

offcn 中公·考研



考研数学专项决胜 微积分快速通关

(数学三适用)

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会◎编著

购书

**三重
大礼**

1. 1160元名师在线课程
2. 1880元YY在线课程
3. 海量增值资料下载

世界图书出版公司

offcn中公·考研

考研数学专项决胜

微积分快速通关

(数学三适用)

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会◎编著

世界图书出版公司
北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

考研数学专项决胜·微积分快速通关 / 全国硕士研究生入学统一考试研究委员会编著.—北京:世界图书出版公司北京公司,2014.2

数学三适用

ISBN 978-7-5100-7576-6

I. ①考… II. ①全… III. ①微积分-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 026501 号

考研数学专项决胜·微积分快速通关(数学三适用)

编 著: 全国硕士研究生入学统一考试研究委员会

责任编辑: 夏 丹 张海芳

装帧设计: 中公教育图书设计中心

出 版: 世界图书出版公司北京公司

出 版 人: 张跃明

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(地址:北京朝内大街 137 号 邮编:100010 电话:64077922)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 三河市宇通印刷有限公司

开 本: 850 mm×1168 mm 1/16

印 张: 14.5

字 数: 278 千

版 次: 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷

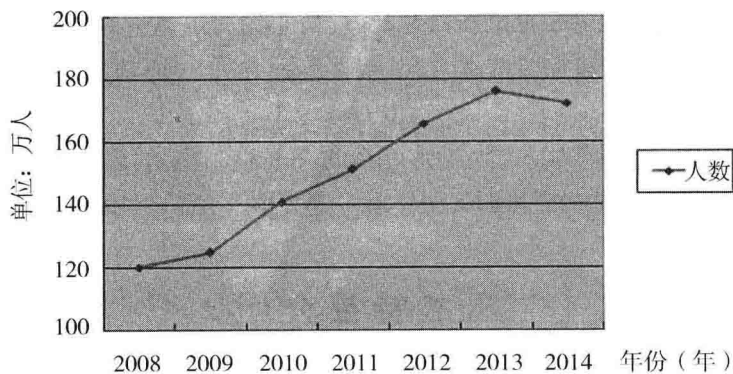
ISBN 978-7-5100-7576-6

定 价: 32.00 元

版权所有 翻印必究

专项深度复习 数学一次通关

近几年,全国硕士研究生入学统一考试竞争日趋激烈,2008年全国硕士研究生入学统一考试共有120余万考生,历经短短6年的时间,截至2014年报考人数就已经攀升到172万人。与“考研热”持续升温紧密伴随的必然是竞争的日趋激烈与备考难度的逐年上升,而初试作为考研这场战争的第一场战役,自然是广大考生的兵家必争之地。作为考研三大公共科目之一,考研数学的分数直接决定了初试总分的高低。因为,相对于其他两门公共课,考研数学对总分贡献的权重更大。因此,基础扎实、综合应用能力较强的考生更容易通过数学拉开差距,确立优势,为冲刺理想的高校奠定基础。



2008年~2014年研究生入学考试报考人数统计图

那么,如何备考才能取得数学高分?这就要求考生对考研数学的命题规律、考查方向和试题特点有准确的把握,对考研数学所要求的知识有高度的认识与理解。而要实现上述目标,就必须经过深度的专项复习与训练。为此,我们精心编写了“考研数学专项决胜”系列丛书,包括《考研数学专项决胜·高等数学快速通关(数学一、二适用)》《考研数学专项决胜·微积分快速通关(数学三适用)》《考研数学专项决胜·线性代数快速通关》《考研数学专项决胜·概率论与数理统计快速通关》。

本系列丛书严格按照教育部制定的最新考研数学大纲要求和最新精神编写,力求为考研学子带来最全面的考试复习内容和最高效的学习方法。

丛书结构说明

本系列丛书以独特的视角建立完善的理论体系和方法体系,内容通俗易懂、浑然一体。丛书分册的每章均由以下七个部分构成:

学习提要 提纲挈领地总结本章的主要内容,根据历年考试中命题特点指明本章知识点在考试中的重要程度,详细说明各章的复习目标,分析本章的重点、难点以及与其他章节的联系,并给出合理的备考建议。

■ 考试要求 ■ 与最新考研数学大纲中的考试要求完全对接,并对数一、数二、数三考试大纲不同的地方进行详细批注,更有针对性。其中,以上标“①”“②”“③”的形式标示数一、数二、数三单独测查的考点,让考生明确复习方向及复习重点,做到有的放矢。

■ 读图记考点 ■ 将大纲中所有考点以框架图的形式呈现,方便考生从宏观把握关键考点及考点的内在联系。依据大纲中“了解”“理解”“掌握”等不同程度的要求进行标记,其中要求“了解”的考点不标记,要求“理解”的考点标记“☆”,要求“掌握”和“会”的考点标记“★”,考生通过读图的形式,轻轻松松记考点。

■ 核心知识全解 ■ 从最基础的角度切入,对大纲所要求的概念、性质、定理、公式进行了全面的呈现和解析,完全契合大纲,无超纲和脱纲内容;对相似点进行对比,对易错点进行标注,注重知识点之间的衔接关联,既细致深入,又突出要点。

■ 经典题型与方法技巧 ■ 精选经典例题,按照题型进行科学归类,通过典型例题的分析解读,洞悉考试命题规律,总结考试应对策略。方法技巧部分点出了题目涉及的考点、解题思路、注意事项等,帮助考生做到举一反三,掌握同类题型的解题方法和技巧。

■ 本章同步练习题 ■ 编者根据最新命题动向,精心编写了适量的同步练习题,以便考生能通过系统的解题训练,更好地理解 and 掌握基本内容、基本解题方法,全真模拟历年考题,达到巩固、强化与提高的目的。

■ 同步练习题答案解析 ■ 同步练习题的答案和解析清晰简洁,思路明确,过程深入浅出,助力考生提高解题速度和准确性。有些题目的解法注重一题多解,帮助考生拓展思路,累积方法。

丛书特色介绍

特色一 重视基本概念和基本运算

相对于其他学科,考研数学更加重视对基本概念的理解和基本运算的掌握,每年都有很多考生在最基础的问题上丢分。鉴于此,本套丛书更加注重对知识点精确的阐述和清晰的解释,对重要的概念、性质和定理都从不同侧面帮助考生进行理解。

特色二 重视知识体系的系统搭建

考研数学考查的是考生在数学应用中的综合能力,需要考生系统把握学科知识体系,综合运用所学基本知识分析问题、解决问题。因此,考生不能仅仅满足于对单一考点的逐个把握,更重要的是要掌握知识点之间的联系,建立总体的知识框架。因此,在“读图记考点”部分,编者对考点进行了精准解析和系统梳理。同时,在“核心知识全解”部分,除了讲解核心考点之外,更加注重对知识点之间结合点的阐释,力求为考生呈现一个清晰、完整的逻辑知识体系,为综合运用打好基础。

特色三 重视思想方法的归纳和总结

本书在每一节中都有对本部分考点的解析和方法技巧的总结,并且对所有例题的重要思想方法进行归类,帮助考生把握题目中各个知识模块间的内在联系,并掌握相应的解题思路。通过不断积累解题经验和归纳方法技巧,考生在考试中能更快地找到解题的切入点。

特色四 重视复习效果的测查

本书在每一章的最后,有针对本章主要内容和考点精选的习题,使考生保持足够的训练量,提高

考生解题的熟练度和准确度。所选习题附在各章之后,考生可通过独立解题,熟悉基本概念、基本理论和基本方法在解题过程中的应用;还可对照答案解析,查找错误原因和存在的薄弱环节,及时调整复习侧重点。

本系列丛书是考研应试者的良师益友,也是各类院校的学生自学数学、提高数学水平和教师进行教学辅导的极有价值的参考书。殷切期待广大读者对丛书提出宝贵意见,促进我们更快成长,让丛书更好地帮助广大考生。

全国硕士研究生入学统一考试研究委员会

二〇一四年五月于北京

目录

contents

第一章 函数、极限、连续

学习提要	1
考试要求	1
读图记考点	2
核心知识全解	3
一、函数	3
(一) 函数的概念及表示法	3
(二) 函数的性质	3
(三) 常见函数	4
二、极限	5
(一) 极限的概念	5
(二) 极限的相关性质	5
(三) 极限存在准则	6
(四) 极限的四则运算法则	6
(五) 两个重要极限	6
(六) 无穷小、无穷大	6
三、连续	7
(一) 连续的概念	7
(二) 间断点及其类型	7
(三) 连续函数的性质	7
经典题型与方法技巧	8
一、函数	8
题型 1——利用函数的概念解题	8
题型 2——利用函数的性质解题	8
题型 3——常见函数的类型	9
二、极限	10
题型 1——数列极限	10

题型 2——函数极限	13
题型 3——用函数解数列极限	19
题型 4——含参数的极限问题	20
三、函数连续性与间断点	22
题型 1——函数的连续性	22
题型 2——间断点类型的判别	23
本章同步练习题	24
一、选择题	24
二、填空题	25
三、解答题	26
同步练习题答案解析	26
一、选择题	26
二、填空题	29
三、解答题	31

第二章 一元函数微分学

学习提要	35
考试要求	35
读图记考点	36
核心知识全解	37
一、导数与微分	37
(一)导数与微分的概念	37
(二)导数的计算	37
(三)求导法则与微分法则	38
(四)函数连续、可导与可微的关系	39
(五)一阶微分形式的不变性	40
二、微分中值定理	40
(一)罗尔定理	40
(二)拉格朗日中值定理	40
(三)柯西中值定理	40
(四)泰勒中值定理	40
三、导数的应用	40
(一)洛必达法则	40
(二)判断函数单调性	41

(三) 函数的极值与最值	41
(四) 函数的凹凸性、拐点及渐近线	42
(五) 函数图形的描绘	43
(六) 方程的根	43
(七) 几何应用:切线与法线	43
(八) 导数在经济学中的应用	44
经典题型与方法技巧	45
一、导数与微分	45
题型 1——导数概念的直接应用	45
题型 2——导数的计算	49
题型 3—— n 阶导数的计算	51
题型 4——函数连续、可导与可微的关系	54
二、微分中值定理	54
题型 1——罗尔定理	54
题型 2——拉格朗日中值定理	55
题型 3——柯西中值定理	57
题型 4——泰勒中值定理	57
三、导数的应用	59
题型 1——洛必达法则的应用	59
题型 2——判断函数的单调性	59
题型 3——求函数的极值与最值	60
题型 4——凹凸性、拐点及渐近线	62
题型 5——方程的根	65
题型 6——不等式证明	66
题型 7——几何应用:切线与法线	67
题型 8——经济应用	69
本章同步练习题	70
一、选择题	70
二、填空题	71
三、解答题	72
同步练习题答案解析	73
一、选择题	73
二、填空题	75
三、解答题	76

第三章 一元函数积分学

学习提要	83
考试要求	83
读图记考点	84
核心知识全解	85
一、不定积分	85
(一)原函数和不定积分的概念	85
(二)不定积分的性质	85
(三)不定积分的计算	85
二、定积分	87
(一)定积分的概念	87
(二)定积分的性质	88
(三)积分上限的函数	89
(四)定积分的计算	89
(五)定积分的应用	90
三、反常积分	92
(一)无穷积分	92
(二)瑕积分	92
经典例题与方法技巧	93
一、不定积分	93
题型1——不定积分的概念	93
题型2——不定积分的计算	94
二、定积分	98
题型1——定积分的概念和性质	98
题型2——定积分的计算	100
题型3——定积分的应用	104
三、反常积分	107
题型1——无穷积分	107
题型2——瑕积分	109
本章同步练习题	109
一、选择题	109
二、填空题	111
三、解答题	111
同步练习题答案解析	113

一、选择题	113
二、填空题	114
三、解答题	116

第四章 多元函数微积分学

学习提要	123
考试要求	123
读图记考点	124
核心知识全解	125
一、多元函数的相关概念	125
(一)多元函数的概念	125
(二)二元函数极限	125
(三)二元函数连续	125
二、偏导数	126
(一)偏导数的概念	126
(二)求导法则	126
(三)高阶偏导数	128
三、全微分	128
(一)全微分的概念	128
(二)全微分的计算	128
四、多元函数的极值与最值	129
(一)多元函数无条件极值	129
(二)多元函数条件极值	129
(三)多元函数的最值	129
五、二重积分	130
(一)二重积分的概念与性质	130
(二)二重积分的计算	131
(三)无界区域上简单的反常二重积分	131
经典题型与方法技巧	132
一、多元函数的相关概念	132
题型1——二元函数极限的相关问题	132
题型2——二元函数连续的相关问题	133
二、多元函数的偏导数	134
题型1——多元复合函数求一阶、二阶偏导	134

题型 2——多元隐函数求偏导的相关问题	135
三、多元函数全微分	138
题型 1——多元函数全微分的求解	138
题型 2——二元函数连续、偏导数与全微分间的关系	139
四、多元函数的极值与最值	140
题型 1——多元函数无条件极值问题	140
题型 2——多元函数条件极值问题	141
题型 3——多元函数的最值问题	142
五、二重积分	144
题型 1——二重积分的概念及性质	144
题型 2——二重积分的计算	145
题型 3——无界区域上的反常二重积分	149
本章同步练习题	150
一、选择题	150
二、填空题	152
三、解答题	152
同步练习题答案解析	153
一、选择题	153
二、填空题	155
三、解答题	157

第五章 无穷级数

学习提要	161
考试要求	161
读图记考点	162
核心知识全解	163
一、常数项级数	163
(一) 数项级数	163
(二) 正项级数	163
(三) 交错级数	164
(四) 常数项级数的性质	165
二、幂级数	166
(一) 幂级数的相关概念和性质	166
(二) 函数展开成幂级数	167

(三) 幂级数的运算法则	168
经典题型与方法技巧	168
一、常数项级数	168
题型 1——正项级数敛散性的判别	168
题型 2——交错级数敛散性的判别	171
题型 3——任意项级数敛散性的判别	172
二、幂级数	173
题型 1——求幂级数的收敛半径、收敛区间或收敛域	173
题型 2——幂级数展开	174
题型 3——幂级数求和	177
本章同步练习题	180
一、选择题	180
二、填空题	181
三、解答题	182
同步练习题答案解析	183
一、选择题	183
二、填空题	186
三、解答题	188

第六章 常微分方程与差分方程

学习提要	195
考试要求	195
读图记考点	196
核心知识全解	197
一、微分方程的相关定义	197
(一) 微分方程	197
(二) 微分方程的阶	197
(三) 常微分方程	197
(四) 微分方程的解, 通解	197
(五) 初始条件, 特解	197
(六) 齐次线性方程与非齐次线性方程	197
二、一阶微分方程	197
(一) 变量可分离的微分方程	197
(二) 齐次微分方程	198

(三)一阶线性微分方程	198
三、二阶常微分方程	198
(一)二阶线性微分方程解的性质及解的结构定理	198
(二)二阶常系数齐次线性微分方程	199
(三)二阶常系数非齐次线性微分方程	199
四、一阶差分方程	200
(一)差分与差分方程	200
(二)一阶常系数线性差分方程	200
五、微分方程求解简单的经济应用问题	201
(一)经济数学中的五大函数	201
(二)边际函数与弹性函数	201
经典题型与方法技巧	202
一、一阶微分方程	202
题型1——变量可分离的微分方程	202
题型2——齐次方程	203
题型3——一阶线性微分方程	204
二、二阶常微分方程	205
题型1——二阶常系数齐次线性微分方程	205
题型2——二阶常系数非齐次线性微分方程	206
三、一阶差分方程	208
四、微分方程求解简单的经济应用问题	209
本章同步练习题	210
一、选择题	210
二、填空题	211
三、解答题	211
同步练习题答案解析	212
一、选择题	212
二、填空题	214
三、解答题	215

第一章

函数、极限、连续

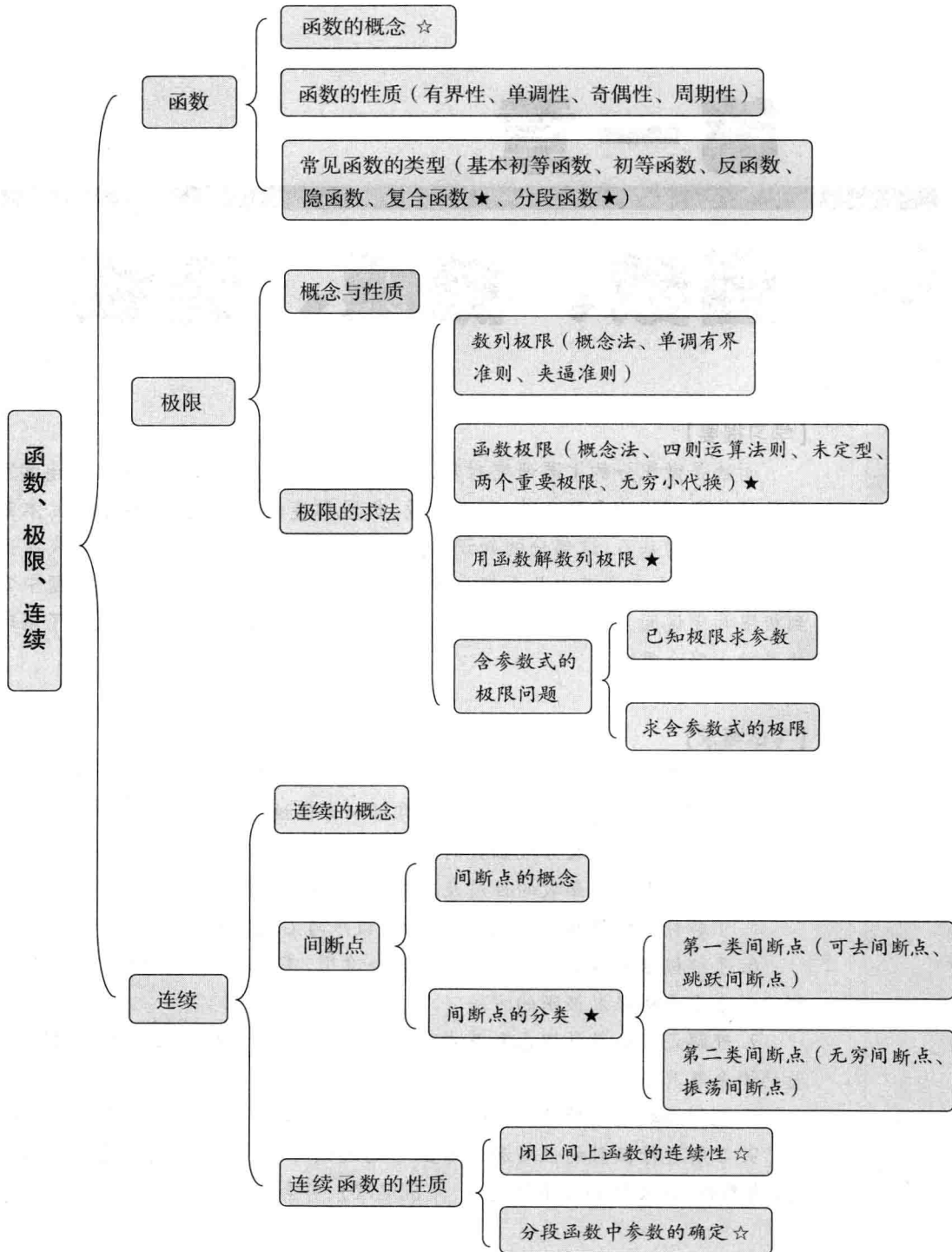
【学习提要】

函数是微积分的主要研究对象,极限是微积分的理论基础,函数的连续性是函数可导与可积的重要条件,所以函数、极限和连续都是微积分的基础.本章是学好微积分的基石,这部分的知识在考研真题中通常会出现两道小题或一道大题,且由于后面各章节中几乎都会涉及函数、连续的概念,并且在综合题中常用到极限和闭区间上连续函数的性质,因此考生在复习时要灵活掌握,在了解理论的基础上融会贯通.

【考试要求】

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.
5. 了解数列极限和函数极限(包括左极限与右极限)的概念.
6. 了解极限的性质与极限存在的两个准则,掌握极限的四则运算法则,掌握利用两个重要极限求极限的方法.
7. 理解无穷小量的概念和基本性质,掌握无穷小量的比较方法.了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.
8. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.
9. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

读图记考点



核心知识全解

一、函数

(一) 函数的概念及表示法

1. 函数的概念

设数集 $D \subset \mathbf{R}$, 则称映射 $f: D \rightarrow \mathbf{R}$ 为定义在 D 上的函数, 记为 $y = f(x), x \in D$. 其中 x 称为自变量, y 称为因变量, D 称为定义域.

2. 函数的表示法

函数的表示法有: 解析法, 列表法, 图象法.

(二) 函数的性质

1. 单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 $D, (a, b) \subset D$, 则

(1) 若对任意的 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$ (或 $f(x_1) > f(x_2)$) 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 上单调递增 (或单调递减);

(2) 若对任意的 $x_1, x_2 \in (a, b)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) \leq f(x_2)$ (或 $f(x_1) \geq f(x_2)$), 则称 $f(x)$ 在 (a, b) 上单调不减 (或单调不减).

判定方法: ① $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 作差后与 0 比较 (或 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 作商后与 1 比较); ② 使用结论: 可导函数 $f(x)$ 单调不减 (不减) 的重要条件是 $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$).

2. 有界性

(1) 若存在常数 M , 使 $f(x) \leq M, x \in D$, 则称 $f(x)$ 有上界;

(2) 若存在常数 m , 使 $f(x) \geq m, x \in D$, 则称 $f(x)$ 有下界;

(3) 若 $f(x)$ 既有上界又有下界, 则称 $f(x)$ 有界.

结论: ① $f(x)$ 有界的充要条件为存在常数 M , 使 $|f(x)| \leq M$; ② 闭区间上的连续函数一定有界 (有界性定理); ③ 函数有极限 (收敛) \Rightarrow 局部有界; ④ 有界是可积的必要条件 (可积一定有界, 反之不然).

3. 奇偶性

若 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数; 若 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数.

注: $f(x) - f(-x)$ 为奇函数; $f(x) + f(-x)$ 为偶函数.

结论: ① 若 $f(x)$ 为可积的奇函数, 则 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$;

② 若 $f(x)$ 为可积的偶函数, 则 $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$;

③ 若 $f(x)$ 为一般可积函数, 则 $\int_{-a}^a f(x) dx = \int_0^a [f(x) + f(-x)] dx$.

注: 当遇到积分的上下限互为相反数时, 应优先考虑利用被积函数的奇偶性, 以简化计算.

4. 周期性

若存在 $T \neq 0$, 使 $f(x + T) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数.