管理科学与工程经典译丛

OPERATIONS RESEARCH: AN INTRODUCTION

运筹学导论

(第9版·基础篇)

哈姆迪·A·塔哈(Hamdy A. Taha)著　刘德刚　朱建明　韩继业　译

MANAGEMENT SCIENCE AND ENGINEERING CLASSICS

PEARSON

中国人民大学出版社

PEARSON

MANAGEMENT SCIENCE AND ENGINEERING CLASSICS 管理科学与工程经典译丛

管理科学与工程经典译丛

OPERATIONS RESEARCH: AN INTRODUCTION

运筹学导论

（第9版·基础篇）

哈姆迪·A·塔哈（Hamdy A. Taha） 著

刘德刚 朱建明 韩继业 译

中国人民大学出版社

·北京·

图书在版编目（CIP）数据

运筹学导论：第9版. 基础篇／（美）塔哈著；刘德刚，朱建明，韩继业译. —北京：中国人民大学出版社，2014. 3
（管理科学与工程经典译丛）
ISBN 978-7-300-18988-8

Ⅰ. ①运… Ⅱ. ①塔… ②刘… ③朱… ④韩… Ⅲ. ①运筹学 Ⅳ. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第038722号

管理科学与工程经典译丛
运筹学导论（第9版·基础篇）
哈姆迪·A·塔哈 著
刘德刚 朱建明 韩继业 译
Xunchouxue Daolun

出版发行	中国人民大学出版社		
社　　址	北京中关村大街31号	**邮政编码**	100080
电　　话	010－62511242（总编室）		010－62511770（质管部）
	010－82501766（邮购部）		010－62514148（门市部）
	010－62515195（发行公司）		010－62515275（盗版举报）
网　　址	http://www.crup.com.cn		
	http://www.ttrnet.com（人大教研网）		
经　　销	新华书店		
印　　刷	三河市汇鑫印务有限公司		
规　　格	185 mm×260 mm　16开本	**版　　次**	2014年4月第1版
印　　张	23.5 插页1	**印　　次**	2014年4月第1次印刷
字　　数	532 000	**定　　价**	55.00元

译者序

运筹学起源于 20 世纪第二次世界大战期间, 是一门应用性很强的学科。1938 年, 英国皇家空军部门成立了一个从事作战研究的科学家小组, 小组的科学家把他们的研究工作称为 “operational research” (“operation” 在军事术语中意为 “作战”)。这是 “运筹学” 一词最早出现于文献的时间。第二次世界大战中, 英军几乎每一个大的指挥部都成立了这种运筹研究小组。之后, 美国和加拿大的军事部门也成立了若干运筹研究小组 (美国称这种研究工作为 “operations research”)。他们广泛地研究有关战果评价、战术革新、技术援助、战略选择和战术计划等问题。第二次世界大战期间, 英、美、加等国军事部门的运筹研究小组的工作为同盟国战胜德、意、日等轴心国做出了卓越的贡献。对于此后的人类社会的科学进程而言, 极其重要的是, 这些科学家的集体工作和智慧开创了一门崭新的学科 —— 运筹学。

体现运筹学思想和方法的某些早期的先驱性的研究工作, 可以追溯到 20 世纪初。例如, 1908 年丹麦工程师埃尔朗 (Erlang) 关于电话的话务理论是运筹学中排队论的起源; 1916 年英国的兰彻斯特 (Lanchester) 关于战斗模型的方程是军事运筹学早期的一项重要成果; 1939 年苏联数学家坎托罗维奇 (Kantorovich) 在《生产组织与计划中的数学方法》一书中, 开创性地提出线性规划, 并研究了工业生产的资源合理利用和计划等问题, 这一卓越贡献使他在 1975 年获得了诺贝尔经济学奖; 基本的博弈均衡的思想可追溯到 1838 年库尔诺 (Cournot) 的文章, 1913 年德国的策梅洛 (Zermelo) 提出了抽象战略博弈的数学模型, 1928 年冯 · 诺伊曼 (von Neumann) 提出了二人零和博弈的解的一般理论。这些是关于博弈论的早期的研究。上述这些先驱性成就对后来运筹学的发展有着深远的影响。

第二次世界大战后, 美国等国家的军事部门保留和调整了运筹研究小组, 人员编制得到了扩大, 运筹学有了新的发展。1949 年, 美国成立了著名的兰德公司 (RAND)。与此同时, 许多运筹学工作者从军方转入企业、大学或政府部门。在新的更多的领域中, 运筹学的应用研究和理论研究迅速得到了蓬勃发展, 多年来它已为欧美等地创造了数以亿计的社会财富。

简言之, 运筹学的研究对象是现实世界中的运行系统, 这些运行系统的设计和运转受到管理人员的决策的影响和作用。运筹学创造出一些理论 (包括数学模型) 和方法, 被用来描述和分析运行系统的现象、性质及其变化, 以寻求影响和作用于运行系统的设计与运转的最有效 (最优) 的决策, 发挥有限资源的最大效益, 使运行系统达到总体最优的目标。

半个世纪以来, 运筹学在研究解决各种复杂的实际问题的过程中得到创新和发展, 新模型、新理论和新方法不断涌现。今天, 它已成为一个庞大的学科, 包括线性的和非

线性的、连续的和离散的、确定性的和不确定性的等许多分支。运筹学的基本方法中有数学方法、统计学方法、模拟 (仿真) 方法、计算机科学方法等, 其中各种优化方法处于非常重要的地位。

由于运筹学的非凡价值, 许多国家的大学的运筹学系、管理科学系、经济学系、工业工程系、系统科学系、数学系、计算科学系等早已开设关于运筹学及其分支学科的课程。我国的情况也大致如此。为满足不同院系专业的学生学习运筹学的需要, 应该有一本关于运筹学的基础教科书。在国外关于运筹学基础的诸多教材中, 哈姆迪 · A · 塔哈所著的《运筹学导论》是非常优秀的一本。塔哈是美国阿肯色大学工业学院工业工程教授、世界知名运筹学家。《运筹学导论》自 1968 年初版以来, 经过多次修订与扩充, 如今已推出第 9 版。该书被世界上多所大学用作运筹学基础教材, 已有西班牙文、日文、俄文、土耳其文、印尼文等多种译本。

本书共有 21 章和 2 个附录, 另外有其他 5 章和 3 个附录放到了网上 (http://www.pearsonhighered.com/taha)。书中内容涉及: 线性规划、运输问题、网络问题、目标规划、整数规划、动态规划、库存问题、非线性规划等确定性运筹分支, 以及概率动态规划、概率库存问题、排队系统、马尔可夫决策过程、决策分析、博弈论、模拟问题、预报问题等随机性运筹分支。这些内容涵盖了今天运筹学所研究的大部分重要问题。另外, 第 9 版在前一版的基础上专门增加了启发式算法和 TSP 问题及求解方法的介绍, 并在线性规划部分增加了计算软件的内容, 这些都反映了运筹学的最热点问题。第 9 版的主要特色在于: (1) 重视运筹学基本知识的讲解, 但对一些问题也作了较深入的分析, 以满足不同读者的需要。(2) 突出实用性。各章通过实际问题的求解来导出运筹问题的数学模型, 这既凸显出该运筹问题的实际背景, 也便于读者学习如何进行建模。网上的第 26 章 "案例分析" 详细地介绍了 15 个实际应用案例, 附录 E 收录了近 50 个应用例子。塔哈教授精心收集和分析的这些实例来源于许多领域: 工业、商业、金融、社会、体育、娱乐, 等等。(3) 计算方法与软件相结合。全书使用教学辅助软件 TORA、软件包 Excel 及 AMPL 等, 读者可以利用这些软件工具对所学的模型和计算方法进行计算和检验。

在我国, 运筹学基础类图书的读者众多, 但公认的优秀教材仍然偏少。2012 年中国人民大学出版社邀我们翻译《运筹学导论》(第 9 版), 既反映出我国对优秀运筹学教材的巨大市场需求, 也体现了中国人民大学出版社对发展我国运筹学教育的重视。由于原书篇幅宏大, 翻译版分成基础篇和提高篇两册出版, 每册可用作一个学期的教材。原书提供的部分习题答案, 也对应相关的章节分别放在两册的末尾。读者现在看到的基础篇是有关确定性优化的内容, 包括线性规划和整数规划的系统理论和算法, 共 10 章。需要说明的是, 虽然翻译版对原书章节作了调整, 但网上文件保持原状。为方便读者查找, 我们保留了原有的文件序号, 未作更改, 敬请读者留意。

翻译中难免有疏漏和翻译不妥之处, 敬请读者给予指正。

刘德刚

于中科院数学与系统科学研究院

第 9 版更新说明*

本书第 9 版对教材内容和软件支持都做了进一步精简, 旨在重点突出求解算法, 以及运筹学技术的实际运用。

• 在新增的 3.7 节中, 本书首次概要性地介绍了如何运用商业化优化软件 (如 CPLEX, EPRESS) 求解不同的线性规划算法 (单纯形法、对偶单纯形法、修正单纯形法、内点算法), 以获得求解大规模问题所需的计算速度和解的精确性。

• 新增第 10 章, 介绍了不同的启发式算法和现代启发式算法, 用于对整数规划问题和组合优化问题找到较好的近似解。研究启发式算法的主要目的是, 解决精确算法从计算的角度上讲表现不佳的问题。

• 新增第 11 章, 专门讨论重要的旅行商问题。本章内容包括旅行商问题的各种应用问题, 并介绍了精确算法和启发式求解算法。

• 新增的第 10 章和第 11 章中的所有算法都采用了 Excel 编程, 便于实现这些模型的交互式数值实验。

• 将关于 AMPL 模型的所有详细内容移至附录 C, 和该附录介绍的 AMPL 句法规则放在一起, 本书中多处引用了这些模型。

• 全书增加了许多新的运筹学问题。

• 更新了 TORA 软件。

• 为适当控制纸质书的篇幅, 将有些内容 (包括有关 AMPL 的附录) 放在网上。

致　谢

我首先要感谢 Yahya Fathi 教授 (NCSU)、Marc E. Posner 教授 (The Ohio State University)、Charu Chandra 教授 (University of Michigan, Dearbon)、Yaser Hosni 教授 (University of Central Florida)、M. Jeya Chandra (Pann State University) 和 Manbir Sodhi 教授 (University of Rhode Islan), 他们对本书进行审阅并提出了重要意见。

对很多朋友和同事多年来一贯的支持, 我一直感恩在心, 他们是: John Ballard (University of Nebraska Linchln)、David Elizandro (Tennessee Tech University)、Rafael Gutiérrez (University of Texas El Paso)、José Pablo Nuño del la Parra (Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla)、June-Fa Tsai (National Taipei University of Technology)。

我还要向培生出版社的编辑制作人员表达我衷心的谢意, 感谢他们在本书出版期间所提供的帮助。

哈姆迪 · A · 塔哈

hat@uark.edu

* 由于原书篇幅宏大, 翻译版分成基础篇和提高篇两册出版。此为作者基于原书给出的更新说明, 其中的 "第 10 章"、"第 11 章" 对应的是《运筹学导论 (第 9 版 · 提高篇) 》的第 2 章、第 3 章, 敬请读者留意。—— 译者注

目 录

第 1 章

什么是运筹学

1.1 简　介

最早的运筹学 (operations research, OR) 工作出现在第二次世界大战时期, 当时有一批英国的科学家着手研究如何运用科学方法进行决策, 以最佳地利用战时的资源。战后, 对军事作战中提出的这些运筹学思想进行了改进, 使之也能在民用领域用来提高工作效率和生产力。

本章介绍运筹学的基本术语, 包括数学建模、可行解、最优化和迭代算法等。本章强调, 对问题给出正确的定义是运用运筹学最重要 (也是最困难) 的一步。本章还强调, 虽然数学建模是运筹学最基本的工作, 但在最终决策时还必须考虑到一些无形的 (不能定量化的) 因素 (如人的行为)。本书介绍了各种应用实例, 有解题的例子, 也有各章的习题。特别是网上的第 26 章, 全部是专门精心编写的案例分析。

1.2 运筹学模型

设想你有一项工作任务, 需要在五周内完成, 其间要往返于费耶特维尔 (FYV) 与丹佛 (DEN) 之间。每周一你都要乘飞机从费耶特维尔出发, 周三返回。普通的往返机

票价格是 400 美元, 但如果机票所载的往返时间跨越周末, 可以享受 20% 的票价折扣。不论去程还是回程, 一张单程机票的价格是普通往返机票的 75%, 那么, 你该如何购买这五周的机票呢?

可以把这个例子看作一个决策问题, 要求解这个问题需要回答三个提问:

(1) 有哪些可能的**决策方案** (alternatives)?

(2) 是在什么**限制条件** (restrictions) 下作出这个决策的?

(3) 评价这些方案的**目标评判标准** (objective criterion) 是什么?

考虑三种可能的决策方案:

(1) 购买 5 张普通的 FYV-DEN-FYV 往返机票, 每周一出发, 周三返回。

(2) 购买 1 张 FYV-DEN 的单程机票和 4 张跨越周末的 DEN-FYV-DEN 往返机票, 再买 1 张 DEN-FYV 单程机票。

(3) 先购买 1 张第一周周一出发、最后一周周三返程的 FYV-DEN-FYV 往返机票, 再买 4 张 DEN-FYV-DEN 往返机票, 这一方案中所有机票都至少跨越一个周末。

对这些方案的限制条件是: 你必须每周一从 FYV 出发, 并在本周的周三返回。

评价所提出各种方案的一个明显的目标评判标准就是购买这些机票的总费用, 花费最少的方案最佳。针对以上三种方案, 我们有:

$$\text{方案 1 的费用} = 5 \times 400 = 2\ 000\ (\text{美元})$$

$$\text{方案 2 的费用} = 0.75 \times 400 + 4 \times (0.8 \times 400) + 0.75 \times 400 = 1\ 880\ (\text{美元})$$

$$\text{方案 3 的费用} = 5 \times (0.8 \times 400) = \mathbf{1\ 600}\ (\text{美元})$$

因此, 你应该选择方案 3。

虽然上述例子表明了运筹学模型的三个主要的构成部分, 即决策方案、目标评判标准和限制条件, 但在对每个部分进行详细构造时会遇到各种各样的情况。为了说明这一点, 我们考虑用一段长度为 L 英寸的电线来围成一个矩形, 要使这个矩形的面积最大, 它的长和宽各应该取多少呢?

与购买机票的例子不同的是, 现在这个例子中的可能方案数不是有限个, 因为矩形的长度和宽度可能有无限多个值。为了把这个问题用公式表示出来, 我们把长度和宽度定义成两个连续的 (代数) 变量, 用来标记该问题的所有可能方案。

令

$$w = \text{用英寸表示的矩形长度}$$

$$h = \text{用英寸表示的矩形宽度}$$

根据这些定义, 问题的限制条件可以描述为:

(1) 矩形长度 + 矩形宽度 = 电线长度的一半

(2) 长度和宽度不能为负值

这些限制条件可用代数形式表示为:

(1) $2(w + h) = L$

(2) $w \geqslant 0, h \geqslant 0$

现在剩下的部分就是问题的目标了, 即让矩形的面积最大。令 z 为该矩形的面积, 则整个模型就变为:

$$\max z = wh$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}2(w+h)=L\\ w,h\geqslant 0\end{cases}$$

这个模型的最优解为 $w=h=L/4$, 它要求构造的是一个正方形。

基于前面的两个例子, 一般的运筹学模型可以用下面的通用格式描述:

max 或 min **目标函数**
s.t. **约束条件**

这个模型的解如果满足所有的约束条件, 则称它是**可行的** (feasible), 如果既是可行的, 又取得了目标函数的最佳 (最大或者最小) 值, 则称它是**最优的** (optimal)。在购机票的例子中, 该问题提出了三种可行的方案, 第三个方案得到了最优解。而在构造矩形的例子中, 可行方案必须满足条件 $w+h=L/2$, w 和 h 取非负值。这样就产生了无穷多个可行解, 与购机票问题不同的是, 这一最优解是通过微积分方法求出的。

虽然运筹学模型是要在一组约束条件下, 使得某一具体的目标评判标准达到 "最优", 但它所得出的解的质量取决于模型对实际问题刻画的完全性。以购机票问题为例, 假如我们不能找出购买机票的所有方案, 那么所得到的解只相对于所选模型是最优的。具体而言, 假如方案 3 没有包括在模型中, 那么所得到的 "最优" 解就是用 1 880 美元来购买这些机票, 这只是一个**次优的** (suboptimal) 解。我们的结论是: 一个模型的 "最优" 只表明对这个模型是最好的, 只有当这个模型恰当地表达了实际问题时, 它的解对于实际问题才是最优的。

习题 1.2①

1. 在购买机票的例子中, 找出第四个可能的方案。

2. 在构造矩形的例子中, 找出两个可行解, 并计算哪一个更好。

3. 求构造矩形问题的最优解。(提示: 利用约束方程表示单变量的目标函数, 然后用微积分求解。)

4. 艾米、吉姆、约翰和凯利正站在一条河的东岸, 想划木筏到河的西岸。木筏每次最多能坐两个人, 艾米身体最棒, 她能在 1 分钟内划过河, 而吉姆、约翰和凯利分别需要用 2 分钟、5 分钟和 10 分钟。假如有两个人在木筏上, 过河时间按照速度较慢的人的用时计算。目标是用尽可能短的时间让这四个人都到达河的对岸。

(a) 找出至少两种可行的过河方案 (记住, 木筏是唯一的交通工具, 而且不允许放空船)。

(b) 定义用于评价各方案的评判标准。

*(c) 把四个人都渡到对岸的最短时间是多少?

*5. 在棒球比赛中, 吉姆当投手, 乔是击球队员。假设吉姆可随机投出快球或曲线球, 如果乔能够正确地判断出一个曲线球, 他就能保持 0.5 的平均击中率, 否则, 假如吉姆投出一个曲线球, 而乔按照快球来准备, 他的平均击中率就会下降到 0.2。另一方面, 如果乔正确地判断出快球, 他能达到 0.3 的平均击中率, 否则, 他的击中率仅为 0.1。

① 题序前有星号 (*) 表示书末的附录 A 中给出了该题的答案。

(a) 针对上述情况, 找出可能的方案。

(b) 给出该问题的目标函数, 并讨论它和我们熟悉的对某一评判指标的最优化 (最大化或最小化) 有什么不同。

6. 在建造一幢房子时, 共有 6 根 24 英尺长的地板龙骨, 每根都必须切割成 23 英尺长的成料, 切割龙骨的操作步骤如下:

操作步骤	所需时间 (秒)
(1) 把龙骨放置到锯床上	15
(2) 量出所需的长度 (23 英尺)	5
(3) 标画出圆锯切割线	5
(4) 把龙骨切割成所需的长度	20
(5) 把切好的龙骨堆放到指定的区域	20

这项作业需要 3 名工人操作: 两名装料工必须同时操作第一步、第二步和第五步, 一名切割工负责第三步和第四步操作。共有两对锯床, 待锯的龙骨放在上面准备切割, 每对锯床最多可并排放置 3 根龙骨。请给出切割这 6 根龙骨的一种较好的工序安排方案。

7. 一个 (二维的) 金字塔按四层建造: 最底层有 (等距离的) 4 个点, 即点 1、点 2、点 3、点 4; 上一层有 3 个点, 即点 5、点 6、点 7; 再上层有 2 个点, 即点 8 和点 9; 最顶层有点 10。你想通过移动这些点, 将金字塔倒过来 (使底层有 1 个点, 顶层有 4 个点)。(a) 找出两个可行解。(b) 求需要将金字塔倒过来的最小移动数。①

8. 你有四根链子, 每根由三小节链环组成。你需要将这四根链子接起来做成一条手链。打开一节链环的费用是 2 美分, 而接上一节需要 3 美分。(a) 找出两个可行解, 并计算费用。(b) 求制作这条手链的最低费用。

9. 一块矩形板上有 11 行 9 列个小方块, 按 1~99 编号, 每个小方块背后标有奖金数额, 从 0 到 20 美元不等。用这块板子做一个游戏, 要求参与者先选择任意一个两位数, 然后从选择的数中减去该数两个个位数字的和, 根据得到的结果选中一个小方块, 参与者可以根据选中的小方块获得背后的奖金额。若要让参与者得到的奖金最少 (不管这个游戏重复多少次), 我们该如何赋值这 99 个小方块背后的奖金额? 为了让这个游戏有吸引力, 不允许对所有的小方块都赋值 0。

1.3 运筹学模型的求解

在运筹学中, 我们并没有一种万能的技术能求解出现实中可能出现的所有数学模型, 恰恰相反, 数学模型类型的多样性和复杂程度的差异性决定了求解方法迥异的特性。例如在 1.2 节中, 为求出购票问题的解, 只要对各方案按照机票总费用排序就行了, 而对于构造矩形问题的求解, 就需要利用微积分来确定最大的面积。

线性规划 (linear programming) 是最常用的运筹学技术, 专门用于带有线性目标函数和约束函数的模型。其他方法还有**整数规划** (integer programming) (变量取整数值)、

① 第 7 题和第 8 题引自 Bruce Goldstein, *Cognitive Psychology: Mind, Research, and Everyday Experience*, Wadsworth Publishing, 2005。

动态规划 (dynamic programming) (其中初始模型可分解成多个较小的子问题)、**网络规划** (network programming (问题可以刻画成一个网络), 以及**非线性规划** (nonlinear programming) (模型的函数是非线性的)。还有许多其他的运筹学方法。

大多数运筹学技术的一个特性是, 问题的解常常不是通过某种 (像解析式一样的) 闭形式 (closed forms) 得到的, 而是利用某些**算法** (algorithm) 求出的。算法提供一些固定的计算规则, 利用它反复对问题进行计算, 每次重复计算 (称为**迭代** (iteration)), 使得到的解向最优解逐步靠近。由于每次迭代的计算往往是类似的, 计算量又大, 因此这些算法都必须在计算机上运行。

有些数学模型可能非常复杂, 利用已有的最优化算法也无法求出最优解。在这种情况下, 可能必须放弃寻找最优解, 这就需要利用某些**启发式算法** (heuristics/metaheuristics) 或某些经验方法, 找到一个较好的解。

1.4　排队模型和模拟模型

排队和模拟用于研究等待队列, 它们不属于最优化技术, 而是用来度量等待队列的性能, 例如队列中的平均等待时间、服务的平均等待时间以及服务设施的利用率等。

排队模型利用概率论和随机模型对等待队列进行分析, 模拟则是通过模仿实际系统的行为, 来估计这些性能指标。从某种意义上讲, 模拟可以被认为是观察实际系统的一种次好的方法。排队和模拟之间的主要差别在于, 排队模型是纯数学的, 因此不得不服从于具体的假设, 这就限制了它们的应用范围, 模拟则非常灵活, 可用来分析任何实际的排队情形。

模拟的使用也并非没有缺点, 建立模拟模型的过程既费时又费力, 此外, 即使在速度最快的计算机上运行模拟模型, 通常也很慢。

1.5　建模的艺术

1.2 节中所建的示例模型是对实际情况的真实表达, 这在运筹学中是很少出现的, 因为在大多数应用问题中, 通常都涉及 (不同程度的) 各种近似。图 1—1 表示运筹学建模过程中表现出的抽象水平。我们把注意力放在控制实际系统行为的主要变量上, 从真实情况中抽象出假定的实际系统。这样的模型以某种可处理的方法, 表达出代表这个假定的实际系统行为的数学函数。

为了说明建模中的不同抽象水平, 我们列举 Tyko 制造公司的例子。该公司生产各种塑料制品, 当一份生产订单下达到生产部门时, 必要的原材料要从公司的库存中获得或从外面购买, 完成批量生产以后, 销售部门负责向客户分销这些产品。

在对 Tyko 公司的情况进行分析时, 要面对的一个问题是决定生产批量的大小。那么, 如何用模型来表达这个问题呢?

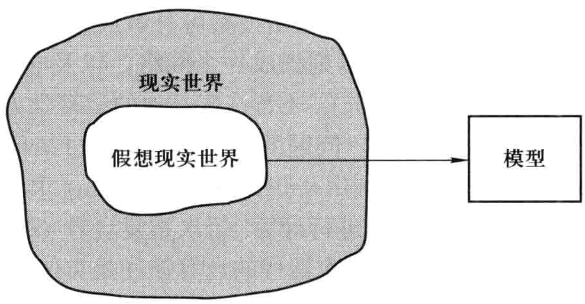

图 1—1 建模中的抽象水平

考察整个系统后, 我们发现有许多变量都可以直接用来表示生产水平, 下面是按照部门分类的一部分变量:

(1) 生产部门: 用现有机器、工人工作时间、半成品库存量以及质量控制标准表示的生产能力。

(2) 原材料部门: 现有原材料库存量、采购供货安排、库存限量。

(3) 销售部门: 销售预测、分销网能力、广告促销能力和竞争效果。

在这些变量中, 每一个都影响着 Tyko 公司的生产量水平, 要想在这些变量与产量水平之间建立起明确的函数关系并非易事。

第一个抽象水平需要定义假定实际系统的边界, 通过仔细分析, 我们可以用两个主要变量来近似描述实际系统:

(1) 生产率;

(2) 消费率。

计算生产率要用到生产能力、质量控制标准以及现有原材料等变量, 消费率则可以利用与销售部门有关的变量算出。本质上, 从现实世界到假想现实世界的简化, 是通过把多个现实世界变量 "简化" 成某个单一的假想现实世界变量来实现的。

这样, 从假想现实世界抽象出一个模型就比较容易了。利用生产率和消费率, 就可以建立起库存剩余或不足的度量, 从而建立起抽象出来的模型, 用来平衡库存过剩或库存短缺所引起的冲突成本, 使得库存的总费用达到最少。

1.6 仅有数学是不够的

由于运筹学模型是一种数学模型, 因此经常有人会认为, 运筹学的运用总是要根植于数学分析。虽然数学建模是运筹学的基石, 但我们首先应该运用一些简单的方法。在一些情况下, 通过简单的观察就能得到某个 "常识性" 的解。实际上, 大多数的决策问题总是会受到人的因素的影响, 对人类心理的研究可能成为解决问题的关键。这里我们举三个例子来说明这一观点:

(1) 针对某大型办公楼里电梯服务太慢的抱怨, 运筹学小组一开始觉得这是一个等待队列问题, 可能需要利用数学的排队论分析或模拟方法来解决。在对产生抱怨的

人们的行为进行研究以后, 小组里的心理学专家提议, 在电梯口安装一些落地镜子。不可思议的是, 这些抱怨随之消失了, 因为人们在等待电梯时只顾着照镜子。

(2) 一个美国、加拿大联合专家小组用排队论对英国某大机场值机柜台的实际情况进行研究和分析。建议在适当位置放置一些指示牌, 以便让离登机时间不足 20 分钟的紧急旅客可以直接排到队首, 申请即刻办理登记手续。但这一解决办法并不奏效, 因为大部分旅客是英国人, 他们 “习惯于非常严格地遵守排队纪律”, 因此不愿意插到其他排队旅客的前面。

(3) 在印度的某钢铁厂, 先用铁矿石炼出钢锭, 然后用钢锭制造钢条和钢梁。管理人员注意到, 钢锭从生产出来到运送至下一个生产环节 (制成最终产品), 要花费很长的时间。理想情况下, 为了降低重新加热的成本, 应该让钢锭在离开熔炉后立即用于钢梁的制造。一开始, 这个问题被看成是一个生产线均衡问题, 为解决这个问题, 要么减少钢锭的产量, 要么提高制造过程的能力。运筹学小组利用简单的图表把每天三班期间炼炉的产量进行汇总, 分析发现, 即使第三班从晚上 11 点开始工作, 大部分的钢锭仍是在早上 2 点 $\sim$ 7 点生产出来的。进一步调查还发现, 第三班工人喜欢在刚接班时多休息一会儿, 因此造成了早班产量的下降。最终, 问题的解决方案是, 让第三班工人在整个工作期间的钢锭产量变得 “均衡”。

从上述例子中, 我们可以得出三个结论:

(1) 在着手构造复杂的数学模型之前, 运筹学专家应该探讨能否用 “突破常规” 的思路来解决问题。通过安装镜子来解决电梯问题利用的是人们的心理而不是数学建模的方法, 与数学模型可能给出的建议相比, 这一方法更加简单, 也更加经济。这也是运筹学小组中通常要有来自非数学领域的 “外来” 专家 (如电梯问题例子中的心理学专家) 的原因, 第二次世界大战期间, 英国的第一个运筹学小组提出并贯彻了这一观点。

(2) 解决问题要考虑的关键是人而不是技术。在解决方案中不考虑人的行为, 是注定要失败的。尽管对英国机场问题的数学求解方案可能是完全正确的, 但专家小组并不了解美国人和英国人之间的文化差异 (美国人和加拿大人往往不那么讲究礼数), 因此导致所建议的解决方案不能实现。

(3) 在运用运筹学解决某个问题之前, 不应先入为主地认定要使用某个具体的数学工具, 而应先弄清楚使用这个数学工具是否合理。例如, 不能因为线性规划是一种成功的技术, 就倾向于用它对任何情况进行建模。随意使用某种方法会导致所建立的数学模型偏离实际, 因此必须首先对已有的资料加以分析, 尽可能采用最简单的技术 (例如, 平均值、图表等), 以抓住问题的源头。一旦对问题作出了准确的定义, 就可以决定使用最合适的求解工具。① 在钢铁厂问题中, 关于钢锭生产的简单图表对于弄清情况是有利的。

① 在弄清是否合理之前就决定采用具体的数学模型, 显然是本末倒置。这让我想起了一个故事, 说的是有位经常坐飞机的旅客, 很偏执地想象飞机上可能有恐怖袭击炸弹, 还计算了这种事件发生的概率。虽然这个概率非常小, 但还是不能消除他的忧虑。从那以后, 他乘飞机时总是在自己的行李箱里携带一枚炸弹, 因为根据他的计算, 飞机上有两枚炸弹的概率几乎为零。

1.7 运用运筹学的几个步骤

运用运筹学解决实际问题需要团队精神, 需要运筹学分析人员和客户共同努力。运筹学分析人员在建模方面的专业技能必须与客户的经验及合作结合起来, 以针对客户的问题开展研究。

作为决策的工具, 运筹学既是一门科学, 更是一门艺术。说它是一门科学, 是因为它体现了数学技术的优点; 说它是一门艺术, 是因为成功地实现数学模型求解的每一个步骤, 大都取决于运筹学小组的创造性和经验。维勒曼 (Willemain, 1994) 认为, "有效的运筹学的实际应用不仅仅需要定量分析的能力, 还需要对所用技术的判断力 (比如什么时候以及如何使用某项具体的技术), 需要与人沟通以及组织生存方面的技巧"。

对于这些无形的因素, 很难规定具体的 (类似于数学模型的精确原理所叙述的) 做法, 但我们还是能够对如何在实践中运用运筹学提出一些通行的指导原则。

在实践中运用运筹学的主要步骤包括:

(1) 问题定义;

(2) 模型构造;

(3) 模型求解;

(4) 模型验证;

(5) 解决方案实施。

其中, 第 3 步 "模型求解" 的内容最明确, 也是在运用运筹学解决实际问题中最容易实现的, 因为这一步骤主要是针对特定的数学模型, 而其他步骤的实现更多地是一门艺术, 而不是一种理论。

问题定义涉及确定所研究问题的范围, 这项工作需要运筹学小组全体成员共同完成, 以找出这个决策问题的三个要素: (1) 描述可能的决策方案; (2) 确定问题的目标; (3) 指出建模的系统运行中的限制条件。

模型构造要求把问题的定义转化成数学关系。如果产生的模型恰好是某种标准的数学模型, 比如线性规划, 我们通常可以利用已有的算法去求出一个解。反之, 如果数学关系太复杂而求不出解析解, 就可能要简化模型并使用启发式方法, 或者考虑模拟的方法。在某些情况下, 就像网上第 26 章的案例分析中展示的那样, 还需要将数学的、模拟的以及启发式的模型相结合, 来求解一个决策问题。

模型求解是所有运筹学步骤中最简单的, 因为它只需要利用一些成熟的最优化算法。模型求解步骤中一个最重要的内容是进行灵敏度分析, 其目的是了解当模型参数发生某些改变时, 最优解会有怎样的表现。尤其当模型的参数无法准确估计时, 更需要做灵敏度分析, 在这种情况下, 最优解在所估计参数的邻域内的表现是非常重要的。

模型验证是为了检查所提出的模型是否体现了真正的意图, 也就是说, 模型能否充分预知所研究系统的行为。从一开始, 运筹学小组就应该确信, 这个模型的输出不会出现 "意外情形", 换句话说, 要考虑以下问题: 得出的解是合理的吗? 这些结果在直观上是可接受的吗? 正式地讲, 检查一个模型是否正确的一般方法是: 把模型的输出结

果与历史的输出数据进行比较, 如果在相似的输入条件下, 模型合理地重现了过去的情形, 则这个模型就是正确的。但一般情况下, 我们并不能保证未来会继续重复过去的行为。此外, 因为你的模型通常是基于对历史数据的仔细分析, 所以所做的比较往往令人满意。假如所提出的模型表达的是一个 (从未出现过的) 新系统, 没有现成的历史数据, 在这种情况下, 我们可能将模拟作为一种独立的工具, 来检验数学模型的输出结果的正确性。

实施一个经过正确性检验的模型的解, 需要把得到的结果转换成能让人明白的操作指令, 下达给所研究的系统的管理人员。这项任务主要是由运筹学小组来完成的。

1.8　关于本书

莫里斯 (Morris, 1967) 提出: “讲授模型并不等同于讲授建模。”《运筹学导论》的作者在为第 9 版修订做准备时就注意到了这句话的含义, 并努力收集一些实际的模型来介绍运筹学中的建模艺术。由于运筹学中计算的重要性, 本书讨论了理论算法是如何在商业计算机软件中实现的, 介绍了各种计算工具, 从教学辅助软件 TORA 到商业化的软件包 Excel, Excel Solver, 以及 AMPL。

运筹学既是一门艺术, 也是一门科学, 即对问题进行描述和建模的艺术, 以及利用 (精确的) 数学算法来求解这些模型的科学。运筹学的第一课应该让学生充分了解和懂得这两个方面都很重要, 这会给运筹学的使用者提供某种信心。假如我们的授课一味地集中在运筹学的艺术方面, 认为只要有了计算机, 运筹学的使用者就不需要弄清这些求解算法是怎么回事了, 则通常会令使用者丧失信心。

通过学习公开发表的实际案例, 能提高运筹学建模和计算方面的能力。为了在这方面为读者提供帮助, 网上的第 26 章收集了 15 个精心编写和详细分析的案例, 涉及本书中介绍的大部分运筹学模型。在网上附录 E 中, 还给出了大约 50 个生活中的应用实例。在杂志和其他出版物中, 也可以找到更多的案例研究。特别是由美国运筹与管理科学学会 (INFORMS) 出版的 *Interfaces*, 介绍了各种运筹学应用实例。

参考文献

Altier, W., *The Thinking Manager's Toolbox: Effective Processes for Problem Solving and Decision Making*, Oxford University Press, New York, 1999.

Checkland, P., *Systems Thinking, System Practice*, Wiley, New York, 1999.

Evans, J., *Creative Thinking in the Decision and Management Sciences*, South-Western Publishing, Cincinnati, 1991.

Gass, S., “Model World: Danger, Beware the User as a Modeler,” *Interfaces*, Vol.20, No.3, pp.60-64, 1990.

Morris, W., “On the Art of Modeling,” *Management Science*, Vol.13, pp.B707-B717, 1967.