pi/6$ ，代入式(1.1-10)，得正弦序列的周期

$$N = \frac{2\pi}{\beta} = 12$$

再如, $\beta = 5\pi/6$, 代入式(1.1-11), 有

$$\frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{5\pi/6} = \frac{12}{5} = \frac{N'}{M}$$

取 $M=5$, 则得正弦序列的周期

$$N' = 12$$

由上所述, 对于离散正弦序列, 当且仅当数字角频率 β 满足 $2\pi/\beta$ 等于整数或有理数时, 才是周期序列。若 $2\pi/\beta$ 为无理数, 则正弦序列不是周期序列, 这是离散正弦序列信号与连续正弦信号之间的不同之处。虚指数连续信号 $e^{j\Omega t}$ 与虚指数离散序列 $e^{j\beta k}$ 之间也有类似的情况, 由欧拉公式再联系以上的讨论很容易理解这点。

不满足式(1.1-6)和式(1.1-7)关系的信号, 称为非周期信号。非周期信号在时间上不具有周而复始重复的特性。若令周期 T 或 N 趋于无穷大, 则周期信号就极限演变为非周期信号。图 1.1-6 给出了几种连续非周期信号和离散非周期信号的波形。

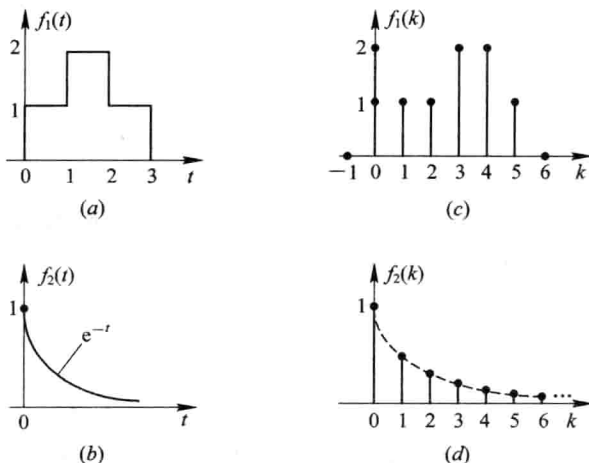


图 1.1-6 几种非周期信号的波形

4. 能量信号与功率信号

对于我们所研究的电信号 $f(t)$, 不管它是电流信号还是电压信号, 将 $f(t)$ 施加于 $1\ \Omega$ 电阻上, 其上所消耗的功率定义为信号 $f(t)$ 的功率, 其上所消耗的能量定义为信号 $f(t)$ 的能量。信号 $f(t)$ 的瞬时功率为

$$p(t) = |f(t)|^2 \quad (1.1-12)$$

式中对 $f(t)$ 取模主要考虑 $f(t)$ 有可能是复信号的情况。信号 $f(t)$ 在区间 $-a < t < a$ 的能量为

$$\int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$$

在该区间的平均功率为

$$\frac{1}{2a} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt$$

信号能量 E 定义在 $(-\infty, \infty)$ 区间, 即

$$E = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a |f(t)|^2 dt \quad (1.1-13)$$