



高等职业教育机电类专业“十二五”规划教材

工程力学

张锦明 主编





高等职业教育机电类专业“十二五”规划教材

工程力学

主编 张锦明

副主编 陈春颖 赵翠萍

参编 王可心 何春霞 李超娜

内 容 简 介

本书依据高等职业技术学院机械类、近机类专业对培养高级技术应用性专门人才的需求编写而成。全书共分 13 章，内容包括静力学基础、力矩与力偶、平面力系、空间力系及重心、轴向拉伸和压缩、剪切与扭转、梁的弯曲、组合变形、压杆稳定、构件的疲劳强度、质点运动力学、刚体运动力学、功率与机械效率。全书的编写本着“必需、够用为度”的原则，所述内容精炼，简化理论推导，注重实际应用。本书每章前有学习目标，每章后有小结、思考题和习题，书末附有习题答案。

本书适合作为机械类、近机类专业的“工程力学”课程教材，也可作为职工培训教材以及社会其他相关从业人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

工程力学 / 张锦明主编. —北京：
中国铁道出版社，2012.9
高等职业教育机电类专业“十二五”规划教材
ISBN 978-7-113-14906-2

I. ①工… II. ①张… III. ①工程力学—高等职业教育—教材
IV. ①TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2012）第 186084 号

书 名：工程力学
作 者：张锦明 主编

策 划：何红艳 读者热线：400-668-0820
责任编辑：徐学锋
编辑助理：刘 镛 赵文婕
封面设计：付 巍
封面制作：刘 颖
责任印制：李 佳

出版发行：中国铁道出版社（100054，北京市西城区右安门西街 8 号）
网 址：<http://www.51eds.com>
印 刷：北京铭成印刷有限公司
版 次：2012 年 9 月第 1 版 2012 年 9 月第 1 次印刷
开 本：787mm×1 092mm 1/16 印张：12.5 字数：309 千
印 数：1~3 000 册
书 号：ISBN 978-7-113-14906-2
定 价：26.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书，如有印制质量问题，请与本社教材图书营销部联系调换。电话：（010）63550836

打击盗版举报电话：（010）63549504

本书为高等职业教育机电类专业“十二五”规划教材，依据高等职业技术学院机械类、机电类、近机类专业对培养高级技术应用性专门人才的要求编写而成。适合在新形势下作为机械类、机电类、近机类专业，“工程力学”课程教学用书。

本教材在编写过程中，充分汲取了高等职业技术院校近几年来教学改革的经验并充分考虑到现在进入高职院校学生基础知识、学习能力等实际情况和学生毕业后的就业岗位，本着“必需、够用为度”的原则，在理论上着重讲解力学的基本概念，尽量避免理论推导，强化应用，加强与工程实际的联系，并增加了利用机械绘图软件用图解法求合力等新的知识，所述内容简洁、实用。全书每章前有学习目标，每章后有小结、思考题、习题，书末附有习题答案以适应高师生源和社会读者多样化的需要。

由于各学校、各专业的教学计划安排不尽相同，所以在使用本书进行课程教学时，教师可依据实际情况选择教材内容并适当调整顺序。

全书由张锦明任主编并负责统稿，陈春颖、赵翠萍任副主编。具体写作分工如下：第1、2、3、4章由无锡工艺职业技术学院张锦明编写；第5、6、7章由邯郸职业技术学院陈春颖编写；第8章由廊坊燕京职业技术学院王可心编写；第9章由石家庄理工职业学院李超娜编写；第10章由黄河科技学院何春霞编写；第11、12、13章由无锡工艺职业技术学院赵翠萍编写。

在本书编写过程中，得到所有参编人员所在院校的大力支持和帮助，在此，谨向上述涉及的单位和个人表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，加之编写时间仓促，书中不妥之处在所难免，恳请使用本书的老师和读者给予批评指正。

编 者

2012年3月

| | |
|-----------------------|----|
| 第1章 静力学基础 | 1 |
| 1.1 静力学概述 | 1 |
| 1.1.1 力的概念 | 2 |
| 1.1.2 力系、平衡与刚体的概念 | 3 |
| 1.2 静力学公理 | 4 |
| 1.2.1 二力平衡公理 | 4 |
| 1.2.2 加减平衡力系公理 | 5 |
| 1.2.3 力的平行四边形公理 | 6 |
| 1.2.4 作用力与反作用力公理 | 9 |
| 1.3 约束与约束反力 | 10 |
| 1.3.1 约束的概念 | 10 |
| 1.3.2 常见的约束类型及约束反力的画法 | 11 |
| 1.4 受力图 | 13 |
| 小结 | 15 |
| 思考题 | 16 |
| 习题 | 17 |
| 第2章 力矩与力偶 | 20 |
| 2.1 力对点之矩及合力矩定理 | 20 |
| 2.2 力偶 | 22 |
| 2.2.1 力偶及其性质 | 22 |
| 2.2.2 平面力偶系的合成与平衡 | 24 |
| 2.3 力的平移定理 | 25 |
| 小结 | 26 |
| 思考题 | 27 |
| 习题 | 27 |
| 第3章 平面力系 | 29 |
| 3.1 平面汇交力系的简化 | 29 |
| 3.1.1 平面汇交力系合成的几何法 | 29 |
| 3.1.2 平面汇交力系合成的解析法 | 30 |
| 3.2 平面汇交力系的平衡 | 33 |
| 3.2.1 平面汇交力系平衡的几何条件 | 33 |
| 3.2.2 平面汇交力系平衡的解析条件 | 34 |
| 3.3 平面一般力系向任一点简化 | 36 |
| 3.4 平面一般力系的平衡 | 37 |

| | |
|--------------------------|-----------|
| 3.4.1 平面一般力系的平衡方程 | 37 |
| 3.4.2 固定端约束 | 39 |
| 3.4.3 平面平行力系的平衡方程 | 40 |
| 3.5 考虑摩擦力的平衡问题 | 42 |
| 3.5.1 滑动摩擦 | 42 |
| 3.5.2 摩擦角与自锁现象 | 44 |
| 3.5.3 考虑摩擦的平衡问题 | 45 |
| 小结 | 46 |
| 思考题 | 47 |
| 习题 | 48 |
| 第4章 空间力系及重心 | 51 |
| 4.1 力在空间直角坐标轴上的投影 | 51 |
| 4.1.1 直接投影法 | 51 |
| 4.1.2 二次投影法 | 52 |
| 4.2 力对轴之矩与合力矩定理 | 53 |
| 4.2.1 力对轴之矩的概念 | 53 |
| 4.2.2 合力矩定理 | 54 |
| 4.3 空间力系的平衡 | 55 |
| 4.4 重心 | 58 |
| 4.4.1 重心的概念 | 58 |
| 4.4.2 重心及形心位置的求法 | 59 |
| 小结 | 61 |
| 思考题 | 62 |
| 习题 | 62 |
| 第5章 轴向拉伸和压缩 | 64 |
| 5.1 概述 | 64 |
| 5.2 截面法、轴力与轴力图 | 65 |
| 5.2.1 内力的概念 | 65 |
| 5.2.2 截面法、轴力与轴力图 | 66 |
| 5.3 拉(压)杆横面上的应力 | 69 |
| 5.4 拉(压)杆件的强度计算 | 71 |
| 5.4.1 许用应力与安全系数 | 71 |
| 5.4.2 拉(压)杆件的强度条件 | 72 |
| 5.5 拉(压)杆的变形与胡克定律 | 73 |
| 5.5.1 绝对变形 | 74 |
| 5.5.2 线应变 | 74 |
| 5.5.3 泊松比 | 74 |

| | |
|---------------------------|-----------|
| 5.5.4 胡克定律 | 75 |
| 小结 | 75 |
| 思考题 | 76 |
| 习题 | 77 |
| 第6章 剪切与扭转 | 80 |
| 6.1 剪切 | 80 |
| 6.1.1 剪切与挤压的概念 | 80 |
| 6.1.2 剪切与挤压的实用计算 | 81 |
| 6.1.3 剪切胡克定律 | 84 |
| 6.2 圆轴扭转 | 85 |
| 6.2.1 圆轴扭转的概念 | 85 |
| 6.2.2 圆轴扭转时的内力与扭矩图 | 85 |
| 6.2.3 圆轴扭转的强度计算 | 88 |
| 6.2.4 圆轴的刚度计算 | 92 |
| 小结 | 93 |
| 思考题 | 94 |
| 习题 | 95 |
| 第7章 梁的弯曲 | 98 |
| 7.1 梁弯曲的概念 | 98 |
| 7.1.1 梁平面弯曲的概念 | 98 |
| 7.1.2 梁的载荷与类型 | 99 |
| 7.2 梁弯曲时的内力、剪力图和弯矩图 | 100 |
| 7.2.1 梁的内力 | 100 |
| 7.2.2 剪力图和弯矩图 | 101 |
| 7.3 梁弯曲强度计算 | 106 |
| 7.3.1 梁的正应力强度计算 | 106 |
| 7.3.2 梁的剪应力强度计算 | 110 |
| 7.4 提高梁抗弯能力的措施 | 111 |
| 7.4.1 选用合理的截面 | 111 |
| 7.4.2 采用变截面梁 | 113 |
| 7.4.3 适当布置载荷和支座 | 113 |
| 7.5 梁的弯曲变形与刚度条件 | 114 |
| 7.5.1 梁的弯曲变形 | 114 |
| 7.5.2 梁的刚度条件 | 114 |
| 小结 | 118 |
| 思考题 | 118 |
| 习题 | 120 |

| | |
|-----------------------|-----|
| 第 8 章 组合变形 | 124 |
| 8.1 组合变形的概念及分析方法 | 124 |
| 8.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形 | 125 |
| 8.3 弯曲和扭转的组合变形 | 128 |
| 小结 | 130 |
| 思考题 | 131 |
| 习题 | 131 |
| 第 9 章 压杆稳定 | 133 |
| 9.1 压杆稳定概述 | 133 |
| 9.2 压杆的稳定计算 | 133 |
| 9.3 提高压杆稳定性的措施 | 137 |
| 小结 | 137 |
| 思考题 | 138 |
| 习题 | 138 |
| 第 10 章 构件的疲劳强度 | 140 |
| 10.1 应力集中 | 140 |
| 10.2 交变应力 | 141 |
| 10.2.1 交变应力的概念 | 141 |
| 10.2.2 交变应力的要素及类型 | 142 |
| 10.3 疲劳破坏 | 144 |
| 10.3.1 疲劳破坏的特点与原因 | 144 |
| 10.3.2 材料的疲劳极限 | 144 |
| 10.3.3 构件的疲劳极限 | 146 |
| 10.4 提高构件疲劳强度的措施 | 146 |
| 小结 | 147 |
| 思考题 | 148 |
| 习题 | 148 |
| 第 11 章 质点运动力学 | 149 |
| 11.1 质点运动力学概述 | 149 |
| 11.2 自然法求点的速度与加速度 | 150 |
| 11.2.1 点的运动方程 | 150 |
| 11.2.2 点的速度 | 151 |
| 11.2.3 点的加速度 | 152 |
| 11.2.4 点运动的特殊情况 | 153 |
| 11.3 直角坐标法求点的速度与加速度 | 155 |
| 11.3.1 点的运动方程 | 155 |
| 11.3.2 点的速度 | 155 |

| | |
|-------------------------------|------------|
| 11.3.3 点的加速度 | 156 |
| 11.4 质点动力学 | 157 |
| 11.4.1 动力学基本定律 | 157 |
| 11.4.2 质点运动微分方程 | 158 |
| 11.4.3 质点运动分析的两类问题 | 159 |
| 小结 | 163 |
| 思考题 | 163 |
| 习题 | 164 |
| 第 12 章 刚体运动力学 | 166 |
| 12.1 刚体的平动 | 166 |
| 12.2 刚体绕定轴转动 | 167 |
| 12.2.1 转动方程 | 167 |
| 12.2.2 角速度 | 167 |
| 12.2.3 角加速度 | 168 |
| 12.2.4 匀速、匀变速转动 | 168 |
| 12.2.5 定轴转动刚体上各点的速度与加速度 | 169 |
| 12.3 刚体绕定轴转动的动力学基本方程 | 173 |
| 12.3.1 刚体绕定轴转动的动力学方程 | 173 |
| 12.3.2 转动惯量 | 174 |
| 小结 | 176 |
| 思考题 | 176 |
| 习题 | 177 |
| 第 13 章 功率与机械效率 | 180 |
| 13.1 功率 | 180 |
| 13.2 机械效率 | 181 |
| 小结 | 183 |
| 思考题 | 184 |
| 习题 | 184 |
| 习题答案 | 185 |
| 参考文献 | 190 |

第1章

静力学基础

学习目标

- 掌握力的概念、表示方法及其合成与分解。
- 理解平衡、刚体、力系、约束和约束反力等概念。
- 掌握静力学公理的内容及其应用范围。
- 掌握工程中常见的约束特征和约束反力的画法，能熟练正确地绘制物体及物体系统的受力图。

本章阐述了静力学中的一些基本概念和公理，还介绍了工程中几种常见的约束及确定约束反力的方法，在此基础上对物体进行受力分析。这些内容是工程力学中最关键、最基本的内容，并将应用于后面的各个章节及后续有关课程中。本章内容不仅是设计机械零部件的基础，而且也是在机加工零件进行力分析、在机械零部件失效分析时必备的知识。

1.1 静力学概述

人类在长期的生产实践和社会生活中为了节省劳动、提高效率，不断改进所使用的工具，从而设计和制造出了各种各样的机械设备。在设计、制造、使用、维护机械设备的过程中，常常要对零件、部件进行受力分析。图 1-1 (a) 所示的在用顶针夹紧加工的零件时，如果左、右顶针的中心线不在同一直线上，工件虽然在顶针的力的作用下夹紧了，但加工出的零件，上平面相对于下平面很有可能达不到设计中规定的平行度要求。要使加工出的零件上、下平面达到设计规定的平行度要求，左、右顶针的中心线应在同一直线上，如图 1-1 (b) 所示。

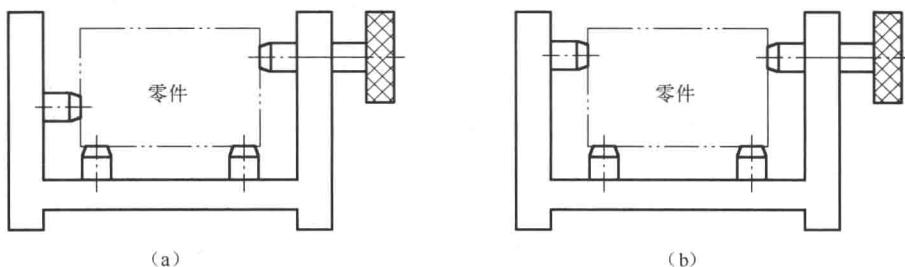


图 1-1

在图 1-2 所示的结构中，如果起吊的重物 **G** 太重，则 **CD** 圆杆会产生很大的拉伸变形，甚至有可能被拉断，这显然是不允许的。因此为了使 **CD** 圆杆在 **B** 处受到 **G**、**T** 力作用而不产生很大的拉伸变形或拉断，必须对 **CD** 圆杆进行受力分析并进行力的计算。力的分析与计算是静力学中研究的基本内容。

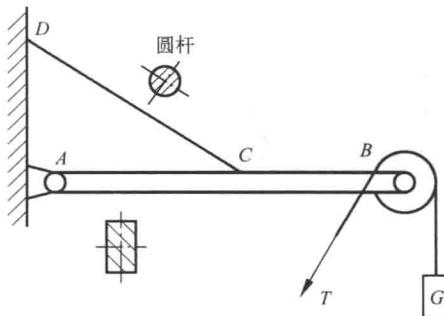


图 1-2

1.1.1 力的概念

1. 力的定义

力的概念是人们在长期的生活和生产实践中逐步形成并经过科学的抽象而建立的。力是物体之间的相互机械作用。这种作用有两种效应：使物体运动状态发生变化，例如图 1-3 (a) 所示，用手在 C 点推物块和图 1-4 (a) 所示的用手在 A 点推小车都是使物体的运动状态发生变化。使物体的尺寸及形状发生变化，例如图 1-2 所示的 CD 圆杆在力作用下拉伸是形状发生变化。它们分别称为运动效应（外效应）和变形效应（内效应）。

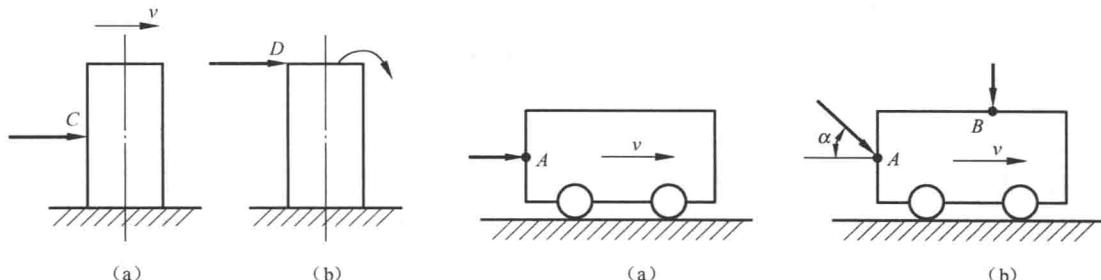


图 1-3

图 1-4

2. 力的三要素

力对物体作用的效应取决于力的大小、方向和作用点三个因素，通常将其称为力的三要素。在这三个要素中，只要改变其中任何一个，也就改变了力对物体的作用效应，如图 1-3 (b) 和图 1-4 (b) 所示。

(1) 力的大小是指物体间相互作用的强弱程度，其大小可用测力器测定，在国际单位制中，力的单位是 N (牛顿)。由于 1 N 的力很小，所以工程中常用 kN (千牛) 来表示力的单位，且 $1 \text{ kN} = 1000 \text{ N}$ 。

(2) 力的方向是指力作用的方向性。它包含方位和指向两个意思。例如“铅直向下”，“水平向右”等。

(3) 力的作用点是指力在物体上的作用位置。一般说来，力的作用位置并不是集中在一点而是分布地作用在一定的面上，认为是分布力。但是，当作用面积很小以至可以忽略不计其大小时，就抽象为一个点，而认为力集中作用于这一点，这种力则称为集中力。集中力在实际中是不存在的，它是分布力的理想化模型。另一方面，分布力的分布规律一般比较复杂，也需要进行简化。

3. 力的表示方法

为了能形象地体现作用在物体上的力，并且把力的三要素表示出来，工程上常用一个带有箭头的有向线段“ \rightarrow ”来表示这三个要素。线段的长短表示力的大小，有向线段的方向表示力的方向，线段的作用处就表示力的作用点。图 1-5 所示为在 A 点作用了一个水平向左、大小为 100 N 的力，在 B 点作用了一个与水平方向夹 30° 且指向右上方的大小为 175 N 的力。由于有向线段既表示了力的大小又表示了其方向，因此，工程上把这种既有大小又有方向的量称为矢量（或称向量）。图 1-5 中用线段的长短来反映力的大小，是比较麻烦的，有时还很困难，因此工程中往往在力的作用处画一个带有箭头的有向线段来表示力的作用点和力的作用方向，并在其附近写上相应的英文字母，例如 F 或 F 。但它们的含义是不同的， F 表示矢量，而 F 表示标量（或称代数量）。所谓标量就是指只有大小而不考虑方向的量。这时力的大小不是用线段的长短来表示，而直接写出 $F=100 \text{ N}$, $P=175 \text{ N}$ ，如图 1-6 所示。

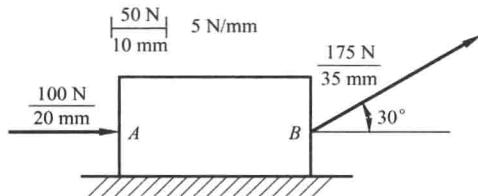


图 1-5

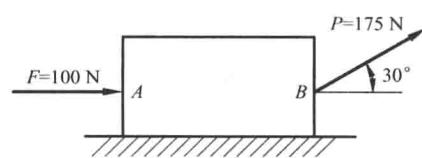


图 1-6

1.1.2 力系、平衡与刚体的概念

1. 力系

一个物体上往往同时要作用好几个力，如图 1-7 和图 1-8 所示。为了能清楚地表达作用在物体上这几个不同的力，可在它们各自的旁边写上不同的字母，例如 T 、 G 、 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 。工程上把作用在物体上的一群力称为力系。作用在物体上各个力的作用线如果都在同一平面内，则这种力系称为平面力系，如图 1-7~图 1-9 所示。力的作用线是指通过力的作用点，沿力方向的直线。在平面力系中，如果各个力的作用线都汇交于一点，则这样的力系称为平面汇交力系如图 1-9 所示；否则称为平面一般力系，如图 1-8 所示。各个力的作用线不在同一平面内的力系，称为空间力系，如图 1-10 所示。

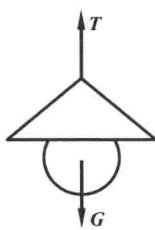


图 1-7

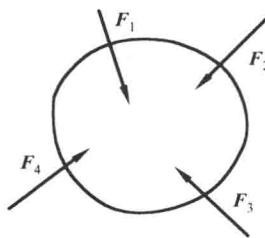


图 1-8

2. 平衡

平衡在工程上一般是指物体相对于地球保持静止或做匀速直线运动的状态。若一力系使物体处于平衡状态，则该力系称为平衡力系。工程力学研究物体的平衡问题，实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件，并利用这些条件解决具体问题。

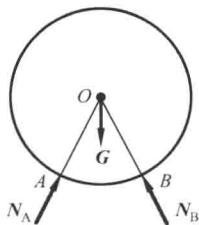


图 1-9

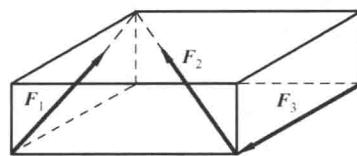


图 1-10

3. 刚体

任何物体受力后都会或多或少地发生变形。图 1-2 所示的结构中，在重力 \mathbf{G} 和拉力 \mathbf{T} 的作用下 CD 圆杆有可能被拉断，为了不被拉断，则必须计算出 CD 圆杆所受的力。物体在这些力的作用下要发生变形，但这些变形极小。如果把这些极小的变形考虑进去来计算 CD 圆杆所受的力，则这个力的计算是相当麻烦的，有时根本算不出来的。因此工程上为了便于分析和计算，往往把这些小变形忽略不计。这样计算出来的力与考虑变形后计算出来的力结果相差极小，这相差极小的力对 CD 圆杆能不能拉断几乎没有影响，因此工程上就把这些小的变形忽略不计，把它看成大小和形状都不变的物体。将这种在任何外力作用下，大小和形状始终保持不变的物体称为刚体。

1.2 静力学公理

静力学公理是人们经过长期的观察和实验，根据大量的事实概括和总结出的客观规律，它的正确性已被人们所公认。静力学的全部理论都是以静力学公理为依据推导出来的，因此它是静力学的基础。

1.2.1 二力平衡公理

从图 1-11 和图 1-12 所示的受力图中可以看出，电灯、重物都是在两个力的作用下处于平衡状态。所以人们从长期的生活和实践中总结出，如果一个物体受到两个力作用而处于平衡状态，那么这两个力一定是大小相等、方向相反并且作用在同一条直线上，这称为二力平衡公理（条件）。也就是说，刚体上仅受两个力作用而平衡，其必要与充分条件为此两力的大小相等、方向相反、作用线沿同一直线，简称等值、反向、共线。如果用公式表示，图 1-11 所示的电灯 $\mathbf{T}=\mathbf{G}$ ，即 $\mathbf{T}+\mathbf{G}=0$ ；图 1-12 所示的重物 $\mathbf{G}=-\mathbf{N}$ ，即 $\mathbf{G}+\mathbf{N}=0$ 。由此得到一般的二力平衡公式：

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = 0 \quad (1-1)$$

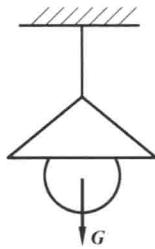


图 1-11

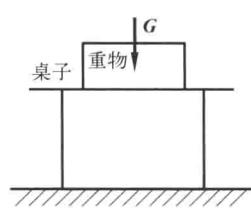
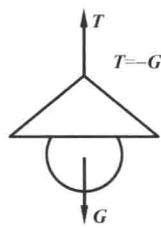


图 1-12

只受两个力作用而平衡的构件称为二力构件。当构件呈杆状时，则称为二力杆。

是工程中常见的构件，例如图 1-13 所示的 CD 圆杆。

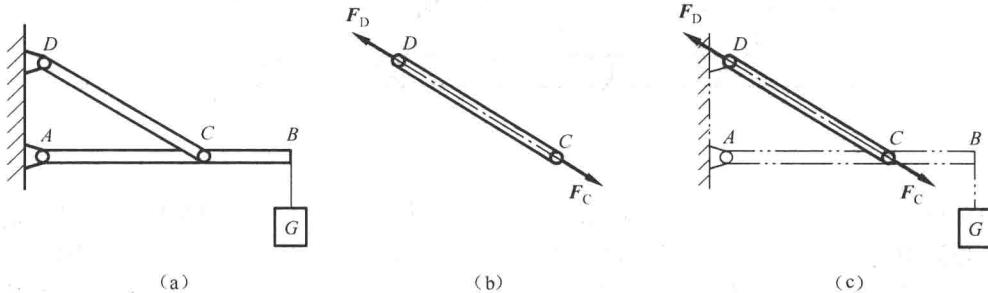


图 1-13

二力杆的受力特点是所受的两力必沿作用点可作连线。也就是说 F_D 与 F_C 这两个力一定在 DC 这条直线上。

二力平衡公理揭示了作用于刚体上的最简单的力系在平衡时所必须满足的条件，它是静力学中最基本的平衡条件。对刚体来说，这个条件既是必要的又是充分的；但对于非刚体而言，这个条件是不充分的。例如，软绳受两个等值、反向、共线的拉力作用可以平衡，如图 1-14 (a) 所示；而受两个等值、反向、共线的压力作用就不能平衡，如图 1-14 (b) 所示。

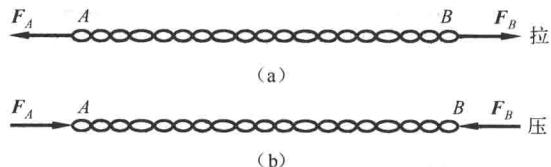


图 1-14

1.2.2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系中，增加或减去任意一平衡力系后所构成的新力系与原力系等效。这是因为平衡力系对刚体的作用总效应等于零，所以它不会改变刚体的平衡或运动状态，如图 1-15 所示。这个公理常被用来简化某一已知力系，是力系等效代换的重要理论依据。

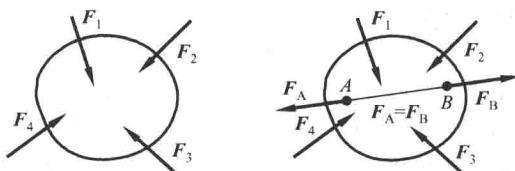


图 1-15

根据加减平衡力系公理，可推出力的另一个结论，作用在刚体上的力可沿其作用线滑移到该刚体的任何一点，不会改变此力对刚体的作用效果（见图 1-16），这个结论称为力的可传性原理。

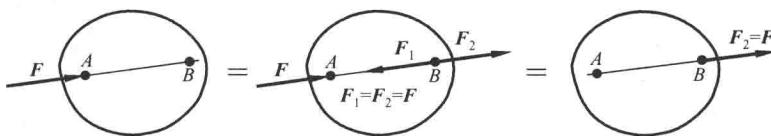


图 1-16

力是滑移矢量，它只能沿作用线滑移，而不能移到作用线以外的任意位置。例如用小车运送物品时，不论在车后 A 点用力 \mathbf{F} 推车，或是在车前同一直线上的 B 点用力 \mathbf{F} 拉车，对于车的运动而言，其效果是一样的，如图 1-17 所示。

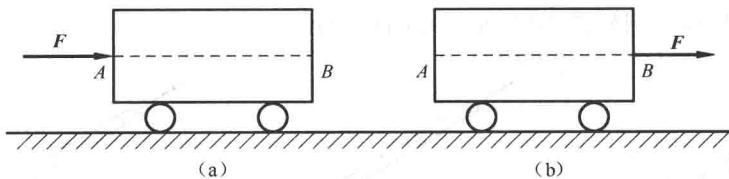


图 1-17

由此可见，就力对于刚体的运动效应来说，力的作用点已不再是重要因素。也就是说，我们只须知道力的作用线，至于作用线上的哪一点是力的作用点，则无关紧要。因此，作用于刚体上力的三要素又可以说，力的大小、方向和作用线。与二力平衡公理相同，加减平衡力系公理只适用于同一刚体。对于需要考虑变形的物体，加减任何平衡力系，都将会改变物体的变形情况。图 1-18 (a) 所示的 AB 杆，在平衡力系 (F_1, F_2) 的作用下会产生拉伸变形，如果去掉该平衡力系，则杆就没有变形；若将两力反向后再加到杆端，如图 1-18 (b) 所示，则该杆就要产生压缩变形。拉伸与压缩是两种不同的变形效应。

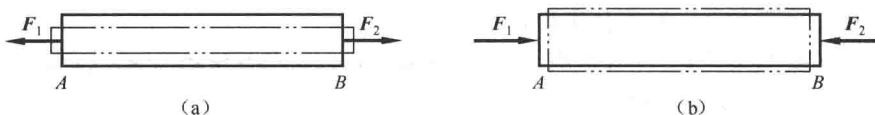


图 1-18

1.2.3 力的平行四边形公理

1. 力的合成

在图 1-19 所示实例中，设包重为 100 N，如果在包上作用了一个 $F_R=100$ N 的力就能将包提起来。这时有两个人各自在该包上作用了 $F_1=50$ N 和 $F_2=50$ N 的力时（见图 1-20），尽管 F_1, F_2 加起来是 100 N，但这个包是提不起来的。因为这两个力只相当于在包上作用了一个 $F_R=94$ N 的力（设两人手间的夹角为 40° ）。只有当 F_1 和 F_2 都等于 53 N 的力时，它才相当于在包上作用了一个 $F_R=100$ N 的力，这时才能把该包提起来。从这里可以看出， $F_1+F_2 \neq F_R$ ，所以讨论力时除了考虑它的大小外，还一定要考虑到它的方向，这进一步说明力是矢量。在图 1-20 所示实例中，把包提起来时， F_1 与 F_2 两个力的作用效果与图 1-19 所示的一个力 F_R 的作用效果是相同的，力 F_1 、 F_2 相当于力 F_R 的作用效果。于是人们把力 F_R 称为力 F_1 与力 F_2 的合力，而力 F_1 与力 F_2 称为力 F_R 的分力。



图 1-19

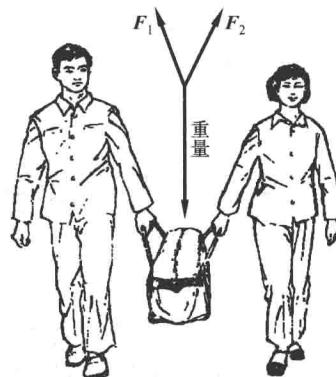


图 1-20

工程上经常遇到这样的情况，已知作用在同一点的两个力 F_1 和 F_2 ，要用一个力 F_R 来等效的代替它。也就是说已知两个分力，求它们的合力。这种求法符合平行四边形公理（或称法则）。力的平行四边形公理也是力的性质之一。它是这样描述的：作用在刚体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点，合力的大小、方向由以这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，如图 1-21 所示。

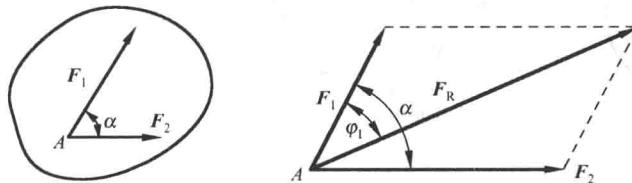


图 1-21

合力等于两分力的矢量和，写成矢量式为 $F_R = F_1 + F_2$ 。根据平行四边形公理用作图法求合力时，通常只需要画出半个平行四边形就够了。例如图 1-22 (a) 所示的受力分析中，从 A 点开始先画矢量 $AB = F_1$ ，从 B 点再画矢量 $BD = F_2$ ，连接起点 A 与终点 D ，合力 F_R 就由封闭边的矢量 AD 决定，如图 1-22 (b) 所示。这称为求两汇交力合力的三角形法则。

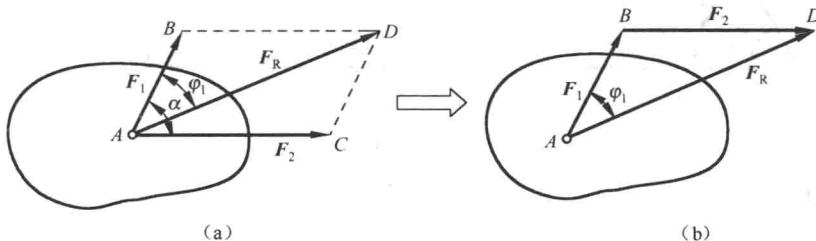


图 1-22

根据力的平行四边形法则或力的三角形法则，合力 F_R 的大小及 F_R 与分力 F_1 的夹角 φ_1 可以用图解法求得，也可用计算的方法得到，其计算公式为

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \\ \varphi_1 &= \sin^{-1} \frac{F_2}{F_R} \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

【例 1-1】 图 1-23 (a) 所示物体上 A 点处作用了 F_1 和 F_2 两个力，且 $F_1=80 \text{ N}$, $F_2=100 \text{ N}$ ，它们之间的夹 $\alpha=60^\circ$ ，求其合力 F_R 。

解： (1) 图解法。传统的图解法是用三角尺、量角器、铅笔等工具在纸上根据力的平行四边形法则或三角形法则按比例把图作出来，再量一下四边形的对角线或三角形的斜边，再按原作图的比例换算出合力，然后用量角器量出四边形的对角线或三角形的斜边与 F_1 间的夹角就完成了合力 F_R 的求解，如图 1-23 (b) 所示。得 $F_R=157 \text{ N}$, F_R 与 F_1 的夹角为 34° ，如图 1-23 (c) 所示。

这种图解法求合力既慢又麻烦，还容易出错，有时误差还很大。计算机的出现及各种机械绘图软件日益完善，给传统的图解法带来了方便。这种图解法不必考虑作图的比例，求合力既快又好，且可得到与计算法同样结果。图 1-24 所示为在计算机上打开 CAXA 电子图板 2007 软件后，开启智能捕捉，用绘制箭头等命令进行作图完成合力 F_R 的求解。得 $F_R=156.205 \text{ N}$, F_R 与 F_1 的夹角为 33.670° 。

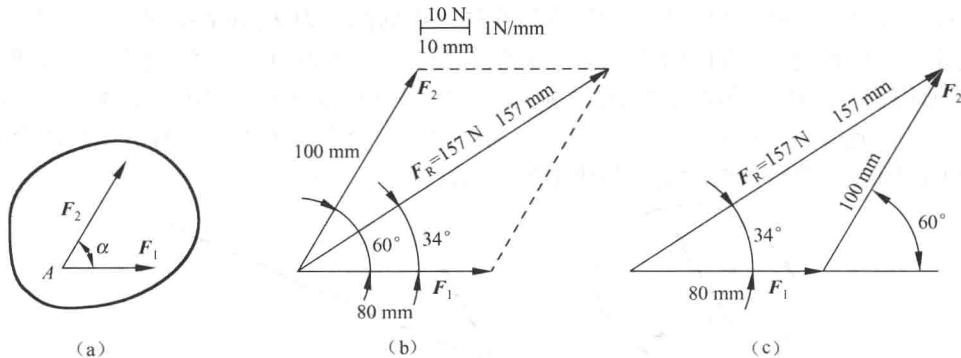


图 1-23

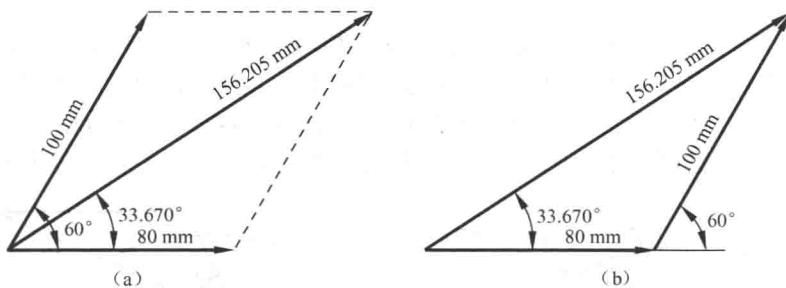


图 1-24

(2) 计算法。

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} = \sqrt{80^2 + 100^2 + 2 \times 80 \times 100 \cos 60^\circ} \text{ N} = 156.21 \text{ N}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{F_2}{F_R} \sin \alpha = \frac{100}{156.2} \sin 60^\circ = 0.554434$$

$$\varphi_1 = 33.67^\circ$$

答: $F_R = 156.21 \text{ N}$, F_R 与 F_1 的夹角为 33.67° 。

当两个共点力间成任意角度时用式(1-2)求它们的合力。当两共点力间的夹角成图 1-25(a)所示的特殊角度时,为了计算上的方便,求合力时可以不用式(1-2)。也就是说当两个分力相互垂直时,可用勾股弦定理来求它们的合力。当两个力共线时,其合力等于两力的代数和。共线的两力同向时相加,反向时相减,且方向与较大的一个力的方向相同,如图 1-25(b)(c) 所示。

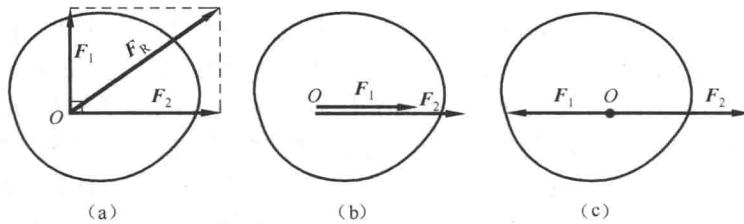


图 1-25

2. 三力平衡汇交定理

刚体受三个共面但互不平行的力作用而平衡时若其中两个力的作用线汇交于一点,则此