大学物理教程

DAXUE WULI JIAOCHENG

（上册）

主编 靳红云 郑家树

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

大学物理教程

（上册）

主　编　$\boxed{\text{靳红云}}$　郑家树

副主编　胡　军

编　者　王续宇　吴运梅　杨金科　马驰华

陈波涛　徐延亮　王秀芳

西南交通大学出版社

·成　都·

内容简介

本书是根据教育部理工学科大学物理课程教学要求，针对西南交通大学峨眉校区"3 + 1"人才培养模式，结合各专业实际情况而编写的教材，本着培养学生分析问题、解决问题能力的原则，切实加强理论基础，有助于帮助学生确立正确的科学观念，树立科学的世界观。

全书分上、下两册，包括了力学、电磁学、热学、波动光学、近代物理的全部内容，能满足理工科各相关专业不同学时的教学要求。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理教程 / 靳红云，郑家树主编. —成都：西南交通大学出版社，2014.2
ISBN 978-7-5643-2846-7

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①靳… ②郑… Ⅲ. ①物理学－高等学校－教材 Ⅳ. ①04

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 018593 号

大学物理教程
（上、下册）
主编 靳红云 郑家树
*
责任编辑 牛 君
封面设计 本格设计
西南交通大学出版社出版发行
（四川省成都市金牛区交大路 146 号 邮政编码：610031 发行部电话：028-87600564）
http: //press.swjtu.edu.cn
成都市书林印刷厂印刷
*
成品尺寸：185 mm × 260 mm 总印张：27.25
总字数：683 千字
2014 年 2 月第 1 版 2014 年 2 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5643-2846-7
套价：59.00 元

前　言

1998 年 9 月西南交通大学峨眉校区招收本科学生以来，按照教育部非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求，开设了大学物理课程。10 多年来，随着人才培养计划的多次修订，大学物理课程及大学物理实验在本校区各系开设的学时和内容参差不齐，鉴于此，靳红云根据多年的教学经验及对本校区“3 + 1”人才培养模式的深刻领悟，分析了国内外教材特点，结合本校区电气系、计算机系、土木系、机械系、交通运输系的实际情况，提出了编写教材的思路，组织教研室全体教师共同编写了本教材。

全书分上、下两册，包括了力学、电磁学、热学、波动光学、近代物理的全部内容，能满足理工科各相关专业不同学时的教学要求。

本书在内容上注重培养学生分析问题和解决问题的能力，培养学生的探索精神和创新意识，努力实现学生知识、能力、素质的协调发展。

本书编写分工如下：郑家树和胡军主持全书编写的具体工作，王续宇参加编写了第 1、2 章，吴运梅参加编写了第 3、4 章，杨金科参加编写了第 5、7 章，胡军参加编写了第 6、8 章，马驰华参加编写了第 9、10 章，陈波涛参加编写了第 11、13 章，徐延亮参加编写了第 12 章，王秀芳参加编写了第 14 章。

由于编者学识和教学经验有限，书中不当和疏漏之处在所难免，诚挚地欢迎各种批评和建议。

郑家树，胡　军

2013 年 10 月于峨眉山

目　录

1 质点运动学

1.1 质点、参考系

1.1.1 力学与机械运动

力学是研究物体机械运动规律的学科。机械运动是指物体的位置变化和形状变化（简称为位变与形变）。

力学分为运动学和动力学。运动学用于描述物体是怎么运动的，动力学用于描述物体为什么是这样运动的。

1.1.2 质 点

质点是一个只有质量而没有形状和大小的几何点。质点是一个抽象（理想）的物理模型，当在一个力学问题中物体的大小、形状可以忽略时，我们可以把物体当作一个有质量的点来处理，这就是质点概念。

当物体的形状和大小对运动没有影响或其影响可以忽略不计时，该物体就可以当成质点。例如，我们讨论地球的公转，无论地球多么大，我们总可以把它当作质点来处理，几乎不会引起什么误差；但是，如果我们讨论的是地球自转，就不能把它当作质点来处理。

1.1.3 参考系

1.1.3.1 参照系的定义

为了描述物体的运动而选为参考的物体叫参照系（或参考系）。当我们谈到某物体的位置时，总是要相对于另一参考物体而言。

最常用的参照系是以地球表面为参照的参照系。根据研究问题的不同还可以选其他物体作为参照系。当我们在描述一个运动时必须指明它的参照系。一般来说，以地球表面为参照系时可以不指明它。

1.1.3.2 运动描述的相对性

虽然我们常用的参照系是地球表面参照系，但对物体的运动，我们可以任选参照系。物体的同一个运动使用不同参照系进行描述时，描述的结果一般是不同的，这称为运动描述的相对性。例如，当某人乘坐电梯上楼时，以电梯为参照系描述其运动是静止的，而以地面为参照系描述其运动则是竖直上升的。

1.1.4 坐标系

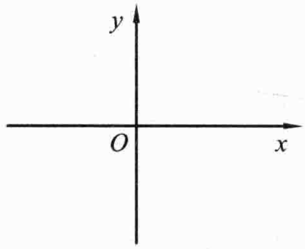
1.1.4.1 坐标系的定义

有了参照系，我们就可以定性地描述物体的运动。为了定量描述物体（质点）的运动，必须将参照系进行量化，量化后的参照系就称为坐标系。常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系、柱坐标系、球坐标系等。

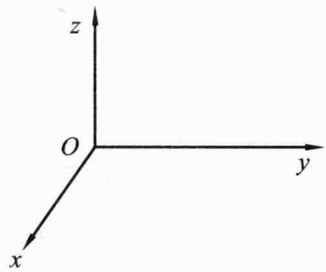
1.1.4.2 力学中常用的坐标系

1. 直角坐标系

直角坐标系又分为平面和三维立体坐标系（图 1.1）。



（a）平面直角坐标系



（b）三维直角坐标系

图 1.1 直角坐标系

坐标系总是和参照系固定在一起的。我们总是在参照系上选一个点作为坐标原点，选择 2 个（或 3 个）相互垂直的方向建立坐标轴，从而形成直角坐标系。

2. 自然坐标系

在某些情况下，质点相对参照系的运动轨迹是已知的，例如，以地面为参照系，火车（视为质点）的运动轨迹（铁路轨道）是已知的。这时可以轨迹上任一点 M 的切线和法线构成坐标系来研究平面曲线运动，这种坐标系称为自然坐标系，如图 1.2 所示。图

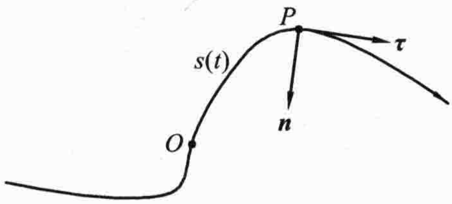


图 1.2 自然坐标系

中τ，$\boldsymbol{n}$ 分别代表切线和法线方向的单位矢量。显然，随着质点位置的改变，τ及 $\boldsymbol{n}$ 的方向也随之而变。因此自然坐标系是活动坐标系，它随质点运动而变化。

1.2 描述运动的 4 个物理量

1.2.1 位置矢量

1.2.1.1 位置矢量的定义

要描述质点的运动，首先要描述质点位置。决定质点位置的有两个因素：距离和方向。当确定了坐标系后（此时参照系也是确定了的），用从坐标原点指向质点 P 的矢量来确定质点位置。这个矢量称为位置矢量，简称为位矢，常用 $\boldsymbol{r}$ 来表示。显然，这个矢量准确地描述了质点所在位置。图 1.3 表示了位置矢量的定义。

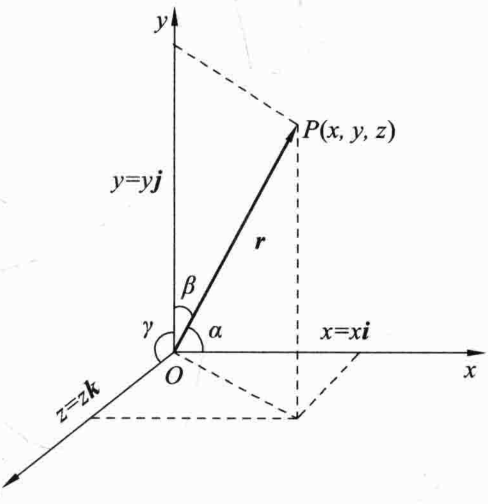


图 1.3　位置矢量

1.2.1.2 位置矢量的分解

如图 1.3 所示，设 P 点在 x、y、z 3 个坐标轴上的坐标为 x、y、z，则可以把 $\boldsymbol{r}$ 表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

式中　$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$——沿 3 个坐标轴方向的单位矢量。

x，y，z 称为位矢 $\boldsymbol{r}$ 的 3 个分量，分量是标量，有大小和符号。由位矢的 3 个分量可以求出位矢的大小（模）以及表示方向的方向余弦。

位矢的大小：

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1.2}$$

位矢的方向余弦：

$$\cos\alpha = x/r, \quad \cos\beta = y/r, \quad \cos\gamma = z/r \tag{1.3}$$

1.2.1.3 运动方程

运动方程表示质点位置随时间的变化规律，由它可以确定质点在任意时刻 t 的位矢 $\boldsymbol{r}$。质点运动方程包含了质点运动中的全部信息。质点运动时，其位矢 $\boldsymbol{r}$ 随时间而变，位矢 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1.4}$$

这个矢量函数表示了质点位置随时间的变化规律，称为质点的运动方程。式（1.4）也可以用分量表示为

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

叫作运动方程的分量形式。例如，对 xOy 平面内的平抛运动，质点的位矢 $\boldsymbol{r} = v_0 t\boldsymbol{i} + \frac{1}{2}gt^2\boldsymbol{j}$，其分量为 $x = v_0 t$, $y = \frac{1}{2}gt^2$。

1.2.2 位移矢量

1.2.2.1 位移矢量

一般情况下，质点在一个时间段内位置的变化，我们可以用质点初时刻位置指向末时刻位置的矢量来描述，这个矢量叫位移矢量，常用$\Delta\boldsymbol{r}$ 来表示（图 1.4）。

如图 1.4 所示，质点 t 时刻在 p_1 点，位矢为 $\boldsymbol{r}_1$，$t+\Delta t$ 时刻在 p_2 点，位矢为 $\boldsymbol{r}_2$，则用位移矢量定义该时间段内质点的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 \tag{1.5}$$

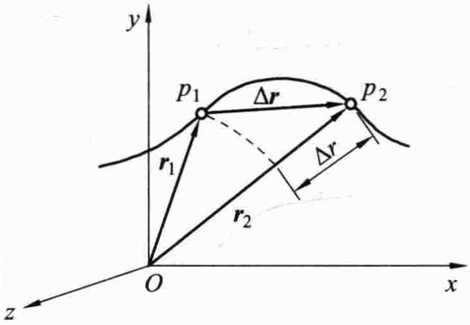


图 1.4 位移矢量

按位置矢量的分量表示，则有

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r} &= \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k} \\ &= \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1.6}$$

可见位移矢量的三个分量为

$$\Delta x = x_2 - x_1,\ \Delta y = y_2 - y_1,\ \Delta z = z_2 - z_1$$

若知道了位移矢量的三个分量Δx、Δy和Δz，则位移的大小和方向余弦可以按照求位矢大小和方向时所用的方法求出：

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$$

$$\cos\alpha = \Delta x\,|\Delta \boldsymbol{r}|,\quad \cos\beta = \Delta y\,|\Delta \boldsymbol{r}|,\quad \cos\gamma = \Delta z\,|\Delta \boldsymbol{r}|$$

1.2.2.2 路　程

质点运动过程中经过轨迹的长度叫作路程，常用s或Δs表示。

1.2.2.3 路程与位移的区别和联系

路程是标量，只有大小，没有方向；位移是矢量。一般情况下，路程与位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$也不相等。在图 1.4 中，在t到$t+\Delta t$过程中，质点路程s为p_1与p_2两点之间的弧长$\overset{\frown}{P_1P_2}$，而位移的大小$|\Delta \boldsymbol{r}|$为p_1与p_2之间直线的长度$\overline{p_1p_2}$。但是在$\Delta t \to 0$时，路程等于位移的大小，$\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$。

1.2.3 速度矢量

1.2.3.1 速　度

将位移矢量与发生这段位移所用时间之比定义为速度，它也是一个矢量。它的物理意义是单位时间内质点所发生的位移。速度一般分为平均速度和瞬时速度。

1. 平均速度

有限长时间内质点位移与时间之比叫平均速度。即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \Delta \boldsymbol{r} / \Delta t$$

式中　Δt——考察的时间段；

　　$\Delta \boldsymbol{r}$——该时间段内质点所发生的位移。

显然，平均速度是一个矢量，它的方向就是过程中质点位移的方向。按矢量的分量表示方法，可以得到平均速度的三个分量为

$$\bar{v}_x = \Delta x / \Delta t,\ \bar{v}_y = \Delta y / \Delta t,\ \bar{v}_z = \Delta z / \Delta t$$

2. 瞬时速度

无限短时间内质点位移与时间的比叫瞬时速度，简称为速度。速度可以表示为平均速度的极限，即

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.7}$$

即速度为位矢对时间的变化率。

由位置矢量的分量形式，我们有

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1.8}$$

定义： $\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}$

式中 v_x，v_y，v_z——速度的 x，y，z 分量。

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

速度的大小和方向余弦也可根据矢量运算的一般方法由它的 3 个分量确定。

速度是矢量，它的方向即 $\Delta t \to 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向。在图 1.5 中可以看出，$\Delta t \to 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{r}$ 趋于轨道在 P_1 点的切线方向，即速度的方向是沿着轨道的切向，且指向前进的一侧。质点的速度描述质点的运动状态，速度的大小表示质点运动的快慢，速度的方向即为质点的运动方向。

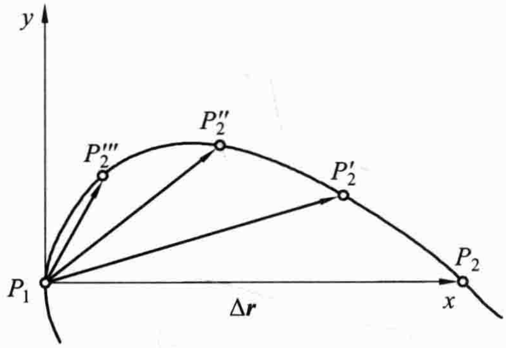


图 1.5 速度的定义

1.2.3.2 速 率

质点经过的路程与时间的比叫作速率。

1. 平均速率

有限长时间内质点路程与时间的比叫平均速率。数学上表示为

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

2. 瞬时速率

无限短时间内质点路程与时间的比叫瞬时速率，简称为速率。数学上表示为

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

1.2.3.3 速率与速度的区别与联系

它们的定义不同，速度是矢量，而速率是标量。但在 $\Delta t \to 0$ 时，由于 $ds = |d\boldsymbol{r}|$，而 dt 永远是正量，所以 $v = \frac{ds}{dt} = \frac{|d\boldsymbol{r}|}{dt} = \left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| = |\boldsymbol{v}|$，即速率等于速度矢量的大小。这种关系对有限长时间段内的平均速度和平均速率，则不一定成立。

1.2.4 加速度矢量

1.2.4.1 加速度矢量的定义

一段时间内速度的变化量与时间的比定义为加速度。质点的加速度描述质点速度变化的快慢。由于速度是矢量，所以无论质点的速度大小或是方向发生变化，都意味着质点有加速度。

在考察的时间段内，质点末时刻的速度（简称为末速度）与初时刻的速度（简称为初速度）的矢量差叫作速度增量。如图 1.6 所示。$\boldsymbol{v}_2$ 表示末速度，$\boldsymbol{v}_1$ 表示初速度，而$\Delta\boldsymbol{v}$ 表示速度增量。

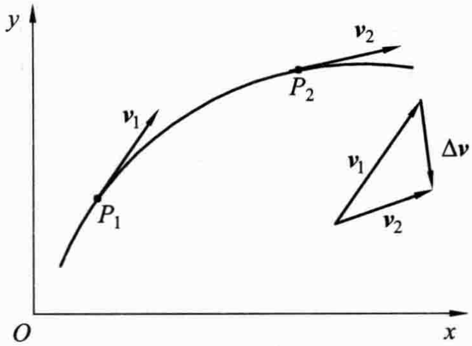


图 1.6 加速度的定义

1.2.4.2 平均加速度

在有限时间段内速度增量与时间的比叫平均加速度。

设质点在 t 时速度为 $\boldsymbol{v}_1$，在 $t+\Delta t$ 时速度为 $\boldsymbol{v}_2$，速度增量 $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1$，则平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.9}$$

1.2.4.3 瞬时加速度

在无限短时间内速度增量与时间的比叫瞬时加速度，简称加速度。

根据极限的思想，加速度可以表示为 $\Delta t \to 0$ 时平均加速度的极限

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \tag{1.10}$$

即加速度为速度对时间的变化率（速度对时间的一阶导数，或位置矢量对时间的二阶导数）。加速度矢量 $\boldsymbol{a}$ 的方向为 $\Delta t \to 0$ 时速度变化$\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向。在直线运动中，加速度的方向与速度方向相同或相反，相同时速率增加，如自由落体运动；相反时速率减小，如竖直上抛运动。而在曲线运动中，加速度的方向与速度方向并不一致，如斜抛运动中速度方向为抛物线轨迹

的切向，而加速度的方向始终竖直向下。

定义：
$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.11}$$

式中　a_x，a_y，a_z——加速度的 x，y 和 z 分量。

根据速度的分量表达式可以得到加速度矢量的 3 个分量：

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$
$$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$$
$$a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

由加速度的 3 个分量可以确定加速度的大小和方向余弦。

【例 1.1】　有一质点沿 x 轴作直线运动，t 时刻的坐标为 $x=4.5t^2-2t^3$（SI）。试求：

（1）第 2 s 内的平均速度；

（2）第 2 s 末的瞬时速度；

（3）第 2 s 内的路程.

解：（1）　$\bar{v}=\Delta x/\Delta t=-0.5\ \mathrm{m/s}$

（2）　$v=\mathrm{d}x/\mathrm{d}t=9t-6t^2$

$v(2)=-6\ \mathrm{m/s}$

（3）　$s=|x(1.5)-x(1)|+|x(2)-x(1.5)|=2.25\ \mathrm{m}$

1.3　圆周运动

圆周运动是日常中常见的物体运动形式，是运动学研究的重要运动形式之一。

1.3.1　匀速圆周运动与法向加速度

匀速圆周运动的特点是质点在运动过程中速率保持不变，但是速度的方向是在不断变化的（因为是圆周运动）。速度方向的变化也会有加速度。下面我们详细讨论加速度的大小和方向问题。

如图 1.7 所示，质点从 P 点运动到 Q 点有速度增量Δv 存

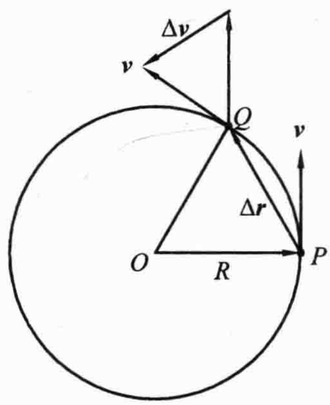


图 1.7　圆周运动

在。根据加速度的定义可得加速度为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.12}$$

显然，当 $\Delta t\to 0$ 时 Q 点将无限靠近 P 点，$\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向为圆周在 P 点的法向。在质点的运动过程中此加速度的方向一直指向 O 点，我们将它称为法向加速度。利用相似三角形关系，我们有

$$\frac{v}{R}=\left|\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta\boldsymbol{r}}\right|$$

于是，加速度的大小为

$$|\boldsymbol{a}|=\left|\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{v}{R}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\frac{v^2}{R}$$

用矢量将匀速圆周运动中的法向加速度表示为

$$\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{R}\boldsymbol{n} \tag{1.13}$$

式中　$\boldsymbol{n}$——轨迹法向的单位矢量。

1.3.2　用自然坐标表示平面曲线运动中的速度和加速度

在有些情况下，质点相对参考系的运动轨迹是已知的。例如，以地面为参考系，火车（视为质点）的运动轨迹（铁路轨道）是已知的。这时可以轨迹上任一点 M 的切线和法线构成坐标系来研究平面曲线运动。这种坐标系称为自然坐标系，如图 1.8 所示。图中 $\boldsymbol{\tau}$，$\boldsymbol{n}$ 分别代表切线和法线方向的单位矢量。显然，随着质点位置的改变，$\boldsymbol{\tau}$ 及 $\boldsymbol{n}$ 的方向也随之而变。因此，$\boldsymbol{\tau}$，$\boldsymbol{n}$ 与 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 不同，前者的方向在运动中是可变的，而后者则是固定的。

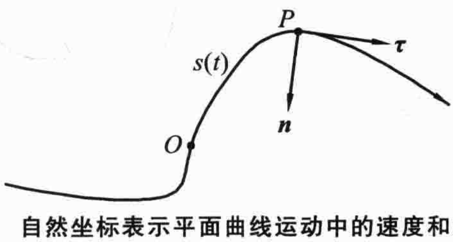


图 1.8　自然坐标表示平面曲线运动中的速度和加速度

1. 运动方程

如图 1.8，在轨道上任选定一点 O 作为原点（或称为弧长起算点，原点不一定是 P 的初始位置），沿轨道规定一个弧长正方向（轨道上箭头表示，不一定是 P 运动的方向），则可用 O 至 P 的轨道弧长 s 来描述 P 的位置。当 P 随 t 改变位置时，s 是 t 的标量函数。

$$s=s(t) \tag{1.14}$$

这就是以自然坐标表示的质点运动学方程。

2. 速　度

在自然坐标系中，质点的速率可以通过对式（1.14）求导得到。于是，自然坐标系中的质点速度

$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{\tau}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} \tag{1.15}$$

3. 加速度

对式（1.15）求导，得质点在自然坐标系中的加速度

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n} \tag{1.16}$$

（这里用到 $\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}=\mathrm{d}\theta\boldsymbol{n}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\rho}\boldsymbol{n}$ ）

式中右边第一项大小为质点在某一位置（某一时刻）速率的变化率，方向与切线方向平行，故称切向加速度，以 a_τ 表示；第二项与前项垂直，即与 $\boldsymbol{n}$ 同向，方向为法向，故称法向加速度，用 a_n 表示。所以，在自然坐标系中，质点的加速度表达式为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}=a_\tau\boldsymbol{\tau}+a_n\boldsymbol{n} \tag{1.17}$$

加速度的大小及方向与切线方向的夹角为

$$\left.\begin{aligned}&\text{大小}\quad a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}\\&\text{方向}\quad \alpha=\arctan\frac{a_n}{a_\tau}\end{aligned}\right\} \tag{1.18}$$

从以上讨论可以看出，切向加速度给出了速度大小随时间的变化率；而法向加速度则反映了速度方向随时间的变化率。

【例 1.2】 由楼窗口以水平初速度 $\boldsymbol{v}_0$ 射出一发子弹，取枪口为原点，沿 $\boldsymbol{v}_0$ 方向为 x 轴，竖直向下为 y 轴，并取发射时刻 t 为 0。试求：

（1）子弹在任一时刻 t 的位置坐标及轨迹方程；

（2）子弹在 t 时刻的速度，切向加速度和法向加速度。

解：（1）　$x=v_0t,\ y=\dfrac{1}{2}gt^2$

轨迹方程为

$$y=\frac{1}{2}x^2g/v_0^2$$

（2）$v_x=v_0$，$v_y=gt$，速度大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$$

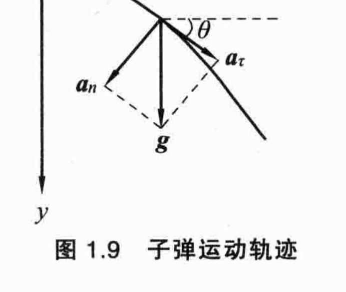


图 1.9　子弹运动轨迹

方向为：与 x 轴夹角

$$\theta = \arctan\frac{gt}{v_0}$$

$a_\tau = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = g^2t/\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$，与 $\boldsymbol{v}$ 同向。

$a_n = \sqrt{g^2-a_\tau^2} = v_0 g/\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$，方向与 $\boldsymbol{a}_\tau$ 垂直。

1.3.3 圆周运动的角量表示　角量与线量的关系

质点的圆周运动常用平面极坐标系和自然坐标系描述。极坐标是用角位置、角速度和角加速度等物理量来描述圆周运动，称为角量表示，而自然坐标是用路程、速率、切向加速度及法向加速度来描述圆周运动，称为线量表示。

1.3.3.1 角位置与角位移

圆周运动的角量描述是一种简化的平面极坐标表示方法。平面极坐标系的构成如图 1.10 所示，以平面上 O 点为原点（极点），Ox 轴为极轴，就建立起一个平面极坐标系。平面上任一点 p 的位置，可用 p 到 O 的距离（极径）r 和 r 与 x 轴的夹角（极角）θ 来表示。

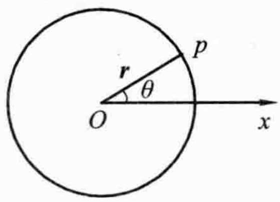


图 1.10　平面极坐标系

平面极坐标系适于描述质点的圆周运动。以圆心为极点，再沿一半径方向设一极轴 Ox，则质点到 O 点的距离 r 即为圆半径 R 是一个常量，故质点位置仅用夹角 θ 即可确定。θ 称为质点的角位置，它代表质点相对于原点的方向。θ 随时间 t 变化的关系式

$$\theta = \theta(t)$$

称为角量运动方程。质点在从 t 到 $t+\Delta t$ 过程中角位置的变化叫作角位移。

$$\Delta\theta = \theta_{(t+\Delta t)} - \theta$$

通常取逆时针转向的角位移为正值。

1.3.3.2 角速度

质点在作圆周运动时，在一段时间内的角位移与时间的比值定义为角速度。在有限长时间段内的角位移与时间的比值称为平均角速度，即

$$\overline{\omega} = \Delta\theta/\Delta t$$

而在无限短时间内角位移与时间的比值称为瞬时角速度，简称为角速度。根据极限的概念，在 $\Delta t \to 0$ 时平均角速度的极限就是质点在 t 时刻的瞬时角速度，即