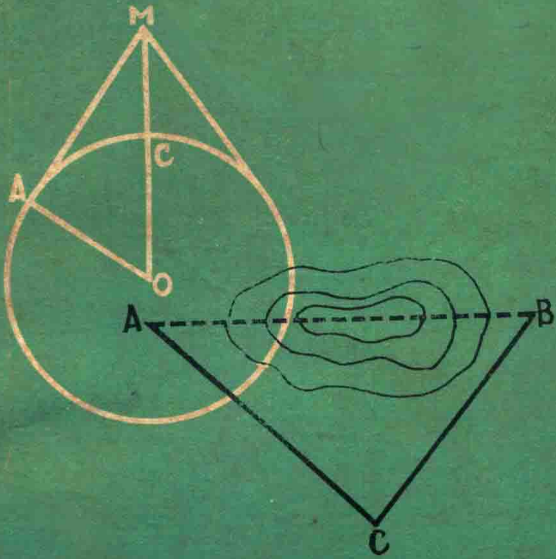

怎样列方程

周其恩

河南人民出版社

怎样列方程

周其恩

河南人民出版社出版
河南第一新华印刷厂印刷
河南省新华书店发行

1974年10月第1版　1974年10月第1次印刷
印数1—53,000册
统一书号 7105·52　定价 0.21 元

毛主席语录

教育必须为无产阶级政治服务，必须同生产劳动相结合。

分析的方法就是辩证的方法。所谓分析，就是分析事物的矛盾。

前　言

为了使数学这门基础课很好地为社会主义革命和社会主义建设服务，培养分析问题和解决问题的能力，除在学习数学课时注意结合实际，有意识地到三大革命运动中运用外，还要重视平时学习中解应用题，掌握解应用题的规律、方法和步骤，这对于参加生产实践或进一步学习是有益处的。

本书内容是结合中学数学教学，把常见的数学应用题分作六种类型（当然，各种类型问题之间是有联系的）。按各种类型问题中基本量之间的基本关系式，列举了105个例题，对每个例题进行了分析，在分析的基础上列出方程，并且指出了解各种类型问题时应注意的事项。

本书可供中学生、上山下乡知识青年阅读，也可供中学数学教师教学时参考。

因本人水平所限，书中缺点、错误是难免的，希望读者批评指正。

周　其　恩

1974年3月

目　　录

一　和、差、倍问题

这类问题比较简单，但问题是基本的、常见的，用处也是很广泛的。稍一回忆，便可知道，我们常常看到或听到下面的提法：增加、减少、提高、降低、多、少、和、差、倍等，是这类问题的关键词，这些词能够把题目中的量与量联系起来，构成一定的关系，由这些关系，便可列出方程。

（一）基本关系式

以甲、乙两个量为例，常有：

①甲比乙多A，（乙比甲少A）可建立等式：

甲$=$乙$+A$、甲$-A=$乙或甲$-$乙$=A$.

②甲是乙的A倍，可建立等式：

甲$=A\times$乙或$\frac{甲}{乙}=A$.

③甲是乙的A倍多B，可建立等式：

甲$=A\times$乙$+B$、甲$-B=A\times$乙或甲$-A\times$乙$=B$.

④甲是乙的A倍少B，可建立等式：

甲$=A\times$乙$-B$、甲$+B=A\times$乙或$A\times$乙$-$甲$=B$.

⑤甲比乙多A倍，可建立等式：

甲$=(1+A)\times$乙.

⑥甲增加（提高）A倍后等于乙，可建立等式：

甲$+A\times$甲$=$乙　即甲$\times(1+A)=$乙。在这里要注意，增

加A倍是指纯粹增加甲的A倍，加上原来的“甲”，这两个量(即甲和$A\times$甲)合在一起才等于乙，切勿写成$A\times$甲$=$乙。

⑦甲与乙的和等于a，甲与乙的差等于b（甲比乙大b），可建立等式：甲$+$乙$=a$，甲$-$乙$=b$.

（二）例题

例 1 在抗美援朝中，中朝人民并肩作战，共歼敌机12213架，其中击伤敌机比击落敌机多755架，求击落、击伤敌机各多少架？

解 在这个题目中共提出四个量：击伤敌机的数量、击落敌机的数量、共歼敌机的数量（12213 架）和击伤敌机比击落敌机多的数量（755 架）。其中有两个未知量，这两个未知量的关系用“共…”与“多…”（也就是“和”与“差”）表示出来了，根据这个关系便可列出方程。

设 击伤敌机x架，因“共歼敌机12213架”，所以击落敌机的架数为（$12213-x$）．根据“击伤敌机比击落敌机多755架”可列方程

$$x=12213-x+755.$$

或

设 击伤敌机x架，因“击伤敌机比击落敌机多755架”，所以击落敌机($x-755$)架。根据“共歼敌机12213架，可列方程

$$x+x-755=12213.$$

（设击落敌机x架，根据上面的方法同样可以列出方程）

或

设　击伤敌机 x 架，击落敌机 y 架。

根据“共歼敌机 12213 架”和“击伤敌机比击落敌机多 755 架”，可列出二元一次方程组

$$\begin{cases} x+y=12213, \\ x-y=755. \end{cases}$$

√**例 2**　某印刷厂在一九六七年一年里，印《毛泽东选集》1516万册，比该厂过去十七年印刷总数的11倍还多 9 万册，问该厂过去十七年总共印刷《毛泽东选集》多少万册？

解　这个题目中要求的量是“过去十七年总共印刷《毛泽东选集》”的册数，而这个量与已知量（1516万册）的关系是“1516万册比过去十七年印刷总数的11倍还多 9 万册”，所以

设　该印刷厂过去十七年总共印刷《毛泽东选集》x 万册，根据上述的关系可列出方程

$$11x+9=1516.$$

例 3　在甲乙两个容器中贮同量的酒精，若从甲容器中取出 3.4 公斤，从乙容器中取出 8 公斤，甲容器中所余的酒精比乙容器中所余的酒精多 2 倍，问两容器中原来各贮多少公斤酒精？

解　初看，题目中有两个未知量，但这两个量相等，所以只用一个字母代替就可以了。从两个容器中分别取出 3.4 公斤和 8 公斤后“甲容器中所余的酒精比乙容器中所余的酒精多 2 倍”。这里的“多 2 倍”意味着甲容器中所余酒精是

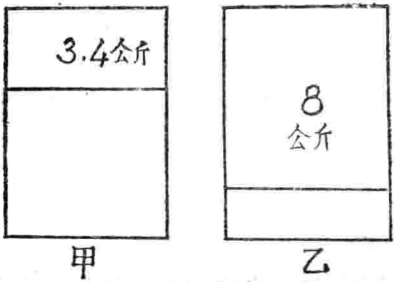

图 1

乙容器中所余酒精的(2+1)倍，而不是 2 倍。

设 甲乙两个容器中原来各贮酒精 x 公斤，则从甲容器中取出 3.4 公斤后所余的酒精为$(x-3.4)$公斤，从乙容器中取出 8 公斤后所余的酒精为$(x-8)$公斤。

根据上述的关系，可列出方程

$$x-3.4=(x-8)(2+1).$$

例 4 有甲乙两个粮仓，甲仓有米240吨，乙仓有米200吨，如果每日从甲仓中取出 8 吨米，而从乙仓中取出 12 吨米，问几天后，甲仓所余的米是乙仓所余米的 2 倍?

解 这个题与上题类似，因此可采取上题中所采取的基本思路，但这个题目稍复杂些。这里，不是一次从粮仓中取出一定数量的米，而是每日分别从甲、乙粮仓中取出米 8 吨和12吨。问的是，照这样取法，经过几天后“甲仓所余的米是乙仓所余米的 2 倍”，这后一句话就是列方程的依据。这里天数是未知量，但天数与米的吨数有直接关系。

设 x 天后，甲仓所余的米是乙仓所余米的 2 倍，则 x

天后，从甲、乙两个粮仓中所取出的米分别是 $8x$ 吨和 $12x$ 吨，则甲乙两仓分别余米为 $(240-8x)$ 吨和 $(200-12x)$ 吨，由余米的关系可列出方程

$$240-8x=2(200-12x).$$

例 5 水和酒精的混合溶液中，水是总量的$\frac{1}{5}$少 2 斤，酒精较总量的一半多32斤，求水和酒精在混合溶液中各有多少斤？

解 由题意可知，这个题目中有三个未知量：题中要求的有两个（水和酒精在混合溶液中的斤数），题中提到的"总量"也是未知的，这三个未知量之间的关系是"水是总量的$\frac{1}{5}$少 2 斤"和"酒精较总量的一半多 32 斤"（这里的"较"相当于"是"）。因为水和酒精都与"总量"有直接关系，所以只要求出"总量"，便可求出"总量"中水和酒精的含量。明显地，总量＝水在总量中的含量＋酒精在总量中的含量，根据这个关系便可列出方程。

因为水和酒精都可以直接用总量的代数式表示，所以用字母代替总量是比较合适的。

设 水和酒精的混合溶液的总量为 x 斤，则水在混合溶液中的含量是（$\frac{x}{5}-2$）斤，酒精在混合溶液中的含量是（$\frac{x}{2}+32$）斤，便可列出方程

$$x=\frac{x}{5}-2+\frac{x}{2}+32.$$

或

设 水和酒精在混合溶液中各有 x 斤和 y 斤，则混合溶液的总量为 $(x+y)$ 斤，根据所述的关系便可列出方程组

$$\begin{cases}\dfrac{x+y}{5}-2=x,\\[2ex]\dfrac{x+y}{2}+32=y.\end{cases}$$

例 6 一列火车装运一批货物，照过去的装法，每节车厢装15.5吨，那么装满列车后还有 4 吨装不下；改进装车方法后，每节车厢装16.5吨，那么装完这批货物后，列车上还可以再装 8 吨这种货物才能满，问这批货物有多少吨？

解 这个题目中，提到的量中有两个是未知的，即这一列火车的节数和这批货物的吨数。题中所说的“过去的装法”和“改进装车方法后的”装法，都不会改变车厢的节数和这批货物的吨数，而这“节数”和“吨数”之间的关系可由两种装法确定。如果我们用字母 x 代替这批货物的吨数的话，则根据“过去的装法”，每节车厢装15.5吨，那么装满列车后还有 4 吨装不下，可以得车厢节数 $=\dfrac{x-4}{15.5}$；而根据“改进装车方法后”的装法，即每节车厢装16.5吨，那么装完这批货物后还可以再装 8 吨，可得出车厢节数 $=\dfrac{x+8}{16.5}$，因车厢节数不变，便可列出方程。同样道理，如果用字母代替车厢节数，仍可根据两种装法得出方程，求出车厢节数，进而求出这批货物的吨数。

设 这批货物有 x 吨，

根据“原来的装法”和“改进装车方法后”的装法及车厢节数不变的道理，便可列出方程 $\dfrac{x-4}{15.5}=\dfrac{x+8}{16.5}$.

或

设　这列火车有 x 节车厢，

根据两种装法及这批货物不变的道理，可列出方程

$$15.5x+4=16.5x-8.$$

求出 x 值后，再把 x 的值代入上面方程中的左边或右边，便可得出这批货物的吨数，显然这个方程比较简单也容易解。

通过例 5 、例 6 可知，有时不一定用字母直接代替题中所要求的未知量作题时，要仔细分析，不要先写上用字母代替题中要求的量这一步，这是不恰当的，这样作有时不容易列出方程或列出的方程较繁杂。

二　运动学方面的问题

这里不是叙述全部运动学的问题，主要讲如何根据运动学中的某些公式（关系式）列方程，而不是象在学习运动学时，去推导、证明公式。这类问题中最基本的量有路程、速度、加速度和时间，要注意题目中所提到的这些量之间的关系，从而选择下面的等量关系列出方程。

（一）基本关系式

①这一类问题中最常用的是匀速运动中的一个基本概念：路程跟通过这段路程所用的时间的比叫做运动的速度。用等式表示上述的概念，是：

$$\frac{s}{t}=v \quad （s—路程，t—时间，v—速度）$$

由此可以得出 $s=v\cdot t$、$t=\frac{s}{v}$． 这三个等式是这类问题中最基本的关系式。

②两个匀速运动的物体在同一路程上相背而行、相向而行、同向而行。

a.两个运动物体相向而行和相背而行时，总路程、速度、时间之间的关系是：$s=v_1t_1+v_2t_2$（s—两个运动物体走过的路程和，v_1、v_2—分别为两个运动物体的速度，t_1、t_2—分别为两个物体运动所用的时间），如果所用的时间相

同，则上式为　　$s=(v_1+v_2)t$.

b.两个运动物体同向而行所通过的路程差(s')、速度、时间之间的关系为　　$s'=v_1t_1-v_2t_2$. ($v_1>v_2$)

如果时间相同，则上式变为：

$s'=(v_1-v_2)t$, ($v_1>v_2$)，或

$s'=(v_2-v_1)t$, ($v_2>v_1$).

③**船在河中运动**

这时有三个速度：一是船在静水中的速度(简称船速)，二是水流的速度（简称水速），三是船在河水中运行的实际速度（包括顺水速和逆水速）。这三者的关系是：

船顺水而下时，船实际运行的速度＝船速＋水速；

船逆水而上时，船实际运行的速度＝船速－水速。

④匀变速直线运动

在匀变速直线运动中：即时速度(v_t)、初速度(v_0)、加速度(a)和时间(t)之间的关系是$v_t=v_0+at$；当a为正时，为匀加速运动；当a为负时，为匀减速运动。

路程（用s表示）、初速度（用v_0表示）、时间（用t表示）、加速度（用a表示）的关系用下列公式表示：

$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$　　（a为正值时为匀加速运动；a为负值时，为匀减速运动。

对于自由落体运动和竖直上抛物体的运动，只要把a改为重力加速度g就是了。

⑤**抛体运动**

a.平抛物体的运动——水平的匀速直线运动和竖直向下的自由落体运动的合运动。

设　水平抛出物体的初速度为v_0，经过时间t，物体水平前进的距离s和竖直落下的距离h，由下面的公式表示：

$$s=v_0t,$$

$$h=\frac{1}{2}gt^2.$$

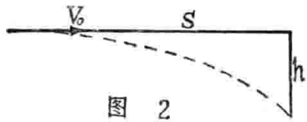

图　2

b.斜抛物体的运动——斜方向的匀速直线运动和竖直向下的自由落体运动的合运动。在解斜抛问题时又可以把斜抛初速度分解为水平分速度v_x和竖直分速度v_y，这样，就可以把斜抛物体的运动看成是以速度v_x的水平匀速运动和以速度v_y为初速度的竖直上抛运动的合运动。

设　斜抛物体的初速度为v_0，θ为抛射角，v_x、v_y和经过时间t，物体水平前进的距离s和离开地面的高度h，由下面的公式表示：

$$v_x=v_0\cos\theta,$$

$$v_y=v_0\sin\theta,$$

$$s=v_0\cos\theta\cdot t,$$

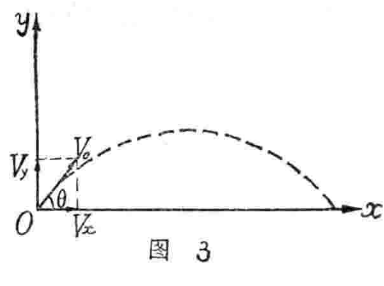

图　3

$$h=v_0\sin\theta\cdot t-\frac{1}{2}gt^2.$$

（二）例题

例 1　伟大的中国人民解放军在解放战争围歼某地蒋匪

军时，敌军增调距战斗地点 55 里的敌人进行垂死挣扎，同时，我距战斗地点75里的部队奉命增援，我军急行军的速度比敌人快一半，结果我军早到30分钟，全部歼灭了敌军，问我军增援部队急行军的速度是多少？

解　这个题目中给出了我军所行的路程（75里）和敌军所行的路程（55里），两者的速度虽然没有告诉，但告诉了“我军急行军的速度比敌人快一半”，这句话指的是我军的速度相当于敌军速度的$(1+0.5)$倍。如果用字母代替其中一个速度，则另一个便可以用这个字母的代数式表达出来，根据这类问题的最基本的关系式之一，$t=\frac{s}{v}$ 就可表示出我军和敌军各自走完自己的路程所用的时间，最后根据“我军早到30分钟”的条件列出方程。

设　敌军每小时走 x 里，则我军每小时走$(1+0.5)x$ 里，则敌军走完55里所用的时间为$\frac{55}{x}$小时；而我军走完75里所用的时间为$\frac{75}{(1+0.5)x}$小时，由此列出方程

$$\frac{75}{(1+0.5)x}+\frac{1}{2}=\frac{55}{x}.\quad (30\text{分}=\frac{1}{2}\text{小时})$$

图　4

或

设　敌军每小时走 x 里，走完 55 里所用的时间为 y 小时；则我军每小时走$(1+0.5)x$ 里，走完75里所用的时间为

$(y-\frac{1}{2})$小时。根据我军和敌军各自所走的路程可列方程组

$$\begin{cases} x\cdot y=55, \\ (1+0.5)x\cdot(y-\frac{1}{2})=75. \end{cases}$$

例 2 某车工加工1500个螺丝帽以后总结生产经验，改进操作方法和工具后，结果工作效率提高到原来的$2\frac{1}{2}$倍，因此，再加工1500个螺丝帽时，较前提早18小时完成。问改进前和改进后每小时各加工螺丝帽多少？

解 这一题目表面看来，似乎不属于运动学方面的问题，但仔细分析题意，便可看出各量之间的关系完全适合此类问题中的基本关系。题中的1500个螺丝帽可看作"路程"，效率提高到原来的$2\frac{1}{2}$倍可看作"速度"的提高。要注意这里的"提高到原来的$2\frac{1}{2}$倍"不同于提高了$2\frac{1}{2}$倍，前者指提高后的效率是提高前的效率的$2\frac{1}{2}$倍；后者指提高后的效率是提高前的效率的$(1+2\frac{1}{2})$倍。

设 这个车工改进操作方法和工具以前每小时加工x个螺丝帽，则改进后每小时加工$2\frac{1}{2}x$个螺丝帽，那么改进前加工完1500个螺丝帽所用的时间为$\frac{1500}{x}$小时，而改进后，加工完1500个螺丝帽所用的时间为$\frac{1500}{2\frac{1}{2}x}$小时。