

弯桥设计参考资料

北京市市政设计院
中国建筑技术发展中心市政技术情报部
一九八五年十二月

前　　言

近年来，我国城市道路系统发生了较大变化，一些大、特大城市和已基本定型的老城，作为疏导城市交通的重要手段，修建了不少城市立交桥，并正在规划高架干道系统。为了增添城市景观，提高枢纽的使用性能，弯梁是理屈首位的结构型式。

我国现有的弯桥，无论在设计理论、设计方法，还是施工技术上，都存在不少问题。而迄今为止，国外在弯桥体系方面，都进行了大量的理论研究和试验分析。为此，本专题资料选译了二十篇有关这方面的设计计算理论以及新的研究成果，其中包括弯桥的模型研究、桥面板应力分布与有效宽度、支座反力特性；工字断面、箱形断面梁的力学性能；圆曲线、螺旋线形梁的分析计算以及个别国家的弯桥设计暂定规范等。这些资料可供我国从事桥梁理论研究、设计、施工与教学等有关人员参考，也可为制订规范提供数据。

本专题资料是北京市市政设计院和中国建筑技术发展中心市政技术情报部共同编辑的。在组稿、翻译、出版等过程中，得到了有关单位的大力支持协助，在此表示感谢。

由于水平与时间所限，在本专题资料中可能还存在不少问题，希广大读者批评指正。

北京 市 市 政 设 计 院
中国建筑技术发展中心市政技术情报部

1985.12.

目 录

一、弯曲钢箱梁桥的目前技术发展水平.....	(1)
二、弯曲工字梁桥的设计建议.....	(11)
三、单室箱型截面曲线桥桥面系的简易分析.....	(32)
四、平面弯曲后张预应力混凝土连续梁.....	(43)
五、关于两跨连续弯桥支点反力特性的探讨.....	(52)
六、高架斜支承对弯桥性能的影响.....	(58)
七、考虑桥面板和梁偏心结合的曲线梁桥的分析.....	(69)
八、平面弯桥空间计算自动化.....	(79)
九、用有限条分法分析正交各向异性弯桥面结构.....	(87)
十、用折板理论分析曲线梁桥的桥面板应力分布和有效宽度.....	(94)
十一、关于曲线正交异性扇形平板的弯曲.....	(106)
十二、论考虑到轴线微弯情况下求算由于成直线分段变化的预应力引起的偏转力.....	(123)
十三、箱形曲线桥中横隔板的加劲效果.....	(136)
十四、弯曲箱梁桥的横隔板.....	(149)
十五、多室箱形截面曲梁桥的模型研究.....	(161)
十六、弯桥板的模型分析.....	(169)
十七、螺旋线形连续梁的数值分析.....	(174)
十八、曲线桥桥跨结构装配式构件类型之选择.....	(179)
十九、多孔箱梁斜桥的模型研究.....	(183)
二十、关于斜桥(正交格子斜梁)的探讨.....	(194)

弯曲钢箱梁桥的目前技术发展水平

美国土木工程师协会结构分会金属委员会的美国土木工程师协会
——美国各州公路和运输工作者协会受弯构件委员会工作委员会

引言

1976年3月成立了弯曲箱梁工作委员会。其主要任务是探讨和总结弯曲箱形受弯构件的适用理论和实验分析，编录使用这类构件的经验，使理论研究与现场经验相联系，和概括现有的技术发展水平。

本论文概括了探讨弯曲钢箱梁桥的静力和动力性能的研究工作。从瑞士、德国、英国、日本、加拿大和美国收集了参考文献。1969年，Mc Mannus等发表了一篇关于平面曲梁技术发展水平的论文；在202篇参考文献中，仅有4篇涉及箱梁。最近，Sikes准备了一篇曲梁分析和设计技术的技术发展水平的报告，包括至1969年的313篇参考文献，其中仅55篇考虑了弯曲箱梁。1969年至1976年间，由联邦公路管理局组织了最大的、集中的研究力量，进行弯曲钢箱梁桥性能的研究。一个大学研究组联合会（CURT）参加了这个计划。由于箱梁的整个截面能有效地抵抗扭转和翘曲，导致了采用弯曲箱梁修建公路桥的兴趣。然而，与开口截面比较，分析较为困难，因为缺少了柔性，可能成为安装中的重大问题，起吊可能成为另一个问题，而剧烈的倾斜提出了严重的设计问题。

本文提供了为平面弯曲钢箱梁推演的分析方法、对于分析有效的计算机程序、试验研究和实用设计辅助用表方面的情报，概括了正在进行的研究，描述了将来的改进弯曲钢箱梁设计而需进行的研究，并包含了广泛的参考文献目录。

分析方法

提出了过去几年中发展起来的分析弯曲钢箱梁的方法。实际上，所有提供的方法是今天

表1 弯曲箱梁的分析方法

方 法 (1)	解 答 (2)	参 考 分 析 (3)
刚 度	静 力 分 析 平 面 格 构 空 间 刚 架 有 限 单 元 有 限 条	58 11~15 9,22,33,86,87,91 86
微 分 方 程	有 限 差 分 闭 合 形 式	40,41,53,54,55,74 105
近 似	设 计 辅 助 用 表	54,75,76,99,101
微 分 方 程	动 力 分 析	33,49—52,70,81,89,90
有 限 单 元		

用于设计和研究的计算机程序的基础。介绍每种方法的推导，超出了本论文的范围。给出一个总的叙述，包括分析弯曲箱梁的假定、限制和方法的适用性。静力和动力的分析方法连同相应的参考文献，列于表 1。

静力分析——静力分析方法仅处理静载形式，也即不考虑荷载的振动运动效应。多数静力分析解采用了刚度法，并可分为五种基本方法：（1）平面格构；（2）空间刚架；（3）有限单元；（4）有限条；和（5）以有限差分的技术解 Vlasov 方程式。

刚度法在许多课本中加以讨论，这里除了将其作为一种基本求解从相容和平衡关系推演的联立方程式的办法而加以概述的，不再详述。出于本论文的原因，在理想化的结构中假定柔度法和刚度分析法同样地分为相同的基本方法：（1）平面格构；（2）空间刚架；（3）有限单元；和（4）有限条。

平面格构——平面格构法经过多年的发展，通常用于弯曲工字梁桥的分析。1965年首先由 Lavelle 和 Boick 作了介绍。该法将弯曲的梁桥处理为垂直于刚架加载的平面刚架。

1971年 Lavelle 等对原来的方法作了几处改进：（1）对角函数采用幂级数展开式，以消除具有微小中心角的构件使用原来方程式遇到的计算不稳定的问题；（2）将相对应于角线元素乘一约束模拟参数，促使零位移的形成，而不是以删除刚度矩阵中相应于零位移的行和列的方法，减少所要解的方程数；（3）用平方根消除法解方程式；和（4）在求解过程中利用结构刚度矩阵的带状、对称特性。此过程被编成程序，称为 CUGAR1。此方法仍未考虑翘曲的作用，且仅用于开口截面，如 I 字梁桥。

1975年 Lavelle 和 Laska 对其平面格构理想化的级数据提出了进一步的改进。此过程被编成程序 CUGAR2。虽然考虑了不均匀的扭转（翘曲），但这种理想化仅对于开口截面有效。对于组合结构，以把顶板视为无限刚性来进行分析。

1976年，对平面格构法作了进一步改进，以致可用以分析闭合截面（箱梁）和桁架式的横隔板（59%）。箱梁的计算，假定构件为等截面，横截面不改变形状；只是对于钢构件假定在顶板上设有支撑，以使截面的作用如同闭合截面。计算扭转特性时，无论对竖向弯曲是否起组合作用，板均作为箱形截面的一部分，把箱梁理想化为单一的曲线时，采用均匀扭转理论。由于箱的实际宽度较大，作者建议，此方法不宜用于具有显著倾斜的结构。此过程被编成程序 CUGAR3。

空间刚架——Brennan 和 Mandel 把弯桥体系理想化为一个三维空间刚架。这样的理想化，可应用于开口或闭合截面、板、桁架式横隔板和侧向支撑的梁柱。也能分析由曲杆和直杆组成的组合结构。然而，曲杆近似地作为直线段。方程式的求解采用 Gauss-Jorden 方法。假定个别的横隔板构件和其他的支撑构件仅承受轴向力。在接头处假定梁肋的加劲杆提供了一个加劲截面，使扭转时不产生翘曲，这就容许通过采用偏心和结点位移，算出杆端位移。此方法在分析中不联系到翘曲刚度。该分析方法作为 CURT 计划的一部分，已被编成程序。在计算机求解中，解方程式采用了 IBMS/360 科学分程序 (DGELB)。

有限单元——1971年，Meyers 和 Scordelis 对弯曲箱梁的求解提出了两种有限单元法。第一种用于等高箱梁，桥面板理想化为四边形单元，它的每个节点总共有五个自由度——三个移动和两个转动。四边形单元平面内的作用以平面应力混合模式来表示，每个外角节点有两个移动自由度，并具有三个内自由度。对位移和应变采用独立的展开式，建立混合模式。对于八个角节点的自由度，位移域的位移应变分量变量近似地以标准的双线性展开式来表

示，而对于两个内自由度则以四次方程的展开式来表示。第三个内自由度是用以强使整个单元产生一个等同的剪应变变量，这样就形成了经过改进的较柔的单元。单元刚度形成以后，三个内自由度以内部静力凝聚的方法加以消除。用于桥面板的四边形受弯板单元是相容的单元，由四个分三角形所组成。每个分三角形具有11个自由度。它们与竖向位移域的完全三次展开式相联系，并使法线斜率沿一边呈线性变化。在综合四个分单元以后，得到具有19个自由度的四边形单元。采用静力凝聚方法，消除7个内自由度，这样在每个节点上留下了三个基本的自由度——两个转动和一个移动。桥梁的竖向肋理想化为特殊的矩形跨单元，其每个角节点具有五个自由度——三个移动和两个转动。桥梁整个高度的单一单元能用以模拟肋的性能。位移和应变的双线性展开式与每个节点的位移自由度相联系，而每个节点的转动确定为纵向应变的三次变量。板的弯曲单元以简单的、单维的受形单元来表示，其每节点具有两个自由度——一个转动和一个移动。此法已编成程序，并用以分析弯曲箱形结构。第二种有限单元法是用以求解具有任意三维刚架特性的弯曲箱梁桥。此类结构由二维四边形单元和一维刚架单元所组成。单元的每个节点上假定有六个自由度——三个转动和三个移动。桥面板和肋的四边形单元在空间可有任何方向。它们取作平板单元，通过实际角点的位置，给出最佳的最小二乘方配合。平面应力单元的特点是每节点除了通常采用的两个移动自由度外，增加了一个转动自由度。这被定义为绕单元竖轴的平均转动。假定由单元的位移随两个移动自由度作线性变化，如梁的作用随转动自由度变化那样。所假定的节点转动引起微小的角变位不连续，以致单元不完全相容。用于四边形单元的受弯板模式与前一种方法所用的相同。标准一维刚架单元的刚度矩阵不予考虑。此法已编成程序，并用于研究工作。

1971年，Chu 和 Pinjar Kar 对箱梁桥提出了一种有限单元法。顶底板理想化为水平扇形板，而箱梁的腹板以竖向圆柱壳单元来表示。考虑了板和壳单元的薄膜和受弯作用。提出了确定扇形板单元刚度的方程式。壳单元刚度是基于 Hoff 解法，从结点的相容和平衡条件，可确定未知的位移，解得板和壳单元的边线上的力。此法是用于确定扇形板单元内部点的薄膜应力、固定边的力和弯矩。所提出的方法，仅适用于不带内横隔板的简支桥。该法需延伸到具有内横隔板的连续梁，以能在弯曲箱梁的设计中使用。

1972年，Shore 和 Lansberry 对弯桥体系的求解提出了完全相容的环形段有限单元。此法发展为 CURT 计划的一部分。环形段有限单元采用刚度分析法，对承受薄膜应力或弯曲应力、或同时承受两者的薄板作了推演。选择了六类单元：（1）用于描述曲梁肋的圆柱壳单元；（2）用以理想化曲梁翼板或车道板的环形单元；（3）用以描述实心横隔板的四边形板单元；（4）用以模拟纵梁或横梁的直梁单元；（5）用以理想化车道板斜节段的三角形单元；和（6）用作弯曲纵梁的圆周形弯曲 I 字形截面。所用单元位移展开式的形式与单元类型相适应。经典的薄板理论用于推演单元的刚度矩阵和应力组合矩阵。在此公式中利用矩阵代数，以简化其表达式。对匀质的、线弹性的、柱面各向异性的材料，推导了单元刚度矩阵和应力矩阵。仅利用应变-位移关系的线性部分，这就限制在分析微小的位移。在分析中仅考虑了均匀厚度的板单元。单元位移展开式的假定形式，取为一维、一次，以板坐标表示的 Hermite 插入多项式。对所有三个位移分量（径向的、切线的和横向的）都采用了同样形式的位移展开式，因此使单元完全相容，也即单元能与一些现有的单元以平面外的角度相连结，而同时保持满足收敛准则。

当在分析平面弯曲桥梁那样复杂的组合结构中运用这种单元时，单元的选择具有极大的

重要性。环形段具有4个节点和48个自由度——每节点有12个。每节点三个位移分量中，每一个分量具有4个自由度——位移本身，径向和切向的一次偏导数，和横向导数。假定的位移展开式必须满足两个准则，以便保证收敛到正确解。首先，位移展开式能表示所有常应变状态。这包括刚体位移状态，即常应变值为零的特殊情况。其次，位移展开式沿单元边界和在单元中要满足相容条件。对受弯问题，这要求位移展开式和其一次偏导数在单元内和跨单元间的边界上需保持连续。仅对薄膜问题，位移展开式必需在单元中和跨单元间的边界上保持连续。此单元在挠度和应力组合的计算中，显示了高度的准确性。有的问题，仅用少量单元便可得到最小势能的单值收敛和结构位移的真实解。结果证明对于具有弯曲边界问题的求解，采用环形段单元较采用具有直线边线的单元为优越。在平面弯曲桥梁的分析中采用此环形段单元，结果显著地减少了需模拟桥梁的单元数。此分析方法已编成程序。在求解过程中，当集成了刚度矩阵后，对未知节点位移采用 Cholesky 方法求解带形体系的方程式。

1974年，Bazant 和 Nimeiri 对弯曲箱梁的初应力，提出了一个有限单元刚度方法。其任务是，把长跨箱梁桥近似地作为闭合横截面的薄壁梁，承受纵向翘曲和横向畸变，在纵向而不是横向采用一个离散的分部。由于在窄而浅的横截面中，横向分布与纵向分布相比较，能以较少的参数来表示其特性，所以在梁单元中引入分部显得较为合理。曲梁近似为直线有限单元，收敛和良好精度的要求易于满足。因为在采用直线单元时得到完全的连续性，采取了较精确的理论，其中考虑了横向剪切变形，而不要求横截面垂直于梁轴。可以使梁单元端部倾斜，以与和此梁单元以某一角度相交的相邻单元的端部相适应。必须将此单元看作是三维的。对于单对称梯形斜横截面箱的斜有限单元的几何图形，能方便地定义为单位平方横截面和单位长度的原生单位矩形单元的图象。这样，每个坐标上的图形是线性的。假定横向位移参数和轴向移动沿单元为线性变化，横向转动和翘曲取为二次方程式。在此公式中，所有的转动与位移无关，这是混合有限单元的特殊特征，因而可将横向位移考虑为线性分布。用此种有限单元的许多经验表明，它免除了虚假的剪切效应，与采用适当的微分方程精确分析解的计算机解答相比较，这种方法的精确性又得到证明。不幸的是，没有推演出通用的计算机程序。这种方法限制于单箱梁——这是一个严格的限制。

有限条——1974年，Scordelis 使用了有限条法和谱波分析法，提出了弯曲箱梁桥的分析解。所选择的板单元假定在整个跨径上纵向延伸，在横面指定点之间横向延伸。采用谱波分析来进行作用荷载分析。作用荷载首先化为付立叶级数分量，对每种特殊谐波的所有加载分量进行分析。然后把用以表示荷载的所有谐波的结果总和，得到最终结果。一旦找出对一个单谐波的求解技术，即能重复于任何谐波。对于每个谐波，每个结点具有四个自由度，即该结点能在横截面的平面内竖向和水平变位，能沿结点切线作纵向运动，能绕结点切线轴转动。单元可包括取自普通的锥体、圆柱壳或圆环板的具有各向异性材料特性的节段，每个板单元理想化为许多圆周形有限条，然后确定有限条的刚度。假定位移模式在园周方向作谱波变化。在横向选择了平面内位移的线性变化和垂直位移的三次变量。此法已编成程序，并用于研究工作。

微分方程解——1962年，Konishi 和 Kamafsa 对简支弯曲箱梁提出了闭合形式解。对所给的微分单元可引出6个静力平衡方程式，通过代入，成为控制弯矩、翘曲矩和轴向力的四个基本方程式。在一定边界条件下，可导出并求解微分方程，得到弯矩、扭转转角

绝对值、挠度、圣维南扭转二次扭转和剪切、应力组合、变形和影响面。
1971年，Komafsa等对弯曲箱梁的斜效应，提出了有限差分解。这个基于简单扭转理论的分析，利用了转换矩阵方法来分析静力性能。

从1974年—1976年，Heins，Oleinik，Yoo等发展了一种分析技术，以确定单跨和多跨梁体系的响应。此技术结合Vlasov微分方程，以有限差分技术求解。此种解法能自动地适应变化的刚度和连续跨。在求解中考虑了平面弯曲、翘曲扭转和畸变应力。

动力分析——与静力分析所花费的力量相比较，在弯曲箱梁桥的动力分析中没有投入很多的力量。表面上看来，这似乎是不合逻辑的；因为桥梁是为承受动力荷载的专门目的而修建的主要结构，即设计荷载的大小和位置是时间的函数。然而，曲梁的动力分析总的来说是一个复杂的数学问题，阻碍了此领域的深入研究。在任何情况下，采用冲击和疲劳准则设计桥梁，实际上是考虑了活载的动力响应。

微分方程——Komafsa，Nakai等在七十年代初期，提出了几篇有关平面弯曲箱梁桥自由和强迫动力响应的论文。最初的自由振动研究工作，对外力作用引起的应力组合和位移，提出了基本的微分方程。自由振动曲梁桥的微分方程是在以惯性力替代外力的D·Alamberf原理的基础上推导而得。形状函数和相应周期频率的方程式则对一般的横截面而推导。假定曲率半径是常量，而横截面以单位长度的恒载集度来表达，则可推导出频率方程的近似解。为求解位移和频率，给出了实用公式。研究工作扩展到为包括运动的车辆荷载在内的强迫振动提供解答。

有限单元——1973年，Fam对弯曲箱形桥的静力振动和自由振动分析提出了有限单元方法。所采用的有限元模式，是具有直线或曲线的等截面箱形桥的建议理想化方案的一部分。对于弯曲箱形结构，推演了三维有限单元程序(CBRIDG)。翼板采用环形单元，肋采用圆柱单元，横隔板采用矩形单元。推导了刚度、质量、应变、应力和相容的荷载矩阵。简化了质量和刚度矩阵，因为足尺箱梁结构的特征值解包括大量的自由度，用现有的分析技术是不能实现的。对简化的刚度矩阵求逆，则可得到柔度矩阵，并采用联立迭代法计算最低的自由振动频率和相应的节点。

1975年，Rabizadeh和Share对弯曲箱梁桥的动力分析，提出了一种方法。先前已发表了初步的成果。其方法限于具有等半径的箱梁桥。以下为基本的假定和限制：(1) 箱梁的肋垂直于桥面和底板；(2) 忽略桥面的超高，因为已证明了对反应的影响很小；(3) 支座作径向布置；(4) 桥面材料假定为均质、柱面各向异性和线弹性；(5) 桥梁其他部分的材料假定为均质、各向同性和线弹性；(6) 忽略了阻尼作用。取设计车辆对桥梁上部结构的重量比等于或小于0.30。因而，车辆的质量可忽略。假定车辆在平行于桥梁中心线的圆周路线上等速行驶。车辆荷载由半径线上的两个力组成，垂直作用于桥面板，并以两个相距6英尺的轨迹作等角速度运动。外侧力(轮)较内侧力的速度为大。按照美国各州公路运输工作者协会(AASHTO)的桥梁规范计算离心力。离心力的作用是增大了外侧力和减小了内侧力，在桥面板上增加一个水平力。等效于这里使用的静势能原理的位移法求解。基于假定的位移展开式，用联接位于单元边界上的许多离散节点的大量有限单元的集合来描述这种结构。每个单元中，未知量位移以节点的自由度展开。通过应力—应变关系中位移展开式的适当转换和单元刚度的适当集成，能计算出质量和应力矩阵。在分析中采用了实体矩形板或直线支撑。箱梁的车道板和翼缘离散为环形单元。箱梁的腹板离散化为圆

柱壳单元。弯曲箱梁的内部和端部横隔板离散化为矩形板单元。横隔板中使用的支撑或轴向力杆件，其两个节点中的每一个具有一个自由度。对离散化桥梁的所有单元组成刚度和质量矩阵。以后，将其转换到一个公共的总体柱面坐标系上。通过对所有箱梁的单元集成单元刚度矩阵和质量矩阵，来计算结构的刚度矩阵和质量矩阵。然后可得到离散化桥梁的运动方程，结果为联立的偶微分方程。采用质量凝聚技术以减少微分方程数。然后以线性加速度方法解此减少了微分方程。计算出位移以后，用适当的矩阵处理计算，单元内部的应力组合和反力。此分析方法发展为 CURT 计划的一部分，并且编成计算机程序。这些方法的概要示于表 1。

计 算 机 程 序

对弯曲箱梁和箱梁桥的分析，已编写了几个计算机程序。表 2 所列出的程序中的大多数是主办研究机构的成果。虽然其中几个程序具有实用的潜在可能，但目前没有一个所叙述到的程序能认为是适宜于设计或生产的。各机构发展了许多计算机程序，以有助于弯曲箱梁桥的分析，但大多数没有交出文件，而有些则有专利权，本节中未包括这些程序。

表 2 列出了那些适用于曲梁分析的计算机程序和相应的参考文献。无论该程序是不是能用以分析单箱或多箱，也列出了原使用的计算机体系和程序简述。所有程序以 Fortran IV 语言编写，除另外说明外，程序能用于单跨或多跨箱梁桥的静力分析。

表2 曲梁的计算机程序

名称和参考文献 (1)	编 写 (2)	计算机体系 (3)	简 述 (4)
CBRIDG (33)	加拿大, Quebec, Montreal, McGill 大学	IBM360/75	用于有竖向肋单元的等截面弯曲箱梁的静力和动力分析的三维有限单元模式（多室）。
CELL (103)	Calif, Berkeley 加利福尼亚大学	CDC6400	带有水平板和竖向肋单元的等高箱形结构的有限元分析（多室）。
CUB BOX1(75)	Md, 学院公园 Maryland 大学	UNIVAC1108	有限差分解以分析组合的或非组合的单跨弯曲箱梁（单室）。
CUR BOX2(41)	Md, 学院公园 Maryland 大学	UNIVAC1108	为设计两跨或三跨连续梁的有限差分解。推演了弯矩、剪切、扭转和双力矩包络图（单室）。
CUGAR ₃ (59)	R. I. Kingston Rhode 岛大学	IBM 360— 和 UNIVAC	基于把箱梁理想化为单一曲线以简化输入输出的均匀扭转理论的平面格构解（多室）。
DYNCRB/BG (89, 90)	Pa, Philadelphia Pennsylvania 大学	IBM 370/165	有限单元分析法以计算频率和模式形状。在箱梁桥动力响应上运动荷载的作用（多室）。
PINPLA2 (68)	Calit. Berkeley 加利福尼亚大学	CDC 6400	变宽和变高的一般非等截面箱形结构的有限单元分析（多室）。
STACRB (91)	Pa. Philadelphia, Pennsylvania 大学	IBM 370/165	有限单元法以分析开口或闭合、直线或弯曲的梁桥（小室）。
SU3D (11, 16)	N. Y. Syracuse Syracuse 大学	IBM	通过刚度法对组合或非组合、单跨或多跨弯曲连续工字梁和箱梁桥作空间刚架分析（多室）。

试验研究

关于探讨弯曲钢箱梁桥性能方面的试验研究进行得较少。这些研究的主要部分是在 CURT 计划发起下进行的。本节中所包含的材料部分为两类——模型研究和现场研究。

模型研究——1970 和 1972 年, Bonakdarpour, Heins 等报告了一个小型有机玻璃弯曲箱梁模型桥性能的研究。将三室箱梁作成单跨和两跨结构进行试验。安装有应变仪、挠度仪和转动仪的模型, 施加一系列集中荷载。试验的挠度和应变数据, 与采用斜挠度理论的分析数据相比较。

以考虑单箱和多箱性能的方法, 得到箱梁的理论刚度。大体上说, 单箱特性提供了保守的挠度, 但转动数据与实验数据相比, 单箱比多箱数据差异为小。翘曲应变的检验表明, 主要的影响是受弯, 可忽略翘曲的影响。

1970 年和 1971 年, Culver 和 Mozer 报告了研究弯曲箱梁稳定性的一系列试验。报告包括了在 8 个箱梁试件上的 22 个弹性试验和 18 个破坏试验的说明和结果。将弹性功能和测量到相应于翼缘屈曲, 肋屈曲和侧屈曲的极限荷载同按以前推演的分析方法的计算结果加以比较。

1975 年 10 月, 在一篇未发表的、向联邦公路管理局提交的报告“平面弯曲公路桥的 CURT 总结报告”, F·H·Lavelle, P·Brennan, C·Culver, 和 S·Shore 报告了基于试验研究的下列结论:

“由于横截面的变形, 弯曲箱梁中的总弹性挠度和转动, 超过按梁横截面不变形假定的计算值。”

“曲线箱梁中增加内横隔板, 减小了横截面变形, 导致实际和计算的挠度与转动接近一致。增加横隔板影响到由横截面变形而产生的应力。影响的大小沿梁的位置而改变, 并依赖于荷载的位置。”

“受压翼缘的屈曲引起了曲梁承载能力的突然减少。”

“箱梁弯曲受压翼缘的纵向加劲杆的扭转, 影响屈曲性能, 也影响翼缘板的支撑屈曲强度。”

“弯曲的腹板组由于曲率产生的腹板受弯效应, 类似于直梁腹板组由于最初的不完善产生受弯效应。”

“实用尺寸的横向腹板加劲杆, 对减少横截面的变形无效。”

“弯曲箱梁横截面中一个杆件的破坏, 显著影响梁的扭转刚度和总的荷载变形效果。”

1972 年, Shore 和 Laporte 报告了承受端弯矩和扭矩的小比例静力试验。试验在简支的、由铝制二梁式和四梁式桥的模型上进行。记录了横截面的应变和转动, 以与有关的有限单元分析研究相比较。模型试验表明, 在测量的横截面上得到的组合弯矩和扭矩, 小于考虑模拟试件为细长受弯杆件以应变能求解得到的值。数值的差别, 考虑是由于横截面的翘曲作用所引起。

1973 年, Fam 报告了大曲率的单箱有机玻璃模型研究, 以研究内横隔板的作用, 和在不利的几何尺寸和加载条件下用于弯曲箱梁结构的现有分析方法的适用性。模型在三种荷载情况下进行试验。单个的集中荷载布置在内腹板和外腹板上, 线荷载布置在跨中横跨顶板全宽。应变仪安装在包括跨中的三个横截面的翼缘和腹板上。千分表记录了位移和转动。试

验结果与有限单元程序 CBRIDG 输出相比较。预算的和测量的竖向挠度和切向应力间的差别小于10%。内横隔板对抑制畸变的径向应力具有很大作用。试验确定了另一单箱有机玻璃模型的前四个自振频率，与以 CBRIDG 计算机程序预计值的差别在15%以内。

1974年，Brennan 和 Mandel 报告了以 Mass Springfield 291号州际道路的单跨弯曲简支箱梁桥缩小模型和小比例“多种结构”桥梁模型上所进行的一系列试验。进行试验研究以评价 CURT 程序推演的数学分析。

Springfield 桥模型采用1/6的模拟关系。模型由两个箱梁和一个组合作用的桥面组成。记录在一系列恒载、活载和集中荷载状态下的应变、位移和支承反力。将试验的弯矩与 SU3D 计算机程序预计值比较，符合较好。试验的挠度超过了程序的预计值。

综合大量主要小规模桥的概念，以研究大量多种可能的组合条件。对组装和试验“多种结构”，采用了钢肋板，翼缘板和角钢。结构的桥面采用了微粒板。对三跨两箱梁截面，包括带桥面板和不带桥面板两种进行了试验。同样，记录了应变、位移、和支承反力，提供了数据。两个报告中现有的大量数据，能用来证明演算弯曲箱梁桥用的计算机分析程序。

现场试验——1973年，Armstrong 和 Langdon 提出了 Mass、Springfield 291 号州际道路上弯曲箱梁桥的试验结果。用联邦公路管理局 (FHWA) 试验车，模拟 HS20—44 设计荷载，进行动力加载。试验时以慢行的速度（静止）和7英里/小时，15英里/小时和20英里/小时（3.13米/秒、6.72米/秒和8.9米/秒）的速度行驶。此外，进行跳车试验，车辆以10英里/小时的速度行驶，每轴顺序地越过提供 2 英寸（50.8毫米）高跳车的斜面。每次试验记录了竖向挠度和应变。提出和检验挠度、应力、冲击和畸变的最大试验值。

一般地说，试验结果表明，冲击系数值很大。Mozer 和 Calver 所报告的箱梁的变形，底板相对顶板向曲线中心方向移动，导致横向的中肋受弯，或“油罐”。同样，在分布荷载上，中横隔板和端横隔板杆件作用显著。端横隔板的底板中很大的应力表明其在箱抗扭中的重要性。自振频率和振动大小足以导致引起使用者注意的加速度。

Bachanon 等在 Md Baltimore 附近进行了带有组合混凝土桥面的双室箱梁桥的试验研究。用应变仪和挠度仪来记录应变和位移。记录了两组试验——第一组是量测钢箱梁随混凝土的浇筑而产生的应力和挠度；第二组是量测组合结构上设置活载而引起的应力、挠度和转动。将分析结果与试验性能比较，符合较好；设计预计与量测反应的比较表明，设计一般是保守的。腹板高度中部的法向应力表明，腹板趋向平面外受弯，离开箱的中心。这正与 Armstrong 和 Langdon 观测到的性能相反。发现挠度的冲击系数比1969年 AASHO 规范中的建议值高得多。

1975年，Kissane 和 Beal 报告了一座位于纽约南 Tier 高速道路 Avoca-Bath 段的三室两跨连续平面弯曲钢箱梁桥试验确定的反应。记录应变、挠度和变形，并与平面格构理论分析相比较。平面内恒载和静活载的弯矩为理论梁弯矩的86%。实测的梁的挠度较为符合。单个梁所承担的总荷载的比例，理论与试验比较很接近。荷载的横向分布满足预计的要求。发现最大的活载分布系数较设计直箱梁结构中采用的值为小。可以认为设置厚的、密距离的内横隔板增大其抗扭刚度，是取得良好分布系数的原因。

设计辅助用表

本节中分析了弯曲箱梁桥分析和设计所用的近似方法。有关设计辅助用表的参考文献，

列于表1。公路桥梁中曲梁的扩大使用，证实了对这类结构设计要求发展的需要。虽然已建成许多这类结构，但其中大多数的设计方法，是基于为直箱梁的设计计算。例如设计者设计弯曲箱梁时，一般将同样直线箱梁设计弯矩增大5%~20%。

1975年，AASHTO 采用了指导规范。指导规范中包括的要求，是从这里列出的许多分析和试验研究发展而来。参考文献中提供了注解，援引了形成指导规范基础的合适的详细技术报告。包括了用以发展专门设计要求的不完全的情报。

1974年和1975年，Oleinik 和 Heins 提出了参数的研究，其中提出对恒载和活载以直箱梁的分析并采用一个系数的方法，以确定弯曲箱梁的影响（弯矩等）的修正系数。也对确定恒载和活载弯曲应力和畸变翘曲应力的关系提出了方程式。或许更为重要的是给出一个用表，提供在不同半径和受弯应力下所需的横隔板数量，以保证畸变应力在容许范围内。建议所使用的方程式限制在半径——长度比等于或大于1.0的梁。参数研究所使用的方法是以有限差分法求解微分方程。

1974年，Komatsu 等对开口和闭合截面箱梁提出了一个基于抗扭和抗弯刚度之比进行设计的建议。这个方法从曲梁桥的平面的形状半径、中心角和截面特征—也即抗弯和抗扭刚度，来研究应力和变形的特点。将曲梁桥与具有同样跨长和横截面形式的直线梁桥相比较，计算挠度增大系数，并用以计算应力。

1970年，Tung 和 Funtain 提出了一个弯曲钢箱梁的近似扭转分析法。基本的假定是：(1) 对称横截面；(2) 每支座的支承线是径向的；(3) 板厚与其宽度相比是微小的；而板宽与跨长相比也是微小的；(4) 设置适当的横隔板，以防止横截面畸变；和(5) 不考虑翘曲应力。在此法中，受弯和扭转分析分别进行研究。用拉直曲梁至其全部展开长度的计算方法确定弯矩和竖向剪力。扭转分析除采用共轭梁方法外，以相似的方法进行。对于扭矩的分析，直线共轭梁承受的与力矩半径比成正比的分布荷载，和沿跨径伸展方向施加的分布扭矩。为确定扭转角，直线共轭梁承受与力矩半径比、抗弯、抗扭刚度比成正比的分布荷载和沿跨径伸展方向施加的分布扭矩。对于简支梁，准确性取决于受弯、中心角和抗弯抗扭刚度比。此法也适用于分析连续曲梁。弯曲连续梁分析的准确性取决于下列因素：(1) 抗弯、抗扭刚度比；(2) 全梁的总中心角；(3) 每根单梁的中心角；和(4) 支座处提供的扭转约束。根据大量的研究，建议：(1) 每跨的中心角不应超过 30° ；(2) 平均抗弯抗扭刚度比不应超过2.5；和(3) 全梁的中心角不应超过 90° ，而且仅当所有支座对扭矩是嵌固时。这里叙述的方法被命名为力矩一半径比的M/R法。

正在进行的研究

1977年，有11个组织，7个大学和4个政府机构进行了弯曲钢箱梁桥的研究。

在美国，Maryland 大学的研究方向为：(1) 影响线表；(2) 荷载分布系数；和(3) 弯曲箱梁桥适用于生产的设计（分析）计算机程序。此外，为弯箱建立最佳的混凝土浇筑顺序。Lehigh 大学正在进行弯曲钢桥杆件的疲劳研究，包括研究热处理的影响、腹板的细长比和内横隔板在整个结构性能中的作用，正在研究弯曲钢箱的容许应力集中和允许应力范围。这项工作也包括了极限强度性能的研究。

美国以外的几个大学，正在积极地进行改进弯曲钢箱梁桥设计的研究。加拿大 McGill 大学开始进行弯曲箱形桥响应的总体研究。日本的大阪市大学正在进行弯曲箱梁的模型研

究，以探讨内横隔板的加劲作用。在土尔其安卡拉中本技术大学，正在进行带有支撑的开口钢箱截面的分析，包括支撑和在受弯和扭转综合作用下的开口薄壁箱的研究。苏格兰 Dundee 大学的研究工作者正在进行箱梁关于承受车辆荷载下翼缘平面内稳定性研究。在威尔士大学学院正在用节点节段法进行弯曲箱梁桥的分析和制定设计标准。

政府机构正在进行的弯曲钢箱梁桥的研究，包括加里福尼亚和纽约的运输部正在推导箱梁荷载的分布公式。纽约州完成了一座运营中的连续箱梁桥的现场试验。新西兰中央实验室正在研究偏心加载条件下的弯曲箱梁模型分析。捷克斯洛伐克的土木工程研究院正在用石膏模型研究箱梁的扭转应力。

很明显，大量关于弯曲钢箱梁桥的性能、分析和设计的研究已经或正在进行。但是，仍存在一些有待研究的课题。

将来需要进行的研究

弯曲箱梁工作委员会认为，应进行下列领域的补充研究。

已进行了大量关于直线箱梁极限荷载设计标准的研究。然而，适用于曲梁极限荷载设计标准的数据较少。将早已展开或已完成的研究，予以合乎逻辑的延伸，是对极限荷载设计标准的发展。

在一些弯曲箱梁桥的详细设计中已对将来研究的几个补充领域提出了建议。扭转稳定是与弯曲箱梁设计有关联的一个特有的设计问题。需改进对腹板、翼缘或全截面的加劲单元。需识别支撑截面面积中的局部应力。箱梁拼接板联接的改进和剪切联接件标准的发展，也有利于设计工作者。将来研究的另一领域包括发展抗疲劳的细部。也许应更经常地使用螺栓。如使用予制板的标准得到发展，将可减少现场工作。也需研究采用支撑弯曲工字梁形成等效的弯曲箱梁的可能性。确定翘曲作用的简化技术是必需的。同样，在弯曲箱梁情况下还不完全了解剪滞现象和发生的有效翼缘宽度以及平均应力。这些结构的动力响应需作为补充领域去研究，并发展一种方法予计其性能。最后，需发展适应 AASHTO 桥梁规范的改进的设计标准。这可能以适合于使用的标准，在荷载和抗力格式中提出。

结 论

1969年以前，对探索平面弯曲钢箱梁桥性能的研究进行的很少。自1969年以来，由予加 CURT 计划的大学和 Maryland 大学、加里福尼亚大学进行了许多有关弯曲箱梁桥的研究。研究工作者发展了足以予测结构功能的计算机程序分析技术。然而，补充的工作是还要把计算机程序转换为适用于设计的程序。极少的设计辅助用表可供设计者使用。很明显，至今进行的研究需综合成实用的设计方法。虽然对弯曲工字梁和箱梁桥的设计采用1976年的 AASHTO 过渡性的桥梁规范，但许多箱梁设计回复到用直线箱梁设计规范。需进行补充工作以进一步提示这个规范。

译自“Journal of the Structural Division” Vol. 104 ST11 1978年11月

弯曲工字梁桥的设计建议

目前，在公路桥和立体交叉中越来越多地采用水平弯曲梁，这就要求进一步改善这种桥梁结构的分析方法和设计标准。迄今为止，在确定弯桥体系的工作状况方面已经做了大量的分析和试验研究，但对这些研究成果并未做综合归纳，所以在弯梁的设计中也无法采用它们。

本文旨在提出一个综合性的弯曲工字钢梁桥设计指南，以供讨论。这在一定程度上能够满足上述要求。联邦公路管理局，美国运输部和几个州的公路局在弯桥设计方面进行了一些研究，本设计指南便是这些研究的主要成果。

本设计指南包括弯曲工字梁桥的暂行规范。美国州公路和运输工作者协会（AASHTO）正在考虑将此规范纳入《公路桥梁标准规范》中。因此，暂行规范中条款的序号同1969年的AASHTO标准规范以及1972年的暂行规范中的序号是一致的。本文只列出与现行的AASHTO直梁规范差别较大的弯梁条款，所以，文中的条款序号有间断。

本文还将对提出的弯曲工字梁规范进行评论，指出它们的理论和实践根据。评论包括各种现有的计算机程序和弯曲工字梁桥系统的分析方法。此外，还提出了适合初步设计的简化分析方法。

文中最后两部分概述了目前正在进行的研究项目和工字梁弯桥和箱梁弯桥今后需要进行的研究。读者自然会注意到，今后大量的研究将与箱梁弯桥有关。

暂行规范摘要

A. 弯曲工字梁

1.7.142 (B) 冲击

作用在桥梁上的荷载所产生的动力影响（包括离心力），应该用1.2. 12条款中给出的冲击系数来计算。

1.7.143 设计理论

(A) 概述

应对整个结构进行系统分析，分析中要考虑各个构件的荷载分布。如果桥梁的半径是这种情况，它每一跨所对的中心角小于表1.7.143 (A) 新给出的值，在确定纵向构件的主弯矩时可不考虑曲率影响。

(B) 扭转

纵向构件间必须设中间横隔梁或横构件，以便将在任何横断面处产生的内部扭转分散到每一个单独的构件上去。

表 1.7.143 (A) 设计理论值

梁数	单跨角度	二跨以上角度
2	2°	3°
3或4	3°	4°
5以上	4°	5°

(C) 不均匀扭转

任何考虑纵向弯曲构件中由于不均匀扭转(或称翼缘侧向弯曲)而产生法向应力的合理方法都可做为分析的基础。所有的弯桥设计,甚至中心角小于1.7.143 (A) 条款中给出的值的弯桥设计都要考虑这个影响。

1.7.149 允许的翼缘正应力

(A) 受压

受压翼缘的宽厚比不应超过公式 $b/t = 4,400/\sqrt{F_y}$ 得出的值。受压翼缘中的平均正应力 f_b 不应超过

$$f_b = 0.55 F_y \left[1 - \frac{\left(\frac{1}{r'}\right)^2 F_y}{4\pi^2 E} \right] P_B P_w' \quad (a)$$

其中

$$P_B = \frac{1}{1 + \frac{l}{R} \frac{l}{b}} \quad (b)$$

$$P_w = \frac{1}{\left(1 - \frac{f_w}{f_b}\right) \left(1 - \frac{l/b}{75}\right)} \quad (c)$$

或者

$$P_w = \frac{0.95 + \frac{1}{b}}{30 + 8,000 \left(0.1 - \frac{l}{R}\right)^2} \quad (d)$$

其中 t —横构件或横隔梁之间的无支承压翼缘的长度(以英寸为单位);

R —梁腹曲率半径(英寸);

$r' = \sqrt{b^2/12}$ —受压翼缘绕腹板平面轴的旋转半径(英寸);

b —受压翼缘宽度(英寸);

f_w/f_b —横隔梁处由不均匀扭转(翼缘侧向弯曲)引起的翼缘端应力同翼缘中计算的弯曲应力之比;如果 f_w 等于远离曲率中心翼缘端上的压力,该比率应为正,如果 f_w 等于离曲率中心较近翼缘端上的压力,该比率应为负。如果 f_w/f_b 为正,方程式 (c) 和 (d) 中给出的

表 1.7. 149A 容许应力的弯曲折减系数 $P_B P_w$

I/R	f_w/f_b	l/b										
		7	8	9	10	12	14	16	18	20	22	24
0.008	0.50	0.74	0.75	0.75	0.75	0.75	0.76	0.76	0.76	0.77	0.77	0.77
	0.25	0.84	0.84	0.85	0.85	0.85	0.85	0.86	0.86	0.87	0.87	0.87
	0.00	0.95	0.94	0.93	0.93	0.93	0.90	0.89	0.87	0.86	0.85	0.84
	-0.25	0.77	0.77	0.76	0.76	0.75	0.75	0.74	0.73	0.73	0.72	0.72
	-0.50	0.65	0.65	0.65	0.65	0.64	0.64	0.64	0.63	0.63	0.63	0.63
	0.010	0.50	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74	0.75	0.75
0.014	0.25	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
	0.00	0.93	0.93	0.92	0.91	0.89	0.88	0.86	0.85	0.83	0.82	0.81
	-0.25	0.76	0.76	0.75	0.73	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.70	0.69
	-0.50	0.64	0.64	0.64	0.63	0.63	0.63	0.62	0.61	0.61	0.61	0.60
	0.018	0.50	0.72	0.72	0.72	0.72	0.71	0.71	0.71	0.71	0.70	0.70
	0.25	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.79
0.022	0.00	0.91	0.90	0.89	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80	0.78	0.76	0.75
	-0.25	0.74	0.74	0.73	0.72	0.71	0.69	0.68	0.67	0.66	0.65	0.64
	-0.50	0.63	0.63	0.62	0.61	0.60	0.60	0.59	0.58	0.57	0.56	0.56
	0.026	0.50	0.71	0.70	0.70	0.70	0.69	0.69	0.68	0.67	0.67	0.66
	0.25	0.80	0.79	0.79	0.79	0.78	0.78	0.77	0.77	0.76	0.76	0.75
	0.00	0.89	0.87	0.86	0.85	0.82	0.82	0.78	0.76	0.74	0.72	0.70
0.030	-0.25	0.72	0.71	0.71	0.69	0.68	0.66	0.65	0.65	0.63	0.62	0.61
	-0.50	0.61	0.60	0.60	0.59	0.58	0.57	0.56	0.55	0.54	0.53	0.52
	0.034	0.50	0.69	0.69	0.68	0.68	0.67	0.60	0.60	0.64	0.64	0.63
	0.25	0.78	0.78	0.77	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73	0.73	0.72	0.71
	0.00	0.87	0.85	0.83	0.82	0.79	0.76	0.74	0.72	0.69	0.67	0.65
	-0.25	0.71	0.70	0.68	0.67	0.65	0.64	0.62	0.60	0.59	0.57	0.56
0.040	-0.50	0.60	0.59	0.58	0.57	0.56	0.54	0.53	0.52	0.51	0.51	0.49
	0.040	0.50	0.68	0.67	0.67	0.66	0.65	0.64	0.63	0.62	0.61	0.60
	0.25	0.77	0.76	0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70	0.69	0.68
	0.00	0.85	0.85	0.81	0.79	0.76	0.73	0.71	0.68	0.66	0.64	0.62
	-0.25	0.69	0.68	0.65	0.65	0.65	0.61	0.59	0.57	0.56	0.54	0.53
	-0.50	0.58	0.57	0.56	0.55	0.54	0.52	0.51	0.49	0.48	0.47	0.46
0.050	0.50	0.67	0.65	0.65	0.65	0.64	0.62	0.61	0.60	0.60	0.59	0.58
	0.25	0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.69	0.68	0.67	0.66	0.66
	0.00	0.83	0.81	0.79	0.77	0.74	0.70	0.63	0.63	0.63	0.60	0.53
	-0.25	0.67	0.66	0.65	0.63	0.61	0.59	0.56	0.55	0.53	0.51	0.50
	-0.50	0.57	0.56	0.55	0.54	0.52	0.50	0.48	0.47	0.46	0.45	0.43
	0.060	0.50	0.62	0.61	0.60	0.59	0.57	0.56	0.54	0.53	0.52	0.50
0.060	0.25	0.70	0.69	0.68	0.67	0.65	0.63	0.61	0.60	0.59	0.58	0.55
	0.00	0.74	0.71	0.69	0.67	0.63	0.59	0.56	0.53	0.50	0.48	0.45
	-0.25	0.60	0.58	0.57	0.55	0.52	0.49	0.46	0.44	0.42	0.40	0.39
	-0.50	0.51	0.49	0.48	0.47	0.44	0.42	0.40	0.38	0.37	0.35	0.34
	0.070	0.50	0.60	0.59	0.58	0.57	0.55	0.53	0.52	0.50	0.49	0.48

P_w 的较小值应用在方程式 (a) 中。如果 f_w/f_b 为负, 应将方程式 (c) 代入方程式 (a) 求 P_w 。在任何情况下, 受压翼缘端的最大总应力 ($f_w + f_b$) 都不应超过 $0.55F_y$ 。

应该用联接翼缘两端的两个弯矩中较大的一个和该处的相应 f_w 值计算方程式 (a) 中的允许应力。

下列附加规则适用: (1) $|f_w/f_b| \leq 0.5$ (在最大弯曲应力点); (2) $l/b \leq 25$; (3) $l/R = 0.1$ 。方程式 (b), (c), (d) 中得出的 $P_B P_w$ 乘积在表 1.7.149A 中给出。1.7.1 条中对连续梁或悬臂梁的允许弯曲应力可按内支承点上负弯矩的比例提高 20% 的规定不适用于弯梁。

对于由组合混凝土板连续支承的受压翼缘, 方程式 (a) 给出的允许应力不适用。在上述情况下, 翼缘端的最大总应力 ($f_w + f_b$) 不应超过 $0.55F_y$ 。

(B) 拉力

受拉翼缘端的总应力 ($f_w + f_b$) 不应超过 $0.55F_y$ 。

1.7.150 允许的腹板剪应力

弯梁腹板中计算的平均剪应力不应超过 $F_V = 0.33F_y$ 。

1.7.151 腹板厚度

续 表

I/R	f_w/f_b	I/b									
		7	8	9	10	12	14	16	18	20	24
0.070	0.25	0.68	0.67	0.66	0.64	0.62	0.60	0.59	0.57	0.56	0.52
	0.00	0.70	0.68	0.65	0.63	0.58	0.54	0.51	0.48	0.45	0.43
	-0.25	0.57	0.55	0.53	0.51	0.48	0.45	0.43	0.40	0.38	0.37
	-0.50	0.48	0.47	0.45	0.44	0.41	0.39	0.37	0.35	0.33	0.22
	0.50	0.59	0.57	0.56	0.55	0.53	0.52	0.50	0.49	0.48	0.47
	0.25	0.66	0.65	0.64	0.62	0.60	0.58	0.57	0.55	0.51	0.48
	0.00	0.67	0.64	0.61	0.59	0.54	0.51	0.47	0.44	0.42	0.37
	-0.25	0.55	0.52	0.50	0.48	0.45	0.42	0.39	0.37	0.35	0.33
	-0.50	0.46	0.44	0.43	0.41	0.38	0.36	0.34	0.32	0.30	0.28
	0.50	0.57	0.56	0.55	0.53	0.51	0.50	0.48	0.47	0.46	0.44
0.080	0.25	0.65	0.63	0.62	0.60	0.58	0.56	0.55	0.51	0.47	0.41
	0.00	0.64	0.61	0.58	0.56	0.51	0.47	0.44	0.41	0.38	0.34
	-0.25	0.52	0.50	0.48	0.46	0.42	0.39	0.37	0.34	0.33	0.29
	-0.50	0.44	0.42	0.40	0.39	0.36	0.34	0.31	0.30	0.28	0.27
	0.50	0.57	0.56	0.55	0.53	0.51	0.50	0.48	0.47	0.46	0.44
0.090	0.25	0.63	0.61	0.60	0.58	0.56	0.54	0.51	0.47	0.44	0.41
	0.00	0.61	0.58	0.55	0.53	0.48	0.44	0.41	0.38	0.36	0.32
	-0.25	0.50	0.48	0.45	0.43	0.40	0.37	0.34	0.32	0.30	0.27
	-0.50	0.42	0.40	0.38	0.37	0.34	0.31	0.29	0.28	0.26	0.24
	0.50	0.56	0.54	0.53	0.52	0.50	0.48	0.46	0.45	0.44	0.42
0.100	0.25	0.61	0.59	0.57	0.56	0.53	0.51	0.48	0.44	0.41	0.40
	0.00	0.59	0.56	0.53	0.50	0.45	0.42	0.38	0.36	0.33	0.29
	-0.25	0.48	0.45	0.43	0.41	0.38	0.35	0.32	0.30	0.28	0.27
	-0.50	0.40	0.38	0.37	0.35	0.32	0.30	0.28	0.26	0.24	0.23
	0.50	0.54	0.52	0.51	0.49	0.47	0.45	0.44	0.43	0.41	0.40