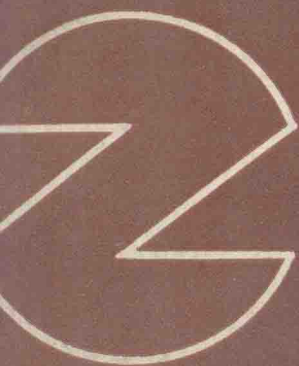


中学数学教学指导之一



hongxue
shuxuede
jiaoxue
yishu

中学

数学的教学艺术

金昭范 编著

河南教育出版社

中学数学教学指导之三

中学数学的教学艺术

金昭范 编著

中学数学教学指导之三
中学数学的教学艺术

金昭范 编著

责任编辑 温光

河南教育出版社出版

河南第二新华印刷厂印刷(联)

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 10.25印张 217千字

1987年8月第1版 1987年8月第1次印刷

印数 1—3,540册

统一书号 7356·285 定价1.50元

出版说明

为了帮助广大中学数学教师提高教学质量,根据现行数学教材和教学大纲的内容与精神,我们编辑出版了这一套《中学数学教学指导》丛书。这套书将分三册陆续出版,书目如下:

1. 传统教材重点和难点的教学;
2. 高等数学基础知识教学;
3. 中学数学的教学艺术。

本书的作者金昭范同志,是从事中学数学教学四十余年的一级数学教师。这套丛书紧密联系中学数学教学的实际,有理论、有实践,内容丰富,是作者多年宝贵教学经验的结晶。我们真诚希望这一套丛书的出版,将会对广大中学数学教师的教学工作有所帮助。

前 言

我从事数学教学四十多年，晚年不幸跌伤致残。在帮助中学生复习数学时，我将自己多年的教学实践和体会加以回顾整理，遂编写成《中学数学复习》（已由河南人民出版社出版）和《中学数学教学指导》（将分三册由河南人民出版社陆续出版），愿为祖国四化作绵薄贡献。

《中学数学教学指导》丛书是根据中学通用教材和教学大纲的精神和内容，将其中的重点和难点问题，结合个人的体会，提出教法和应注意的事项，供中学数学教师教学时参考。

这套丛书包括三部分内容：

1. 重点和难点教学。这部分以精简的传统中学数学教材内容为主，选例说明，力求加强数学各科知识间的联系，并在此基础上，对现行教材内容作适当地拓宽、加深和提高。

2. 中学教材中新增加的与高等数学有关的基础知识的教学。这部分编选了丰富的资料，供教学中参考使用。

3. 教学经验和体会。这部分除对一般的教法加以探讨外，由于几何是训练学生逻辑思维和空间想象能力的重要一环，故特作专章论述。

以上三部分均配有足够分量的精选例题和习题（附提示或答案），可供教师教学时作补充举例或布置作业时选用。

考虑到读者阅读时的方便，我们将以上三部分内容分三册分别出版。本书是其中的第三册，它着重总结了本人四十

年的教学实践，除对中学数学教学的一般过程和方法加以系统阐述外，更以几何教学为例，深入剖析、探讨，为广大中学数学教师掌握教学规律、方法和技巧提供参考。

因限于个人水平，书中对教法的建议和对知识的理解难免有错漏之处，望读者酌情取舍并批评指正。

编 者

1985年7月

目 录

第一章 教学准备	(1)
一、教师如何搞好在职业务进修	(1)
二、教学计划的制订	(5)
三、怎样批改作业	(15)
四、课外辅导及其他	(19)
附录 授课备用习题精选	(23)
第二章 课堂教学	(42)
一、关于课堂板书	(42)
二、课堂教学	(46)
三、把计算能力的培养贯彻在教学中	(57)
四、通过解答应用题总结解题规律	(63)
五、要注重一题多解的教学	(72)
六、要重视综合性题目的教学	(84)
七、谈谈数学复习课教学	(91)
附录一 简单介绍几个数字计算法则	(95)
附录二 复习课综合题精选	(103)
第三章 谈谈几何教学	(111)
一、引言	(111)
二、加强几何学的实践和直观教学	(114)
三、几何命题的构成和相互关系	(116)
四、几何问题的分类和证法	(123)
五、培养谨严态度训练技能技巧	(137)
六、发展对比教学法	(155)

七、立体几何中的几个重要问题.....	(169)
附录 几何教学习题精选.....	(186)
授课备用习题精选解答.....	(190)
复习课综合题精选解答.....	(266)
几何教学习题精选解答.....	(297)

第一章 教学准备

一、教师如何搞好在职业务进修

提到教师业务进修的目的和要求，大家都知道是为了提高业务能力，服务于教学。可是做起来往往偏重于个人学识的提高，忽略了与教学具体任务的相互结合。我在原开封女高担任数学教研组组长时，曾贯彻学校计划，要求拟定个人进修安排：什么几年读完大学或专科数学课程，等等。当时由于教师的学历、经历差异较大，各搞一套。结果是脱离实际工作需要，纸上谈兵，瞎吹一气，半途而废。所以，对进修的目的要求和具体内容必须讨论明确，认识一致，采取措施，方能见效。

对此我认为：

(1) 必须了解教学各科间的联系，为达到都能担任全部数学教学任务为目的。

(2) 为提高教学效果，改进教法，非贯彻分析、对比、启发、诱导、深入浅出的教学方法不可。这就需要进修与中学教材最有关联的较深知识，防止教学上照本宣科，局限于教材的死板内容。

(3) 切忌好高骛远，将中学生难以接受的知识硬塞给学生。这就需要互教互学，对共同选定的进修书籍共同探讨，联系中学教材实际，统一要求。

为什么提出这些问题呢？可从教学实际现象作说明：教

师如果只能单教一门,教平面几何的教师在讲无理数的几何作图,只强调用尺规将 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ …等数作出,不联系数轴说明有理数的稠密性和封闭性,不明确二者的区别,讲到三角形角的内外平分线分对边成比例线段定理时,不介绍用正弦定理也能证明。教三角的导出解斜三角形的方法,不从代数方程组的概念,阐明判断问题的可解条件。教代数的专讲理论方法,不联系他科的应用问题。讲数学归纳法不与几何学中证题方法作对比,等等情况,不一而足。至于数学课怎样联系化学和物理,更是力所不及。

数学教师分科教学,减轻备课负担,各有所侧重,这是完全必要的;但决不意味着互不侵犯,削弱联系。当学生问几何问题,代数教师不能作答,反过来也是如此。学生升级,教师得更换,不了解学生情况,需重新摸底,变成各守自己的“教学岗位”,形成了“等级制度”。这怎能达到数学教学大纲要求精神:“教给基本知识和计算技能技巧、培养逻辑思维能力;注意各科知识间的互相联系和它们的综合运用”呢!

目前中学教学内容,初、高中代数、几何、三角各科虽然各有特点,自成系统,要皆为达到上述目的。平面几何侧重于培养学生逻辑思维能力,学会形式逻辑的论证方法。从推证平面图形的几何性质,导出有关的计算公式;附以尺规为工具进行作图,研究轨迹问题。在此基础上学习立体几何,使学生树立空间概念,提高想象力。推证有关柱、锥、台的线段、面积和体积的计算公式,以解决生活实践中的具体问题,但是要顺利地解决问题,离不开代数知识作工具。例如进行简便运算,正确处理测算的近似数据,都属代数课的内容。至于解析几何,是通过各种坐标系,研究几何图形,为学习高等数学架

桥，与代数的联系更为密切。三角学的主要内容有二：一是从定义三角函数，扩张角的概念，把几何与代数结合起来，推导出一系列三角函数公式。二是解三角形，从特殊的直角三角形到一般斜三角形。此外三角恒等式的证明及三角方程解法，非以代数有关概念作基础不可。所以数学科是紧密联系，而以代数为核心，它是打开学习数学大门的钥匙，从初一直学到高三毕业。

代数的主要内容怎样呢？概括起来，它包含四大方面：(1) 函数概念；(2) 数的发展；(3) 方程；(4) 恒等变换。它们又是相互联系、配合和印证，不可分割。举一简单的例子说：如解二元方程组问题，单就其中每个方程来说，可从变量、对应观点看，视为隐函数或一元显函数；在解方程过程中，又需考虑是否等价变换问题；方程中又有整式、分式、无理、对数、指数、三角方程之分，它是随着数的发展逐步学习的。所求解答是否合题，必须根据问题要求，研究数的性质，决定是否验算和取舍。另外，这四大方面，统以坐标形式，加强形数结合，深入理解。如数轴上的点表实数，复数平面上的点表复数，直角坐标系或极坐标系作函数图象，方程图解法直观说明解的有无或不定；等等。其他如数列、极限、绝对值、不等式、排列组合和二项式定理，都是以代数基本知识，扩大学习面，并为学习高等数学打基础。因之，代数中是以函数和方程为最主要的课题；将数的发展、代数式的恒等变换，穿插其中，进行讲授。这是个人对目前中学数学教材的整体理解。

进修书籍的选择和进修方法问题，在目的要求认识一致的情况下，是容易解决的。教师间的学历经历虽各不相同，也宜选定共同进修书籍，步调一致，互教互学，联系教学，总结经

验,取长补短,彼此促进,才能真正从进修中尝到“甜头”,提高教育质量。仅就个人体会谈几点意见:

1. 进修书有主有从,有精读书与参考书之分。精读书与中学教材联系较为密切,不应过多过深。我曾选《代数与初等函数》作为精读书,另选《高等数学》、《解析几何学》(大学教材)作为主要参考书。对精读书不仅要系统全面阅读,还要反复钻研,联系中学教材作摘录,并适量作习题。同类题可先选作一部分,一次全部作势不可能。反复读,陆续作,坚持下去,确有帮助。习而不作,几无效果。对参考书可结合所教学科,分段钻研,以提高业务水平;虽求学时代已经学习过,深入是很不够的。尤其是从事教学实践,深感俗话所说的:“读一遍不如作一遍,作一遍不如教一遍”是极正确的。边教边学与以往初学大不相同,体会较深。

2. 除精读书与主要参考书外,结合教材进度,阅读一些专题小册子。如《圆与圆柱》、《轨迹与作图》、《方程式论》、《数学归纳法》、《极大与极小》、《反三角函数》等等,数量很多,不胜枚举;且内容浅显,适当介绍给学生,指导他们阅读。指导原则是:不贪图作题多,花样新。要求通过阅读,对比综合,从而加深基本知识的理解,掌握解题规律。

3. 进修与教学实践相结合:怎样组织教材,课本中定义、定理、方法怎样适应学生水平,讲得适当;既使容易理解,又无缺点漏洞,防止讲得过于严密深透难被理解而失于简略,不能正确完整建立概念,这都需根据班别不同情况,并满足优秀生的要求,费一些思考的。如有所得或问题,应将发生原因,解决方法和效果,随时记录,为以后改进计划作参考。这样随时收集资料,更便于编拟例题和练习、写专题讲座,向学生布置

演算和讲解。日积月累,取材有源泉,讲授有目的。我以前参与教学资料编写工作,就是以此为基础的。

4. 教师就所任科目另选主要参考书进修,便于突出该科特点,也是必要的。如教几何的,学习逻辑学、非欧几何、射影几何等;教三角的学习球面三角、测量学、反三角函数、电工学等;教代数的学习高等数学、函数、线性规划等等。立足于教学,搞业务进修,座谈教学经验,才能有体会、有发现。

5. 关于集体讨论问题,可采取不同形式:如将进修书划段准备,一人主讲,他人补充;或结合集体备课,谈心得体会,改进教法;或拟定专题,如怎样进行化简速算,板书与作业要求,怎样作单元复习和编写提纲,……务使进修与教学活动相结合,落实到教学中去。

总之,形势发展很快,中学教材必定要相应地充实提高;为了更好地完成教师的光荣任务,就必须从实际出发全力以赴地搞好业务进修。

二、教学计划的制订

1. 学习《数学教学大纲》编制教材系统表

《教学大纲》是教学的指导性文件,它给教师规定了教学目的要求、教材内容、时间安排和注意事项。教师应该深入钻研,领会精神实质,联系实际情况,进行贯彻。中学教学大纲当然不能很详细具体,在实施过程中,还需根据《大纲》所规定的指示原则,制订较为详细的具体计划;没有计划就不可能正确地确定任务,也不可能检查执行的情况。每个教师应照大纲的说明材料,全面地加以研究,体会它们间的纵横联系,从

学习教材到认识客观事物应本着发展变化逐步深入提高的观点,熟悉在各个学段设置数学课的具体任务和性质。除了研究《大纲》中每一项应该研究的内容以外,还应考虑班级的具体情况——如接受能力、兴趣和爱好、新旧知识是否衔接、程度是否齐一,以及其他特殊问题,对时间和进度安排,都需在制订计划时仔细加以照顾,使计划实际可行。

从制订计划的开始,到落实计划的过程中,完成的情况如何,不但与教师的知识水平和学生程度有关,而且教科书的深度、组织教材的能力、教学方法也极关重要,所以教师是起着主导作用的。同样的班级、教科书、大纲和教学计划,而教学效果会有不同,原因就在于此。所以教师加强业务进修,提高知识水平必须与制订计划相联系,并在教学实践中不断改进教法,以丰富计划内容,从中总结经验,提高教学质量,在修正补充计划时应有所体现,若认为制定计划之后,年年可以照搬抄袭引用,是静止的懒汉思想作风,必须批判和纠正。这是某些教师认为教材已熟悉,同样课本已教过多遍,掉以轻心马虎从事的常见现象。

现行中学数学课程,是分门开设的;就教学时间安排和课间联系看,以《代数》为重点。究竟《代数》是什么?回答是困难的。旧学校《代数》的主要内容是方程解法和有理函数性质的研究。而近代多半研究一些集合元素的计算,这一点已在新颁《数学教学大纲》和新编教科书中有所体现,迫使中学数学教师要研究新内容和新教法。

目前为适应实现四个现代化的需要,新大纲和教科书与旧的相比,经过精选和补充,把精选出的代数、几何、三角等内容和新增加的微积分内容综合成了一门数学课。故新大纲有

三个特点：(1)精简了课程内容；(2)加强了教材的科学系统性；(3)增添了现代科学基础知识。但是数学课所研究的不外乎形和数的问题，处在新大纲的试行和教学改革的过渡阶段，它要求把常量数学作为重点内容，在深入切实教好学好的基础上，学习变量数学的一些基础知识，是进一步学习现代科学技术所必要的。从大纲中的教学内容和安排看，可概括为四个方面的主要发展系统：(1)数的发展；(2)方程解算；(3)函数概念；(4)逻辑论证。这是知识主干问题，涉及它们的知识，是在全部中学六年之中，互相更替和互相交错进行安排，有时偏重于某些方面，但又有横的联系；四个方面之间又经常贯穿着等价变换的有关理论，使主干与支流加以沟通，形成了中学数学的组织结构。

例如：数的发展的原始阶段，仅要求于日常简单生活的需要；小学中学习的算术课，涉及方程、函数及逻辑推理知识就比较少，多从直观实践来检验和发现真理。进入中学阶段，学习内容突出了代数式的计算，方程成为解答问题的新方法；它的理论又是由于求已知函数的变数值而出现的新课题，即要求这些变数值能够满足已知函数某个预先给定的值——特别是使得函数的值为零。为了直观、形象地研究函数性质，又采用形数结合的方法把几何与代数知识联系在一起了。而数及代数式的计算、方程的变换，都离不开等价理论和法则，并把解算方程与函数的定义域和值域的研究又结合在一起。再就数的表示法来说，随着发展过程而分别有数轴法、坐标法、复数平面法等等，从几何的逻辑推理，深入理解数的性质，完成数的发展系统。运动学的研究促进了函数理论的发展，逐步引导到数学分析的无穷小理论，也列为中学生的学习内容；而所

有数学命题的推理和证明,又用逻辑学的论断法则,这一切可说明错综复杂的关系。但是我认为学习教学大纲,研究教法,应先抓住主干,明确支流,掌握目的要求,找出重点难点,先行列出《主要内容学习进度系统表》,再就初、高中阶段照大纲要求的内容和课时编制《内容安排总表》明确重点,明确全盘教材的纵横关系,做到心中有数,才便于编写具体教案。可能由于认识不同,教法会有差别,所以应发挥集体智慧,由全教研组数学教师集体研究,使认识和步调一致,从实践中修改补充,方能达到提高教学质量的目的。

由于现行通用教材各章后面附有小结,概述要点不再多谈,仅就个人体会和认识作些说明,以供参考。

2. 制订学期教学进度表

在领会教学大纲的目的要求,明确教学指导思想,全面地了解教材系统联系以后,才能更好地安排各学期的教学进度。制定学期教学进度表,不能看作单纯的划分章节教课时间,应当考虑多方面的问题。必须从实际出发,根据校历规定的开学和放假时日,照顾学校集体活动的时间(如运动会、参加劳动及其他竞赛活动等),在扣除这些时间后按实际教学周数计算学时。安排时应兼顾教材难易,做到快慢适当,不要影响参加其他活动的准备工作。此外还要考虑班级情况:如学生的学习程度、接受能力(就大多数而言)、已往学习阶段知识上的缺陷以及学习的兴趣爱好和纪律等,都必须调查了解清楚,作为安排进度的参考。因之,若一个教师担任两个以上的班级,在程度不同而进度一致,则深度广度就应有别。对少数差学生的补救措施都应当在进度表中反映出来。

一般地,制定教学进度的注意事项如下:

(1) 时间安排要留有余地。如果有一至二周的机动时间,对发生意外问题的补救和期终复习都有好处。

(2) 安排适当时间,上好开头课。因为研究数学知识,在多数情况下,对同一问题议论到两次或多次;先学容易部分,涉及面较窄,叙述较简单,理论欠周严;过了一段时间又返回来深入一步的研究它,就是采用“螺旋式”的教学方法。这是为了顾及学生年龄的特点,使较早应用于实际而后讲理论,或由于与其他知识的配合而不能立即作深入的研究(数学课也有不少是采用“直线式”方法学习的)。解决新旧知识的有关问题,每期的“开头课”起到继往开来的作用。它要对以前所学系统总结出新问题,使学生对旧知识获得完整的概念,肯定旧法则的作用引导到新问题。例如:初中一年级上学期的开头课可概述小学计数的范围和方法,也可预先布置适量总复习题,就检查结果结合讲述,举例作重点复习,指明是以自然数和零为对象施以四则运算为主的生活生产问题;而布列算式涉及文字式较少;明确了其局限性而提出所学新课——代数的特点。然后可就表示数的数轴概念联系实际提出相反数及代数式计算问题,引入新的课题。“开头课”应简明扼要有的放矢,不是旧知识的简单重复,防止过多占用时间,使学生厌烦急躁。每期应根据教材内容划分段落,并注意上好教材各环节的“开头课”。

(3) 安排好复习课:为了保证在数学学习过程中,能使學生所获得的知识与技能得到巩固,平时就应经常合理的进行复习,而返回到已学过的知识上以新的观点和方法来研究它,把它与以前所学的作比较,特别注意较困难的和细微的问题,把主要的材料以及应该记忆的材料放在首要地位。此外,组