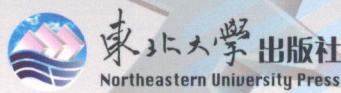


东北大学规划教材

ENGINEERING MECHANICS

工程力学

主审 原培新
主编 孙丽娜



东北大学规划教材

工程力学

主审 原培新
主编 孙丽娜

东北大学出版社
·沈阳·

© 孙丽娜 2011

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学 / 孙丽娜主编. —沈阳: 东北大学出版社, 2011. 10

ISBN 978 - 7 - 5517 - 0046 - 7

I. ①工… II. ①孙… III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 203644 号

236250 内容提要

本书根据东北大学成人教育改革与建设研究教材建设立项课题“工程力学”(静力学和材料力学)课程基本要求及国家有关新规定、新标准编写。

本书适合作为成人教育机电、冶金、化工、地质、采矿、材料、建筑、轻工、环境保护等专业工程力学教材, 学时数为 60 ~ 80。课程学时数少于 60 的专业也可选讲。同时, 本书也可供有关技术人员参考。

出版者: 东北大学出版社

地址: 沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号

邮编: 110004

电话: 024 - 83687331(市场部) 83680267(社务室)

传真: 024 - 83680180(市场部) 83680265(社务室)

E-mail: neuph@ neupress. com

http://www. neupress. com

印刷者: 沈阳市第二市政建设工程公司印刷厂

发行者: 东北大学出版社

幅面尺寸: 185mm × 260mm

印 张: 12.75

字 数: 302 千字

出版时间: 2011 年 10 月第 1 版

印刷时间: 2011 年 10 月第 1 次印刷

责任编辑: 刘乃义 王延霞

封面设计: 刘江旸

责任校对: 北 辰

责任出版: 唐敏智

ISBN 978 - 7 - 5517 - 0046 - 7

定 价: 26.00 元

前　　言

“工程力学”（静力学和材料力学）是高等工业院校工科类各专业开设的技术基础课程。本书是东北大学成人教育改革与建设研究教材建设立项课题教材。为了适应成人教育改革的需要并符合国家有关新规定及新标准，在保证现行教学体系相对稳定的前提下，编写时力求做到：

- (1) 基本概念、基本理论论述严谨，主次分明，详略得当。
- (2) 各章之后附有习题，数量和类型已考虑了一定的选择范围和专业需要，难度适中。这对读者理解基本概念和基本理论、提高学习兴趣是极为有益的，特别有利于培养读者分析问题和解决问题的能力。
- (3) 工程力学是一门理论性较强的技术基础课，为了使读者易于掌握课程基本内容，本书按照循序渐进、由简到繁、由特殊到一般的认识规律安排内容。每章之后有小结，有利于读者复习和总结所学知识，澄清概念，加强理解。书中带*的为选修内容，供不同专业选用，专业覆盖面宽。
- (4) 静力学和材料力学两部分内容相互渗透、协调，又相对独立。
- (5) 在本书中，根据国家颁布的新标准与新规定，逐章逐节统一名称、符号和单位。

本书主要适用于成人教育机电、冶金、化工、地质、采矿、材料、建筑、轻工、环境保护等专业，也可供有关技术人员参考。

本书由原培新教授担任主审，他认真、细致、负责地审阅了全书，并在本书编写过程中提出了许多宝贵意见和建议，在此表示由衷的感谢。

限于编者水平，同时由于编写时间有限，本书一定存在不少缺点和错误，殷切希望读者批评指正。

编　　者

2011年5月

绪 论	1
第1章 静力学基础	5
1.1 静力学基本概念	5
1.2 静力学公理（力的性质）	7
1.3 约束与约束反力	10
1.4 物体的受力分析和受力图	14
小 结	18
习 题	19
第2章 平面汇交力系	21
2.1 平面汇交力系合成的几何法（矢量法）	21
2.2 平面汇交力系平衡的几何条件	23
2.3 平面汇交力系合成的解析法	24
2.4 平面汇交力系平衡方程及其应用	27
小 结	30
习 题	30
第3章 平面力偶系	32
3.1 力矩的概念及其计算	32
3.2 力偶及力偶矩	34
3.3 平面力偶系的合成及平衡条件	36
小 结	37
习 题	38
第4章 平面任意力系	39
4.1 力线平移定理	39
4.2 平面力系向一点简化	39
4.3 平面任意力系的平衡方程	40
4.4 平面平行力系的平衡方程	42
4.5 物系的平衡	43
小 结	45
习 题	46
第5章 空间力系·重心	50
5.1 力在空间直角坐标轴上的投影	50

5.2 力对轴之矩	52
5.3 空间力系的平衡条件与方程	53
5.4 常见的空间约束	55
*5.5 重 心	55
小 结	56
习 题	57
第6章 材料力学基础	58
6.1 变形固体的基本假设	58
6.2 内力 截面法 应力	59
6.3 杆件变形的基本形式	61
小 结	63
习 题	64
第7章 轴向拉伸与压缩	65
7.1 轴向拉伸与压缩时的内力	65
7.2 横截面上的应力	67
7.3 轴向拉伸与压缩时的变形	70
7.4 拉伸与压缩时材料的力学性能	73
7.5 轴向拉伸与压缩时的强度计算	77
小 结	79
习 题	80
第8章 剪切和挤压实用计算	83
8.1 剪切和挤压的概念	83
8.2 剪切和挤压的实用计算	86
小 结	88
习 题	89
第9章 扭 转	91
9.1 工程实际中的扭转问题	91
9.2 扭转时的内力	91
9.3 切应变和剪切胡克定律	94
9.4 圆轴扭转时的应力和变形	95
9.5 圆轴扭转时强度和刚度的计算	97
小 结	102
习 题	102
第10章 弯 曲	104
10.1 工程实际中的受弯杆	104
10.2 梁的内力——剪力和弯矩	107
10.3 剪力图与弯矩图	111
*10.4 载荷、剪力和弯矩间的关系	116
*10.5 按叠加原理作剪力图和弯矩图	122

10.6 弯曲正应力	123
10.7 梁的弯曲强度计算	127
10.8 梁弯曲的刚度计算	131
10.9 提高梁的弯曲强度和刚度的措施	134
小 结	136
习 题	137
第 11 章 组合变形	142
11.1 概 述	142
11.2 弯曲与拉伸（压缩）组合变形	142
*11.3 弯曲与扭转的组合变形	146
小 结	148
习 题	148
第 12 章 压杆稳定	150
12.1 压杆稳定的概念	150
12.2 临界力和临界应力	151
12.3 压杆的稳定性校核与提高压杆稳定性措施	154
小 结	157
习 题	157
*第 13 章 动应力和交变应力	159
13.1 动应力概述	159
13.2 交变应力的种类和循环特征	159
13.3 材料在交变应力作用下的破坏特点	162
13.4 材料的疲劳强度	163
13.5 提高疲劳强度的措施	165
小 结	166
习 题	166
习题答案	167
参考文献	171
附录 I 实 验	172
实验 1 拉伸实验	172
实验 2 圆轴扭转实验	178
实验 3 梁的弯曲实验	182
附录 II 型钢表	185
附表 1 热轧等边角钢（GB/T 9787—1988）	185
附表 2 热轧不等边角钢（GB/T 9788—1988）	188
附表 3 热轧槽钢（GB/T 707—1988）	191
附表 4 热轧工字钢（GB/T 706—1988）	193

绪 论

(1) 工程力学概述

机床、内燃机、起重机等各种各样的机械，都是由许多不同构件组成的，当机械工作时，这些构件将受到外力的作用。因此，对机械的使用、制造和研究都是以力学理论为基础的，例如，分析构件受力情况、了解力系（即作用于同一物体上的一群力）简化方法、掌握构件运动和平衡的规律等。由于受力的作用，构件还可能破坏或产生过大的变形，以致机械不能正常工作。为了保证机械及其构件具有足够的承受载荷的能力，就要根据构件受力情况，合理地设计或选用构件，使机械安全、可靠地工作，这些就是工程力学课程要研究的主要问题。

工程力学是一门与工程技术密切联系的技术基础课，在机械工程及众多相关工程中，没有哪一项工程技术能离开工程力学。工程力学所阐述的是力学中最普遍、最根本的规律，这些基础知识具有很强的实用性。作为一名机械工人，在工作中必然遇到很多与力学有关的问题，掌握一定的工程力学知识可以帮助机械工人正确地使用、安装、维护各类机械，提高操作技术和生产技能，分析和解决生产实际中有关力学的简单问题。

工程力学包含理论力学和材料力学两部分内容。本书所讨论的工程力学只包含静力学和材料力学。前者研究物体受力和平衡的一般规律，后者研究工程构件在载荷作用下的变形和失效，在保证构件既安全又经济的前提下，为构件选用合适的材料，确定合理的截面形状和尺寸。两者都是工程设计的基本知识。

力学与其他学科一样，是人类认识和改造自然的结晶。力学的基本规律是人们通过长期生产实践和大量科学实验，经过综合、分析和归纳总结出来的。生产的需要促进了力学的发展，同时，力学理论又反过来推动生产不断发展。所以，学习工程力学必须注意理论密切联系实际，在生活和生产实践中，认真观察，勤于思考，将感性认识上升为理性认识，并将理论应用到实践中去加以检验和指导实践。要注意掌握工程力学课程中的基本概念、基础理论和基本运算方法，还要注意掌握合理的假设、准确的概括、严密的推理等科学方法。要注意理论力学和材料力学之间的内在联系，应用数学、物理等基础知识及运算方法来分析、解决工程力学中提出的一些问题。本书每章后均有小结和习题，这有助于复习和深入思考本章所学的内容，巩固基础知识，提高分析问题和解决问题的能力。因此，及时的总结和大量的练习也是学好本课程的重要方法，具体来说，要注意以下几点。

第一，会听课。要用心去听课，听老师是如何引出概念、如何阐明理论、如何分析问题和解决问题的，这样才能很快抓住知识的要领。

第二，会发问。要学会提出问题，对新概念、新理论要多问几个“为什么”，弄清新旧知识之间的联系与区别。因为只有深入思考，才能提出问题，而提出问题又能促进更深刻的思考，这样才能领会所学知识。

第三，会总结。学完一章或一篇后，要将主要内容进行提纲挈领的归纳和总结，将书本上的知识变成自己的知识。

第四，会应用。工程力学的知识源于实际，因此也必须用于实际。学习这门课程必须联系实际，要做一定数量的习题。可以说，不联系实际、不做习题是学不好工程力学的。

第五，会创新。学是为了用，而用就是要创新，工程力学产生与发展的历程，就是不断创新的历程。照葫芦画瓢、墨守成规是学不好工程力学的，只有学会创新，才能把知识变成分析问题与解决问题的能力。

工程力学的奠基人、伟大的科学家伽利略说：“力学是一门美丽而有用的科学。”让我们一起把“美丽”变成动力，把动力变成能力，把能力用于祖国的现代化建设之中。

(2) 理论力学概述

理论力学是研究物体机械运动的规律及其应用的科学。机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化，这是宇宙间物质运动的一种最简单的形式。例如，星球的运行，飞机、轮船、汽车的行驶，机器的运转等，都是机械运动。理论力学包括静力学、运动学和动力学3个部分。

静力学研究的是物体受力分析方法、力系的简化和物体在力系作用下处于平衡的条件。物体平衡时的运动规律较运动状态发生变化时的规律要简单一些，所以静力学是理论力学中较浅显易懂的部分，本书重点讨论静力学知识。运动学是撇开运动的物理原因（如力和质量），只从几何学的角度来研究物体的运动。动力学研究物体的运动变化与它所受的力以及它的质量等因素之间的关系。

理论力学的研究对象是刚体，刚体是指在力的作用下，形状和大小都保持不变的物体。在静力学中，常把研究的物体抽象为刚体或刚体系统。实际上，任何物体在力的作用下都将产生不同程度的变形，不过工程实际中构件的变形都很小，略去变形不会对静力学研究的结果有显著影响，从而使研究的问题大大简化。这种在影响具体事物的诸多因素中保留起决定作用的主要因素、舍去次要因素的方法，是科学的研究中常用的抽象化方法。在解决工程力学问题时，常将实际物体抽象为力学模型，使问题大为简化，因此能更准确地反映客观事物的本质。

理论力学的分析方法是理论计算与受力分析相结合。物体受力分析方法和力系平衡条件在工程中广泛应用。例如，在静载荷作用下的工程结构，如桥梁、房屋、起重机、水坝等，常见的机械零件，如轴、齿轮、螺栓等，以及手动工具和低速机械等，它们在工作时大多处于平衡状态，或者可以近似地看做处于平衡状态。为了合理地设计或选择这些工程构件和零件的形状、尺寸，保证构件安全可靠地工作，就要运用静力学知识，对构件进行受力分析，并根据平衡条件求出未知力，为构件的应力分析做好准备，最后研究机械零部件的承载能力。静力学又是学习材料力学的基础，还可直接用来解决工程技术中的许多力

学问题。

(3) 材料力学概述

材料力学研究构件在外力作用下的变形、受力和破坏的规律，在保证构件安全、经济的前提下，为构件选用合理的材料，确定合理的截面形状和尺寸，提供基础知识和计算方法。只有掌握了材料力学的知识，才能使设计的构件及结构既满足强度、刚度和稳定性要求，确保其安全性，又能节约材料、减轻质量，使其最经济。

材料力学的研究对象是变形固体。在前面的理论力学中，把构件看成是不变形的刚体，即忽略工程结构的材料属性，实际上刚体在自然界中是没有的。要进一步研究构件在外力作用下的变形和破坏规律，就不能把构件视为刚体，而应如实地把它们视为变形固体。

任何构件在外力作用下，几何形状和尺寸大小均会产生一定程度的改变，并在外力增加到一定程度时发生破坏。构件的过大变形或破坏，均会影响工程结构的正常工作。材料力学就是进一步研究构件的变形、破坏与作用在构件上的外力、构件的材料及构件的结构形式之间的关系的，这是使用、维护、改造机械设备和建筑结构必不可少的知识。

本书中材料力学的内容主要限于构件在力作用下可发生拉伸（或压缩）、剪切、扭转和弯曲4种变形，工程实际中构件的复杂变形，均为上述基本变形的组合。

材料力学的分析方法是理论分析与实验测试相结合。材料的力学性能需要通过实验来测定。同时，材料力学基本理论的建立也是以实验为基础的，其基本计算方法和公式也需要经过实验来加以验证，以确定其准确程度和适应性。此外，工程上还存在着单靠理论分析仍难以解决的复杂问题，也需要依靠实验来解决。因此，材料力学是一门理论和实验并重的科学，应密切注意理论与实践的结合，这是学好材料力学的基础。

(4) 课程的主要内容及研究对象

工程构件（泛指结构元件、机器的零部件等）在外力作用下丧失正常功能的现象称为“失效”或“破坏”。工程构件的失效形式很多，但工程力学范畴内的失效通常分为3类：强度失效、刚度失效、稳定失效。

强度失效是指构件在外力作用下发生不可恢复的塑性变形或断裂。

刚度失效是指构件在外力作用下产生过量的弹性变形。

稳定失效是指构件在外力作用下，其平衡形式发生突然转变。

工程设计的任务之一就是保证构件在确定的外力作用下正常工作而不失效，即保证构件具有足够的强度、刚度和稳定性。所谓强度，是指构件抵抗破坏（断裂或产生永久变形）的能力。即构件在载荷作用下不发生屈服失效或断裂失效，保证安全可靠工作的能力。刚度是指构件抵抗变形的能力。如果构件受力后产生过大的变形，即使尚未破坏，也不能正常工作。稳定性是指构件在外力作用下保持原有平衡形式（状态）的能力。为此，需要：

- ①分析并确定构件所受各种外力的大小和方向；
- ②研究在外力作用下构件的内部受力、变形和失效的规律；

③提出保证构件具有足够的强度、刚度和稳定性设计准则和方法。

这些就是本课程的主要内容。

构件是指机械工程中的零件和建筑工程中的构件，在工程力学上均称为构件，都是由某种材料制成的。根据几何形状和尺寸不同，工程构件可大致分为杆、板、壳、块体。

若构件在某一方向上的尺寸比其他两个方向上的尺寸大得多，则称为杆。梁、轴、柱等均属于杆类构件。杆有直杆、曲杆或者等截面杆、变截面杆。

若构件在某一方向上的尺寸比其他两个方向上的尺寸小得多，为平面形状者则称为板，为曲面形状者则称为壳。薄壁容器、穹形屋顶等均属于此类构件。

若构件在三个方向上具有同一量级的尺寸，则称为块体。本书仅以等截面直杆作为研究对象。板、壳以及块体的研究属于“板壳理论”和“弹性力学”的范畴。

第1章 静力学基础

1.1 静力学基本概念

1.1.1 力的概念

力的概念是人们在长期生产劳动和生活实践中逐渐建立的。例如，挑担、推车、抛物、拧螺母都要用力；机车牵引列车由静止到运动，拉伸试验机将试件拉长，也是力的作用。

(1) 力

力是物体间相互的机械作用。力的作用可使物体的运动状态发生变化，也可使物体发生变形。因此，力不能脱离物体而独立存在，当某一物体受到力的作用时，一定有另一物体对它施加这种作用。在分析物体受力情况时，必须注意区分哪个是受力物体，哪个是施力物体。例如，人用手提重物时，若把重物看成受力物体，则手就是施力物体；反之，若认为手是受力物体，那么重物即为施力物体。所以，施力物体和受力物体是相对而言的。

(2) 力的作用效果

①力的运动效应。指力使物体的运动状态发生变化，也称力的外效应。力的外效应包括移动效应和转动效应。静力学只研究力的外效应。

②力的变形效应。指力使物体产生变形，也称力的内效应。材料力学研究力的内效应。

(3) 力的三要素

力的三要素是指力的大小、方向和作用点。这三个要素中有一个改变时，力对物体作用的效果也随之改变。

(4) 力的单位

力的单位名称为牛〔顿〕，符号为 N。这是我国统一实行的法定计量单位（以国际单位制 SI 为基础）。工程力学中常用 kN， $1\text{kN} = 1000\text{N}$ 。

(5) 力是矢量

任何力都具有大小和方向，所以力是矢量。

(6) 力的图示法

力的三要素可用带箭头的有向线段（矢线）表示于物体作用点上（图 1-1）：①线段

长度（按一定比例画出）表示力的大小；②箭头指向表示力的方向；③线段起始点或终止点表示力的作用点；④通过力的作用点，沿力的方向的直线叫做力的作用线。

本书用黑斜体字母表示矢量（如 \mathbf{F} ），用大写字母 F 表示力 \mathbf{F} 的大小。

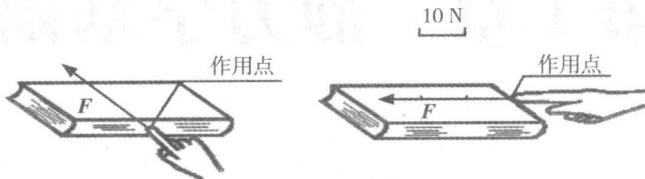


图 1-1 力的图示

1.1.2 力系及简化

(1) 力 系

力系是指作用于同一物体上的一群力。对物体作用效果相同的力系，称为等效力系。

(2) 力系的简化

力系的简化就是在不改变力系对物体作用效果的前提下，用一个等效的最简单的力系来代替复杂的力系。若一个力与一个力系等效，则该力称为力系的合力，而力系中各力称为合力的分力。

(3) 力系的分类

通常将力系按作用线的分布情况进行分类（图 1-2）。①每个力的作用线在同一平面内的力系称为平面力系，不在同一平面内的力系称为空间力系；②每个力的作用线相交于一点的力系称为汇交力系，相互平行的力系称为平行力系；③每个力的作用线不全相交于一点也不全平行的力系称为任意力系或一般力系。

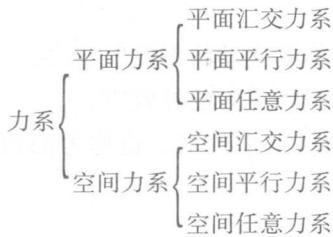


图 1-2 力系的分类

1.1.3 刚 体

刚体是指在力的作用下不产生变形的物体。不变形包含着大小、形状均不改变的意思，通常可以用“刚体内任意两点的距离不变”来描述它。事实上，物体受力总是要变形的。若变形很小，不影响所研究问题的实质就可以忽略，把它抽象化为理想的模型——刚体，以减少问题的复杂程度。这种抽象与简化是科学研究所必需的分析方法。

在静力学中，我们只研究力的外效应。分析物体的运动状态，很小的变形完全可以忽略，因此，总可以把物体看做刚体。但在后面讨论材料力学时，将研究力的内效应，变形

即使很小也不允许忽略，这时物体不再是刚体，而是弹性物体了。

1.1.4 平衡的概念及条件

(1) 平衡

平衡是指物体相对于地球保持静止或做匀速直线运动的状态。事实上，任何物体皆处于永恒的运动中，即运动是绝对的、无条件的，而平衡只是相对的、有条件的。例如，在地面上看来是静止的桥梁、房屋，实际上仍随着地球的自转和公转而运动。因此，静止或平衡总是相对于地球而言的。

(2) 平衡条件

在一般工程问题中，平衡是指物体相对于地球静止或匀速直线运动的状态。作用于平衡物体上的力系，称为平衡力系；平衡力系所应满足的条件，称为平衡条件。例如，机床的床身、在直线轨道上匀速运动的火车等，都是物体平衡的实例。

1.2 静力学公理（力的性质）

静力学公理也称为力的性质，是静力学中最基本的规律。这些规律是人类对长期的观察和实验所积累的经验加以总结和概括而得到的结论。它的正确性可以在实践中得到验证。静力学公理概括了力的一些基本性质，是静力学全部理论的基础。

1.2.1 二力平衡条件（公理一）

(1) 内容

只受两个力作用的刚体处于平衡状态的充分和必要条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一条直线上（简称等值、反向、共线）。

(2) 矢量式

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

式(1-1)中，负号说明 \mathbf{F}_2 的方向与 \mathbf{F}_1 相反。如图 1-3(a) 所示的刚体，当 $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ 时，刚体平衡。

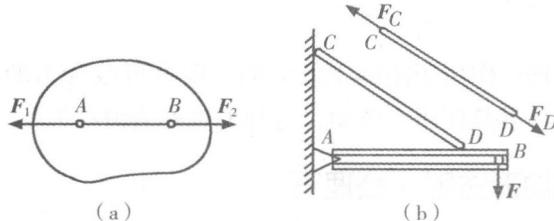


图 1-3 二力构件的受力分析

(3) 二力构件

二力构件就是只有两个受力点而处于平衡的构件。当构件呈杆状时，则称为二力杆。二

力构件的受力特点是所受二力必沿其两作用点的连线。图 1-3 (b) 中的杆 CD, 若不计自重, 就是一个二力杆。这时 F_C 和 F_D 的作用线必在二力作用点的连线上, 且等值、反向。

(4) 适用范围

二力平衡条件只适用于刚体。二力等值、反向、共线是刚体平衡的充分与必要条件。对于非刚体, 二力平衡条件只是必要条件, 而非充分条件, 即并非满足受等值、反向、共线的作用力就可以平衡, 如绳索受等值、反向、共线的两个压力作用就不能平衡(图 1-4)。

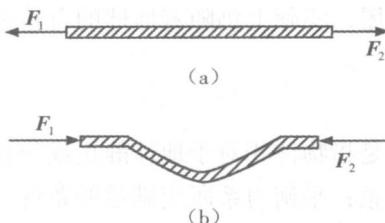


图 1-4 绳索的受力分析

1.2.2 加减平衡力系公理(公理二)

(1) 内容

在作用于已知力系的刚体上, 加上或减去任意的平衡力系, 并不改变原力系对刚体的作用效果。

(2) 适用范围

加减平衡力系公理只适用于刚体, 而不适用于变形体。加减平衡力系公理常用来简化已知力系, 在以后推导许多定理时均要用到它。

1.2.3 力的可传性原理(公理三的推论)

(1) 内容

作用于刚体上的力可以沿其作用线移到刚体上任意一点, 而不改变力对刚体的作用效果。

需要特别注意的是, 力的可传性原理只适用于刚体, 而不适用于变形体。

经验告诉我们, 用力 F 在一点推小车, 若沿着同一直线, 用同样大小的力 F_1 ($F_1 = F$) 在另一点拉小车, 两者的作用效果是相同的。

(2) 推论

根据力的可传性原理, 作用于刚体上的力的三要素可改为力的大小、方向、作用线。由于作用于刚体上的力可沿其作用线移动, 这种力也称为滑移矢量。

1.2.4 力的平行四边形法则(公理三)

(1) 内容

作用于物体上同一点的两个力, 可以合成为作用于该点的一个合力, 合力的大小和方向用以这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。如图 1-5 (a) 所示, F_1 ,

F_2 为作用于物体上同一点 O 的两个力，以这两个力为邻边作出平行四边形 $OABC$ ，则从 O 点作出的对角线 OB ，就是 F_1 与 F_2 的合力 F 。

(2) 矢量式

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

读做合力 F 等于力 F_1 和 F_2 的矢量和，与代数相加式 $F = F_1 + F_2$ 完全不同，不能混淆。只有当两力共线时，其合力才等于两力的代数和。

力的平行四边形法则是最简单的力系简化的规律，它是力的合成与分解的依据，也是简化比较复杂力系的基础。

(3) 力的三角形法则

实际上，在求合力 F 时，不一定要作出整个平行四边形 $OABC$ ，只要作出对角线一侧的一个三角形（ OAB 或 OBC ）就可以了，因为平行四边形的对边平行且相等。如图 1-5 (b) 所示，只要将力的矢量 F_1 和 F_2 首尾相接成一折线 OAB ，再用直线段 OB 将其封闭构成一个三角形，那么矢量 \overrightarrow{OB} 就代表合力 F ，这一力的合成方法称为力的三角形法则。显然，在作折线时两力的前后次序是可以任选的。它从平行四边形公理演变而来，应用更加简便。但要注意，图 1-5 (b) 中矢量 F_2 只表示力 F_2 的大小和方向，实际上 F_2 并不作用于 A 点，而仍作用于点 O 。

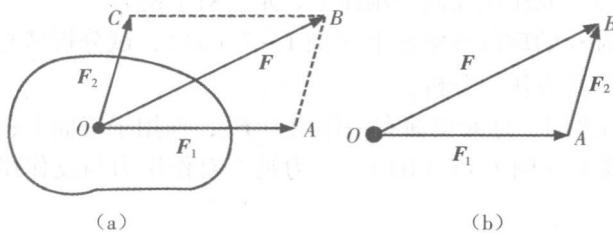


图 1-5 力的矢量合成

1.2.5 三力平衡汇交定理（公理三的推论）

(1) 内容

若作用于物体同一平面上的三个互不平行的力使物体平衡，则它们的作用线必汇交于一点。这就是三力平衡汇交定理。

【例 1-1】试证明三力平衡汇交定理。

【证明】①如图 1-6 (a) 所示，设物体 A , B , C 三点有共面且互不平行的三个力 F_1 , F_2 , F_3 作用，使物体平衡。

②根据力的可传性原理，将其中任意二力（如 F_1 和 F_2 ）分别沿其作用线移到它们的交点 O 上，然后根据力的平行四边形法则可得合力 F ，则力 F_3 应与 F 平衡。

③根据二力平衡条件， F 与 F_3 必在同一条直线上，所以 F_3 必通过 O 点，于是 F_1 , F_2 , F_3 均通过点 O (图 1-6 (b))。

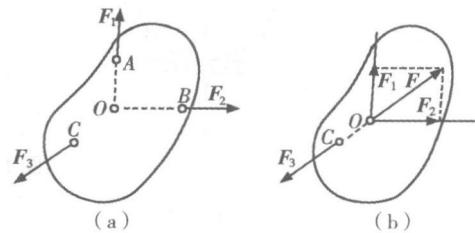


图 1-6 三力平衡的受力分析

(2) 三力构件

三力构件就是物体只受共面三个力作用而平衡的构件。若三个力中已知两个力的交点及第三个力的作用点，就可以按三力平衡汇交定理确定第三个力的作用线的方位。

注意：三力平衡汇交定理是共面且不平行三力平衡的必要条件，但不是充分条件，即同一平面作用线汇交于一点的三个力不一定都是平衡的。

1.2.6 作用力与反作用力定律（公理四）

(1) 内容

两个物体间的作用力与反作用力总是成对出现的，且大小相等，方向相反，沿着同一直线分别作用在这两个物体上。这一定律说明力永远是成对出现的，物体间的作用总是相互的，有作用力就有反作用力，两者总是同时存在，又同时消失。习惯将作用力与反作用力用同一字母表示，其中一个加一撇以示区别。

(2) 矢量式

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}' \quad (1-3)$$

注意：不要把这一性质与二力平衡条件相混淆。虽然两力都是等值、反向、共线的，但区别在于：①作用力与反作用力分别作用在两个不同的物体上，不是一对平衡力；②二力平衡条件中的两个力一般作用在同一刚体上，是一对平衡力。

【例 1-2】 将重为 G 的球放在桌面上（图 1-7 (a)），试分析球与桌面之间的作用力与反作用力，并对球的受力作一分析。

【解】 ①球与桌面之间：球对桌面有一作用力 \mathbf{F}_N ，作用于桌面上；桌面对球即有一反作用力 \mathbf{F}'_N ，作用于球上（图 1-7 (b)）。二力是一对作用力与反作用力，不是一对平衡力。

②球的受力情况：球受到重力 \mathbf{G} 和桌面施加的反作用力 \mathbf{F}'_N 的作用，这两个力同时作用在球上，且等值、反向、共线，此二力是一对平衡力（图 1-7 (c)）。

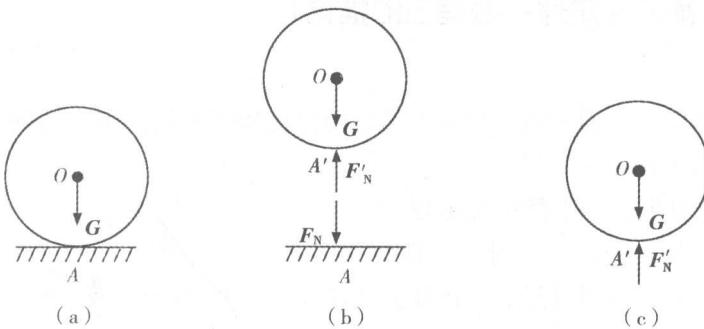


图 1-7 例 1-2 图示

1.3 约束与约束反力

在力的作用下，物体的运动可分为两类。凡是能够沿空间任何方向运动的物体，称为