

能源与动力学院

021 系

目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
1	殷艺云 郭海丁	硕士生 正高	021 021	基于粒子群神经网络的轮盘优化	航空动力学报	2007. 22. 9	
2	郭平 郭海丁	硕士生 正高	021 021	焊接接头疲劳寿命评估方法综述	中国航空学会动力分会发动机可靠性专业委员会学术会议	2007. 11	
3	陈乐心 郭海丁	硕士生 正高	021 021	航空构件疲劳试验数据异常值识别方法比较	中国航空学会动力分会发动机可靠性专业委员会学术会议	2007. 11	
4	邓旺群 高德平 郭飞跃	博士生 正高 中级	021 021 608所	航空发动机涡轮单元体高速动平衡试验研究	机械强度	2007. 29. 3	
5	韩军 高德平 胡绚 陈高杰	博士后 正高 博士生 中级	021 021 021 工程兵一所	航空发动机双转子系统的拍振分析	航空学报	2007. 28. 6	
6	韩军 高德平 金海波 陈高杰	博士后 正高 副高 中级	021 021 一院 工程兵一所	基于RBF网络的步行式底盘内力计算优化方法	工程力学	2007. 24. 8	
7	韩军 高德平 金海波 陈高杰	博士后 正高 副高 中级	021 021 一院 工程兵一所	一种计算步行式底盘局部结构载荷的优化方法	机械工程学报	2007. 43. 10	
8	范志强 高德平 覃志贤 王维 纪永汉	博士生 正高 中级 中级 副高	021 021 624所 624所 420厂	航空发动机真实机匣的包容性试验	航空动力学报	2007. 22. 1	
9	曹磊 高德平 江和甫	博士生 正高 正高	021 021 624所	弹性环式挤压油膜阻尼器减振机理初探	振动工程学报	2007. 20. 6	
10	曹磊 高德平 江和甫	博士生 正高 正高	021 021 624所	弹性环刚度特性研究	燃气涡轮试验与研究	2007. 20. 1	
11	丁连超 陈伟	硕士生 正高	021 021	航空发动机转子叶片可靠性研究	中国航空学会学术年会	2007	
12	温海涛 关玉璞	硕士生 副高	021 021	直升机复合材料主浆叶的鸟撞有限元数值模拟仿真	江苏省航空航天学会飞行器专业委员会学术年会	2007	
13	关玉璞 赵振华 陈伟 高德平	副高 博士生 正高 正高	021 021 021 021	Foreign object damage to fan rotor blades of aeroengine Part I: Experimental study of bird impact	Chinese Journal of Aeronautics	2007. 20. 5	
14	关玉璞 陈伟 高德平	副高 正高 正高	021 021 021	航空发动机外物损伤研究现状	航空学报	2007. 28. 4	

目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
15	关玉璞 张在坤 赵振华 陈伟 高德平	副高 硕士生 博士生 正高 正高	021 021 021 021 021	粒子分离器涡流叶片鸟撞击损伤试验	航空动力学报	2007. 22. 12	
16	罗刚 范引鹤 梁尤疆	中级 正高 中级	021 021 606所	高温合金焊接接头应力分析与疲劳寿命预测	航空动力学报	2007. 22. 2	
17	陈茉莉 李舜酩	中级 正高	021 022	信号源识别的相干函数法	中国机械工程	2007. 18. 1	
18	胡绪腾 宋迎东	博士生 正高	021 021	总应变-应变能区分法	机械工程学报	2007. 43. 02	
19	张鸿 宋迎东	博士生 正高	021 021	陶瓷基复合材料单纤维拔出力学分析	航空动力学报	2007. 22. 11	
20	张鸿 宋迎东	博士生 正高	021 021	陶瓷基复合材料基体裂纹偏转能量释放率研究	航空动力学报	2007. 22. 10	
21	胡绚 罗贵火 高德平	博士生 副高 正高	021 021 021	航空发动机中介轴承的特性分析	航空动力学报	2007. 22. 3	
22	胡绚 罗贵火 高德平	博士生 副高 正高	021 021 021	反向旋转双转子稳态响应计算分析与试验	航空动力学报	2007. 22. 3	
23	栾永先 罗贵火	硕士生 副高	021 021	无螺栓挡板与叶片接触压力的分析	航空动力学报	2007. 22. 9	
24	胡绚 罗贵火 高德平	博士生 副高 正高	021 021 021	反向旋转双转子动力特性分析	现代机械	2007. 4	
25	温卫东 崔海坡 徐颖	正高 博士生 博士生	021 021 021	T300/BMP-316复合材料板冲击损伤研究	航空动力学报	2007. 22. 5	
26	温卫东 徐颖 崔海坡	正高 博士生 博士生	021 021 021	低速冲击下复合材料层合板损伤分析	材料工程	2007. 7	
27	宋锋 温卫东 崔海涛	硕士生 正高 正高	021 021 021	基于改进蚁群算法的结构形状优化	航空学报	2007. 28. 5	
28	王丹勇 温卫东	博士生 正高	021 021	复合材料单向层合板损伤失效试验研究	复合材料学报	2007. 24. 5	
29	卿华 江和甫 温卫东 吴长波 孙景国	博士生 正高 正高 副高 中级	021 624所 021 624所 624所	镍基单晶合金气冷叶片模拟试样的蠕变性能研究	航空动力学报	2007. 22. 5	
30	邵将 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	纺织陶瓷基复合材料力学性能研究进展	硅酸盐学报	2007. 35. 1	

目录

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期	类别
31	邵将 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	三维编织复合材料刚度和强度性能研究进展	材料科学与工程学报	2007. 25. 3	
32	古远兴 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	钛合金燕尾榫结构在不同疲劳载荷下的断口分析	机械工程材料	2007. 31. 4	
33	古远兴 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	燕尾榫连接结构低周微动疲劳寿命预测	应用科学学报	2007. 25. 5	
34	古远兴 温卫东	博士生 正高	021 021	摩擦系数对燕尾榫微动疲劳特性的影响	宇航材料工艺	2007. 37. 4	
35	卿华 江和甫 温卫东 吴长波 胡仁高 覃志贤	博士生 正高 正高 副高 中级 中级	021 624所 021 624所 624所 624所	DD6单晶合金循环蠕变性能研究	燃气涡轮试验与研究	2007. 20. 3	
36	刘闯 温卫东 崔海涛	硕士生 正高 正高	021 021 021	不同齿数枞树榫结构的微动疲劳性能比较	中国航空学会第四届航空发动机可靠性学术会议	2007	
37	徐颖 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	复合材料层合板冲击后压-压疲劳寿命预测方法	复合材料学报	2007. 24. 2	
38	徐颖 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	复合材料层合板疲劳逐渐累积损伤寿命预测方法	航空动力学报	2007. 22. 4	
39	徐颖 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	含冲击损伤的复合材料层合板寿命的研究进展	材料科学与工程学报	2007. 25. 1	
40	徐颖 温卫东 崔海波	博士生 正高 博士生	021 021 021	含冲击损伤的复合材料层合板疲劳试验研究	宇航材料工艺	2007. 37. 2	
41	徐颖 温卫东 崔海涛	博士生 正高 正高	021 021 021	层合板冲击及冲击后疲劳试验研究	中国航空学会第四届航空发动机可靠性学术会议	2007	
42	鲁玉峰 吴忠跃 崔海涛 夏春山 曾庆国	硕士生 副高 正高 中级 中级	021 410J 021 410J 410J	设计与制造异地协同平台的建立	沈阳航空工业学院学报	2007. 24. 4	

文章编号: 1000-8055(2007)09-1578-05

基于粒子群神经网络的轮盘优化

殷艺云, 郭海丁

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘要: 将粒子群算法(PSO)和 BP 神经网络相结合, 构建了一种新型智能结构优化算法。PSO 方法除用于结构优化外, 还被用于 BP 神经网络的构造及网络训练, 使之可自适应调整优化。结构优化中, 以 BP 神经网络取代有限元方法, 通过设计变量来映射目标函数和约束, 从而大大提高了计算速度。将此方法用于轮盘结构优化, 使得轮盘体积减少了 17.5%, 结果通过检验。该方法便捷、高效, 为解决工程结构优化问题提供了一个新途径。

关键词: 航空、航天推进系统; 轮盘; 粒子群算法 (PSO); 神经网络; 结构优化

中图分类号: V231.9 文献标识码: A

Optimization of turbine disk based on particle swarm optimization and neural network

YIN Yi-yun, GUO Hai-ding

(College of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: A new computational intelligence method was established by combining particle swarm optimization (PSO) and back propagating (BP) neural network. In addition to structural optimization, PSO is also used in BP neural network's construction and training, thus enabling self-adaptive optimization. In the structural optimization, the neural networks were used to map object function and constraints instead of finite element method (FEM), helping to accelerate greatly the computation speed. A disk model was optimized to decrease its volume by 17.5%. The results show that, this convenient and efficient method will provide a new approach to structural optimization.

Key words: aerospace propulsion system; turbine disk; particle swarm optimization (PSO); neural network; structural optimization

随着优化问题的日益复杂和计算机技术的飞速发展, 以粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)和蚁群算法为代表的群体智能算法逐渐引起了人们关注。通常单个自然生物并不是智能的, 但是整个生物群体却表现出处理复杂问题的能力, 群体智能则是这些团体行为在人工智能问题中的应用。同遗传算法类似, 粒子群优化算法

也是对简单社会系统的模拟, 其基本概念源于对鸟群捕食行为的研究。PSO 的优势在于简单容易实现同时又有深刻的智能背景, 既适合科学的研究, 又特别适合工程应用, 因而引起了演化计算等领域的学者们的广泛关注, 在短短的几年时间里出现大量研究成果, 并广泛应用于函数优化, 神经网络训练、模式分类、模糊系统控制以及其他的应用

领域。有研究表明,神经网络的学习和记忆功能在大规模优化问题的高速计算中具有优势,可以取代有限元分析^[1-4]。本文则将两者有机结合提出一种新算法——粒子群神经网络(particle swarm optimization-back propagating neural network, PSO-BP)方法,并应用于结构优化设计。

1 PSO-BP 算法

美国的 Kennedy 和 Eberhart 受鸟群觅食行为的启发,于 1995 年提出了粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)。在优化问题中,每个粒子都是问题的一个解(设计点),并由目标函数为之确定一个适应值(Fitness value)。每个粒子在解空间中运动,并由一个速度决定其方向和距离。通常粒子将追随当前的最优粒子而动,并经逐代搜索,最后得到最优解。在每一代中,粒子将跟踪 2 个极值,一个为粒子本身迄今找到的最优解 pbest,代表粒子自身的认知水平;另一个为全种群迄今找到的最优解 gbest,代表社会认知水平^[5]。

如图 1,设第 i 个粒子在 N 维空间里的位置表示为矢量 $X_i = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, 飞行速度表示为矢量 $V_i = (v_1, v_2, \dots, v_N)$ 。对于第 k 次迭代,每个粒子是按照下式进行变化的:

$$v_{id}^{k+1} = \omega \times v_{id}^k + c_1 \times \text{rand}() \times (p_{id} - x_{id}) + c_2 \times \text{rand}() \times (p_{gd} - x_{id}) \quad (1)$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \quad (2)$$

公式(1)和(2)中, $i=1, 2, \dots, m$, m 是该群体中粒子的总数; v_{id}^k 为第 k 次迭代粒子 i 飞行速度矢量的第 d 维分量; x_{id}^k 为第 k 次迭代粒子 i 位置矢量的第 d 维分量; p_{id} 为粒子 i 个体最好位置 pbest 的第 d 维分量; p_{gd} 为群体最好位置 gbest 的第 d 维分量; c_1, c_2 则为权重因子; rand() 为随机函数,产生 $[0, 1]$ 的随机数; ω 为惯性因子。

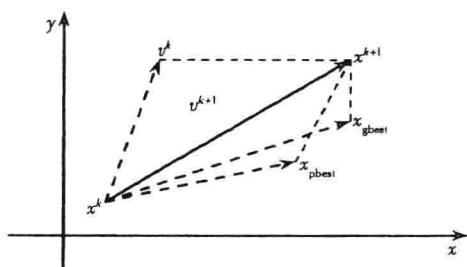


图 1 粒子移动原理图

Fig. 1 Update of swarm

PSO 算法需要设置的参数包括:惯性因子 ω ,

权重因子 c_1, c_2 , 最大迭代次数 itermax 和群体规模 m 。合适的 c_1, c_2 可以加快收敛且不易陷入局部最优,通常令 $c_1=c_2=2$;

文献[6]研究了惯性因子 ω 对优化性能的影响,发现较大的 ω 值有利于跳出局部极小点,而较小的 ω 值有利于算法收敛,因此提出了自适应调整的策略,即随着迭代的进行,线性地减小 ω 的值。通过调整 ω 的大小来控制以前速度对当前速度的影响,使其可兼顾全局搜索与局部搜索。通常权重函数 ω 由下式来确定

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{itermax} \times iter \quad (3)$$

式中 $\omega_{\max}, \omega_{\min}$ 分别是 ω 的最大值和最小值; iter, itermax 分别是当前迭代次数和最大迭代次数。研究表明 $\omega_{\max}=0.9, \omega_{\min}=0.4$ 时有较好的性能。

在复杂的优化问题中,很难或者不可能建立精确的数学模型,为了充分发挥粒子群算法的优势,神经网络成为重要补充。神经网络作为一种空间映射手段的最大特点是:仅仅借助样本数据即可对系统实现由 R^n 空间(n 为输入神经元数)到 R^m 空间(m 为输出神经元数)的高度非线性映射。BP 算法是目前应用最广泛的神经网络学习算法。据统计,有近 90% 的神经网络应用是基于 BP 算法的^[7]。虽然神经网络已经成功地运用于结构优化设计的许多问题,但并不存在一种适合所有的结构的神经网络结构。对于特定的问题构造合适的神经网络结构(通常指隐含层的神经元数目)是 BP 神经网络应用中的难题。

为了充分利用 BP 网络已有的一些成熟改进算法的优势,本文使用粒子群算法和改进 BP 算法寻找合适的神经网络结构。其基本思路为:以 BP 神经网络隐含层神经元数目为设计变量,对每个个体(神经网络结构)采用 BP 算法训练,提取训练后的均方误差作为评价函数,用粒子群算法寻优。目标使 BP 网络训练误差最小。具体处理如下:

(1) 设计变量的确定

粒子个体形如: $X = [x_1, x_2]$ 。其中, x_1 表示第一个隐含层中神经元的数目,将其限定在 $[1, S]$ 之间的任意整数; x_2 表示第二个隐含层中神经元的数目,将其限定为 $[0, S]$ 之间的任意整数。 S 的设置采用

$$S = \sqrt{a_2 + a_1} + a \quad (4)$$

在式中 a_2 表示神经网络输入变量个数(根据具体问题一般可以给定), a_1 是输出变量个数。 a 可以

是 1~10 之间的整数, 为获取更大神经元数目的可选空间, 本文偏大一些设置, 将 a 选择为 15.

(2) 适应值的确定

对每个粒子的评价将通过 BP 网络的训练来实现. 例如: 个体 $X = [4, 5]$, 表示一个 BP 网络第一隐含层有 4 个节点, 第二隐含层有 5 个节点. 对该个体进行评价也就是采用特定的 BP 算法对它进行训练, 训练后提取均方误差函数值作为评价指标

$$\text{Fitness}(X) = -Mse(X) \quad (5)$$

其中 $\text{Fitness}(X)$ 表示 X 的适应度, $Mse(X)$ 表示采用个体 X 所表示的 BP 网络结果经过训练后达到的误差水平.

为提高神经网络的映射能力, 将原始样本归一化, 并进行主元分析. 对 BP 算法的改进措施主要有: 采用自适应学习率, 加入动量项, 采用正则化方法以及验证误差增大时提前停止训练等.

PSO-BP 算法的流程如下:

- (1) 产生样本, 归一化主元分析, 载入数据.
- (2) 粒子群算法优化神经网络结构, 得到最优神经网络结构.
- (3) 粒子群算法优化结构, 用得到的最优神经网络结构映射目标函数及约束值, 作为适值评估.
- (4) 优化结束, 结果输出.

2 PSO-BP 在优化设计中的应用

如图 2 所示为某轮盘的简化结构. 材料屈服应力 = 1 150 MPa. 将叶片和轮缘产生的离心力等效为均布载荷加载在榫槽底部. 确定如图所示的 14 个设计变量, 分别为 $X_1, X_4, Y_1 \sim Y_5, R_1 \sim R_7$.

对算例的分析得知: 强度约束条件为轮盘结构尺寸的隐函数, 并且有可能在图 2 阴影所示的两个区域交替出现. 因此, 将采用分区拟合技术来分别映射两个区域的最大应力 $\sigma_{\max 1}$ 和 $\sigma_{\max 2}$. 在这两个地方有应力集中的小区域, 而在实际设计中允许材料进入屈服状态, 且径向应力要大于周向应力, 所以参考文献[8], 取阴影部分的最大平均径向应力作为约束.

截面的平均径向应力

$$\sigma_r < 0.75\sigma_{0.2} = 862.5 \text{ MPa}$$

对于目标函数的拟合, 为了达到更快的收敛速度和更好的映射效果, 采用了多网络映射技术. 即训练不同区域最大应力映射关系的 BP 神经网络结构单独进行“结构尺寸-体积”的映射. 这样, 将需要 3 个神经网络来完成结构分析的任务.

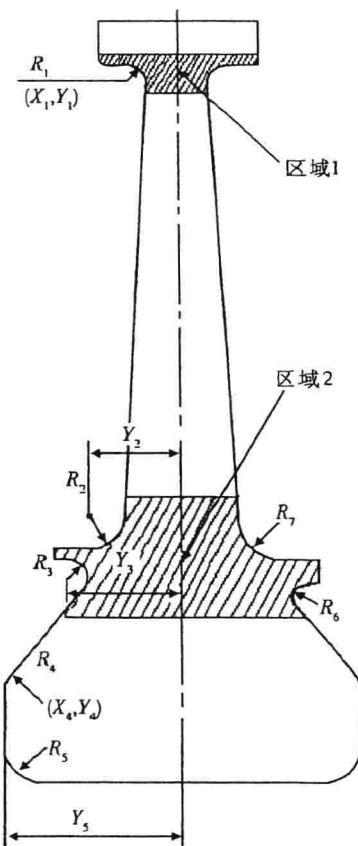


图 2 轮盘的截面简图

Fig. 2 Sketch of disk

本文将 $\sigma_{\max 1} < \sigma_{0.2}, \sigma_{\max 2} < \sigma_{0.2}$ 取为约束条件. 优化目标为得到轮盘最小重量. 由于本算例中轮盘采用的是同种材料, 所以在优化过程中, 将轮盘的体积 V 作为目标函数. 将所有设计变量归一化后, 轮盘设计变量的初始尺寸见表 1 所示.

表 1 设计变量初始值

Table 1 Initial dimensions of disk

设计变量	初始值	设计变量	初始值
X_1	1.000 0	R_1	0.018 4
X_4	0.361 0	R_2	0.036 8
Y_1	0.028 8	R_3	0.018 4
Y_2	0.054 6	R_4	0.036 8
Y_3	0.071 1	R_5	0.036 8
Y_4	0.055 2	R_6	0.044 2
Y_5	0.173 1	R_7	0.036 8

利用有限元软件 ANSYS 产生 600 组样本, 并分为训练样本、测试样本和验证样本. 用 PSO 对改进 BP 神经网络结构优化, 结果如表 2 所示.

最终得到轮盘结构最优结构尺寸如表 3 所示.

最优解结构最大应力、体积等状态变量见表 4 所示.

表2 PSO-BP得到的网络形式与文献[8]比较

Table 2 Optimums of neural network's architectures of two methods

网 络 名 称		结构形式各 层神经元数	均方误 差/%
Net1	本文	14-10-0-1	0.069 0
	文献[8]	14-5-0-1	0.219 3
Net2	本文	14-10-0-1	0.063 9
	文献[8]	14-5-0-1	0.118 9
Net3	本文	14-9-0-1	0.000 015
	文献[8]	14-6-0-1	0.009 9

表3 采用PSO-BP算法优化轮盘结构所得的最优解
Table 3 Optimized result based on PSO-BP method

设计变量	最优解	设计变量	最优解
R_1	0.029 5	X_1	0.992 3
R_2	0.044 2	X_4	0.346 5
R_3	0.025 8	Y_1	0.024 7
R_4	0.051 6	Y_2	0.037 1
R_5	0.051 6	Y_3	0.025 5
R_6	0.058 9	Y_4	0.038 4
R_7	0.051 6	Y_5	0.147 3

表4 PSO-BP法最优解与原方案比较

Table 4 Comparison of maximum stress and volume

状态 指 标	$\sigma_{\max 1}$ / MPa	$\sigma_{\max 2}$ / MPa	归一化 体积 V
本文	1 150.00	1 149.91	0.824 7
文献[8]	1 140.00	1 128.50	0.848 5
ANSYS 优化结果	1 243.55	1 035.42	0.908 6
原方案	1 199.90	971.24	1.000 0
ANSYS 计算结果	1 138.71	1 140.86	0.823 5

表4中 $\sigma_{\max 1}$, $\sigma_{\max 2}$ 和V分别表示区域1、区域2的最大应力和归一化体积,ANSYS计算结果是指将优化结果重新带入ANSYS得到的最大应力及体积以检验神经网络映射性能。从结果来看,本文的算法优化得到的轮盘实际体积比原方案结构减轻了17.5%,取得了比较好的优化效果。同时与ANSYS计算结果相当接近证明神经网络具有较高的精度,误差均不足1%。整个优化过程产生样本需要约2 h,训练神经网络约40 min,最终粒

子群优化不到5 min,整个过程只需要近3 h。(计算机Intel P4,CPU:2.4 GHz,内存:1 G.)虽然计算时间稍长,但获得了较好的优化结果。此外在优化过程中,人为干涉少,对使用人员的建模水平要求不高,优化结果客观可信且能处理较复杂的优化问题时不会需要更长的时间。

3 结论

本文基于对粒子群算法和神经网络各自特性的研究,提出了一种新的优化算法:PSO-BP算法。它不依赖具体结构形状,仅需要一定的样本就可以自适应地进行优化问题的处理,具有广泛的适用性。采用粒子群算法优化BP神经网络结构,既使得现有的BP算法优势得到进一步发挥,又使得神经网络的结构能适合具体的工程研究对象,提高了算法的普适性。PSO-BP算法在对轮盘这种形状不规则,约束条件为隐函数的优化问题应用中显示出良好效果,较之传统优化方法具有更好的智能性。对于复杂工程结构优化问题,由于高度的非线性、多变量和多约束往往存在优化过程建模困难、计算量大、迭代缓慢等问题,本文所提出的PSO-BP方法对有效解决此类复杂工程优化问题提供了新途径。

参考文献:

- [1] 郭海丁,路志峰.基于BP神经网络和遗传算法的结构优化设计[J].航空动力学报,2003,18(2):216-220.
GUO Haiding, LU Zhifeng. Structure design optimization based on BP-neural networks and genetic algorithms[J]. Journal of Aerospace Power, 2003, 18(2): 216-220.
- [2] 郭海丁,李湘萍.一种全程控制的模糊遗传算法在结构优化中的应用[J].航空动力学报,2004,19(6):37-42.
GUO Haiding, LI Xiangping. Structure optimization based on global control fuzzy genetic algorithms[J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(6): 37-42.
- [3] 黄洪钟,黄文培,王金诺.前馈神经网络的一种权重分析方法及其在机械结构分析中的应用[J].机械科学与技术,1996,15(6):855-858.
HUANG Hongzhong, HUANG Wenpei, WANG Jinnuo. An approach to the weights analysis of feedforward neural networks and its application to the analysis of mechanical structures[J]. Mechanical Science and Technology, 1996, 15(6): 855-858.
- [4] 徐宜桂,史铁林,杨叔子.BP神经网络及其在结构动力分析中的应用研究[J].计算力学报,1998,15(2):210-216.
XU Yigui, SHI Tielin, YANG Shuzi. The research of BP neural network and its application in structural dynamic analysis[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 1998, 15(2): 210-216.

焊接接头疲劳寿命评估方法综述

郭 平，郭海丁

(南京航空航天大学，南京 210016)

摘要：焊接接头的评价仍然是一个工业难题，本文对焊接接头的评价方法进行了总结。对于不同的理论和方法分别进行了介绍，特别是近年来的研究重点‘局部法’，对‘局部法’的各种计算模型的原理、分析步骤、影响因素进行了简要探讨。最后对焊接寿命研究的发展趋势做出了展望。

关键词：焊接接头；寿命研究；局部法

1 引言

焊接是一种重要的材料连接方法。在航空航天、船舶、能源、桥梁、机械、电力、化工、冶金等领域得到了广泛的应用。其主要问题在于，焊接产生裂纹后，止裂性能差，扩展的裂纹很容易穿过焊缝，可能导致灾难性的后果。据资料统计^[1]，金属结构由于疲劳而失效约占80%—90%，其中约70%—80%是由焊接件的疲劳失效造成的。对于疲劳寿命设计要求高的航空构件，发展和建立准确的焊接接头疲劳强度与寿命评定方法是关键。可是，到目前为止，国际焊接学会（International Institute of Welding，IIW）只给出了以名义应力表示的焊接接头设计规范^[2]。

2 焊接接头疲劳寿命评估的基本理论

2.1 名义应力法

传统的焊接接头疲劳评定方法是试验和统计经验相结合的分析方法，这种方法以‘名义应力’为疲劳控制参数，通过大量试验建立一系列不同焊接接头几何形状、载荷类型的S-N曲线，据此进行疲劳强度和寿命预测。该法直接包括焊接接头局部应力集中、局部焊缝尺寸偏差、残余应力、冶金状态及焊接工艺等因素的影响，是目前各种疲劳设计规范中广泛使用的方法。同时，基于‘名义应力’法的S-N曲线直接依赖于焊接接头形式和载荷类型等因素的影响，在应用时受到限制，相应的评定规范十分繁琐；对于建立疲劳特性曲线需进行大量的试验，代价高昂。

2.2 局部法

焊接接头疲劳评定的“局部法”，是近年来疲劳评定研究的重要方向。这种方法的基本原理是，焊接接头的疲劳破坏都是从应力集中处的最大应力处开始的，局部循环载荷是疲劳裂纹萌生和扩展的先决条件。只要局部循环参量相同，就具有相同的疲劳性能。这样采用应力集中区域应力场的“局部参量”作为疲劳断裂的控制参量，将不同应力集中焊接构件的疲劳性能与光滑试样的疲劳性能联系起来，建立具有普遍适用性的“局部参量”与循环次数N表示的S-N曲线从而消除名义应力法所具有的局限性。目前，已发展了多种疲劳评定的局部方法：局部应力-应变法、断裂力学法^{[3][4][5]}、临界距离法^{[6][7]}、平均应力法、应力场强法。

2.2.1 局部应力-应变法

局部应力-应变法就是基于疲劳危险部位的局部应力-应变历程，再结合材料相应的疲劳特性曲线进行寿命估算的方法。局部应力-应变法估算寿命步骤为：①确定载荷谱、材料性能常数和应力集中系数；②对载荷-时间历程进行循环计算；③根据载荷-时间历程确定名义应力和应变-时间历程；④根据选定的损伤公式，循环计数的结果计算每一个载荷循环造成的损伤；对损伤进行累积计算，即根据累积损伤公式算出裂纹形成寿命。对于预测较高应

力水平下的低循环疲劳寿命，效果较好^[10]。特点是针对局部危险点，仍只考虑点破坏。

2.2.2 断裂力学法

由于焊接工艺本身的特点，使得接头存在各种缺陷。这些缺陷在循环载荷作用下容易萌生疲劳裂纹，因疲劳裂纹扩展而导致断裂破坏。这种方法主要是研究一条主裂纹在交变载荷下的扩展规律：扩展阶段的疲劳破坏行为高度集中于裂尖附近，裂纹扩展速率仅直接或间接地取决于应力强度因子或守恒积分。

该法关键是建立裂纹扩展速率与应力强度因子（或守恒积分）之间的关系。

(1) $\Delta K \leq \Delta K_{th}$ 时，不发生裂纹扩展（不发生疲劳）， ΔK_{th} 为门槛应力强度因子幅，为一材料参数， $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ ， K_{max} 和 K_{min} 分别为循环过程中的最大和最小应力强度因子；

(2) $K_{max} \geq K_c$ 时，疲劳裂纹快速扩展，发生疲劳破坏， K_c 为临界应力强度因子幅，为一材料参数；

(3) $\Delta K_{th} < \Delta K$ ， $K_{max} < K_c$ 时，裂纹按照一定规律进行扩展，当裂纹尺寸 a 逐渐扩展到临界尺寸 a_c ，突然发生断裂。P.C.Paris 首先提出了裂纹扩展公式：

$$da/dN = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

C 和 m 为材料常数，N 为循环数。

根据焊接接头的应力强度因子的不同定义法又可以分为等效应力强度因子法(ESIF)和缺口应力强度因子法(NSIF)。

2.2.2.1 等效应力强度因子法(ESIF)

Simlth 和 Hillier 的研究表明，在某些条件下深度为 D，根部半径为 ρ 的缺口与相同尺寸的裂纹（即裂纹长度为 D、缺口半径 $\rho=0$ ）具有相同的疲劳性能，即存在一些类似裂纹的‘尖锐缺口’，可以用‘等效应力强度因子’(equivalent stress intensity factor，简称 ESIF)来描述其应力集中特征，如果 ESIF 大于疲劳裂纹扩展门槛值 ($\Delta K > \Delta K_{th}$)，则材料局部发生疲劳失效。

ESIF 的计算过程^[3]先采用有限元法计算构件应力集中处的局部应力场，从最高应力点沿局部最大主应力的垂直方向作坐标轴 r ，并确定最大主应力 σ_1 沿坐标轴 r 的分布函数，即 $\sigma_1 - r$ 曲线，然后将 $\sigma_1 - r$ 曲线与均匀拉伸载荷作用下带中心穿透裂纹的无限大板试样裂纹尖端应力场进行比较，不断调整这两种 $\sigma_1 - r$ 曲线，以达到最佳拟合，最终确定对应具体构件和载荷的“等效应力强度因子”K 参数^[6]。由于在一般情况下疲劳裂纹总是沿垂直最大主应力的方向扩展，因此选择局部最大主应力场计算等效应力强度因子 K 参数，即对应计算裂纹尖端张开型 (Mode I) 应力场的应力强度因子 K_I 。

2.2.2.2 缺口应力强度因子法(NSIF)

对于远处受拉伸或弯曲循环载荷作用的非承载角焊缝十字接头，将焊趾区域简化为尖锐的 V 形缺口。考虑缺口沿缺口张开角 ($\theta=0$) 平分，张开型（模型 1）定义了对称应力场，滑移型（模型 2）定义了反对称应力场，两者是不耦合的。当 $\theta=0$ 时的缺口应力强度因子可以表示为

$$K_1^N = \sqrt{2\pi} \lim_{\theta \rightarrow 0} [(\sigma_\theta)_{\theta=0} r^{1-\lambda_1}] \quad (2)$$

$$K_2^N = \sqrt{2\pi} \lim_{\theta \rightarrow 0} [(\tau_{r,\theta})_{\theta=0} r^{1-\lambda_2}] \quad (3)$$

焊接接头的 NSIF 可以表达为^[11]：

$$K_i^N = K_i \sigma_n t^{1-\lambda_i} \quad (i=1, 2) \quad (4)$$

其中 K_i 是与十字接头几何尺寸有关的无量纲系数，由整体的几何形状和远处加载形式

决定， σ_n 是远处施加的名义应力， t 是主板厚度。在焊趾处的临近区域内， $\sigma_{ij}/r^{\lambda-1}$ 为一常值，缺口应力强度因子被唯一确定，这个区域的大小从 $10^{-4}r/t$ 到 $10^{-1}r/t$ ，进行FEA分析时，要求网格非常精细。

2.2.3 临界距离法 (CDM)

临界距离法是由Neuber提出的，定义疲劳的标准是基于集中应力周围区域内的应力情况，即疲劳强度不仅取决于缺口局部最大应力，而且还与围绕最大应力某一距离内的整体应力水平(即局部应力梯度)有关。区域的大小由临界距离参数 a_0 决定， a_0 仅取决于材料，与缺口和试样的几何形状无关^[8]。 a_0 还可以表示为平板试件疲劳极限 $\Delta\sigma_0$ 和疲劳裂纹扩展门槛应力强度因子 ΔK_{th} 的表达式^[9]：

$$a_0 = \frac{1}{\pi} (\Delta K_{th} / \Delta \sigma_0)^2 \quad (5)$$

a_0 的物理意义为疲劳短裂纹和宏观裂纹的分界值。实际裂纹长度 $a < a_0$ 时为疲劳短裂纹问题， $a > a_0$ 时为宏观裂纹，其疲劳行为可用Paris裂纹扩展公式描述。

根据所取控制参数的不同又分为：点法(PM)、线法(LM)、面法(AM)。点法是利用沿垂直最大主应力方向离开最大应力点 $L/2$ 处的应力值，而线法是利用沿垂直最大主应力方向由最大应力点处到距其 $2L$ 处这段线上的平均应力值，面法是以最大应力点为圆心， a_0 为半径的半圆面的平均应力值。

2.2.4 平均应力法 (SAA)

在缺口顶端附近，因应力很高，应力梯度很大，实际上存在着这样一个很小的区域，在此区域内材料内部存在的晶粒取向不同等微观各向异性不再可以忽略，根据忽略材料微观各向异性的弹性理论求得的弹性应力高于此区域的真实应力。这相当于材料的微观结构限制、约束了弹性应力，故称之为微观结构约束效应或弹性约束效应，而这个很小区域的平均直径则为等效微观结构长度。

应力平均法以微观结构约束效应为基础，此方法认为，裂纹起始取决于最大缺口应力点周围小范围的平均缺口应力。相关的材料参数是等效微观结构长度 ρ^* 。弹性缺口应力沿此长度在垂直于缺口顶端的平面内平均。为了简化数值分析，Neuber设计了一种方法，此法认为平均后的最大缺口应力 $\bar{\sigma}_{K_{max}}$ 直接由具有虚拟增大缺口半径的缺口决定(这样避免了平均过程)。它与名义应力决定疲劳缺口系数

$$K_f = \bar{\sigma}_{K_{max}} / \sigma_{nom} \quad (6)$$

计算最大缺口应力 $\bar{\sigma}_{K_{max}}$ 时所取虚拟缺口曲率半径 ρ_r 为

$$\rho_r = \rho + s \rho^* \quad (7)$$

其中 ρ 为实际缺口曲率半径； s 为微观结构约束系数，取决于缺口应力状态的多向性和所使用的强度标准。

ρ^* 的计算表达式^[12]：

$$\rho^* = \frac{\rho}{s} [(K_t - 1)^2 / (K_f - 1)^2 - 1] \quad (8)$$

钢结构焊接接头的抗疲劳极限由零缺口半径 $\rho=0$ 、等效微观结构长度 $\rho^*=0.4\text{mm}$ 、平面应力状态下 $s=2.5$ 和Von Mises屈服准则决定^[12]。这就形成了以虚拟缺口曲率半径 $\rho_r=1\text{mm}$ 来进行疲劳缺口系数分析，此法已收录于IIW设计规范^[11]。对铝合金焊接接头 $\rho^*=0.15\text{mm}$ ^[12]，由(7)式得 $\rho_r=0.4\text{mm}$ 。

2.2.5 应力场强法

应力场强法综合考虑最大应力及其附近区域应力对接头疲劳特性的影响^[13]。

应力场强定义为：

$$\sigma_{FI} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} f(\sigma_{ij}) \psi(r) dv \quad (9)$$

$f(\sigma_{ij})$ 为破坏区应力函数, 反映了材料和应力场两个因素对场强的影响;

$\psi(r)$ 为权函数, 表征 r 处应力对峰值应力的贡献。

Ω 为缺口破坏区域, 仅与材料性能相关, 认为对于同种材料, 其场径值相等。应用时一般取为以缺口根部为圆心的一个圆(椭圆), 由场径 r 来衡量其大小。

场径 r 的确定由试验和计算相结合来确定: 由试件(焊接接头未进行修形处理)的疲劳寿命 N_f 和由光滑试件建立的 S-N 曲线得出该寿命(N_f)下的应力水平 σ_N , 接着对试件进行有限元分析, 以焊缝缺口根部为圆心, 取不同场径值计算应力场强值, 建立 $\sigma_{FI}-r$ 曲线, 取 $\sigma_{FI}=\sigma_N$ 时的 r 值即为所求。

权函数具有下列特点:

(1) $0 \leq \psi(r) \leq 1$; (2) $r=0, \psi(r)=1$; (3) 对于光滑试件, $\psi(r) \equiv 1$ 。

一般取权函数^[15]:

$$\psi(r) = 1 - (1-x)r(1+\sin\theta) \quad (10)$$

x 和 θ 为表示 Ω 区域中某一点的空间位置的参数, x 为该点处应力值与最大应力的比值。

对于光滑试件, $\sigma_{FI}=S_N$, S_N 为所施加在光滑试件上的外应力。

应力场强法较好地考虑了焊趾处及其附近区域应力的影响, 不受焊接头几何参数的影响, 具有很强的适应性。

局部法由于包括了焊接接头局部焊缝细节等因素的影响, 能够准确反映焊接结构疲劳断裂的实际情况, 因而受到国际焊接学会和工程界的普遍重视。同时, 自身也存在一些缺点: 断裂力学法存在对裂纹和裂纹位置的人为假设, 是以无损非耗散材料为基础, 其中 NSIF 法依赖于焊趾角度的变化, 目前这种方法只应用焊趾角度 $\theta = 135^\circ$ 非承载十字接头类型, 对其它焊接接头形式需要试验数据的验证, 而 ESIF 法主要适用于‘尖锐焊趾’(即要类似于裂纹); 临界距离法的关键是临界距离参数 a_0 的确定, 由式(5)知, 采用断裂力学方法测试 ΔK_{th} , 但一般对焊接接头测试其裂纹启始点附近的材料性能比较困难; 由式(8)知, 影响等效微观结构长度 ρ^* 因素很多, ρ^* 不是仅与材料相关的参数, 因此 SAA 法适用性不好; 应力场强法在应用时人为地将破坏区域定为球形或椭圆形。除此之外, 这些方法仍不能考虑焊接残余应力等因素的影响。

2.3 损伤力学法

焊接接头因为存在各种缺陷, 材料非均匀也不连续, 且由于焊接热循环的作用, 使得焊接热影响区内有很强的组织梯度和力学性能不均匀性, 采用损伤力学研究具有很大优势。有关焊接接头损伤研究的成果还不多。该法的关键是损伤变量的选取和损伤演化方程的建立。文献[14]、[15]、[16]将焊接接头视为一个整体, 建立了适合评估焊接接头疲劳的损伤演化方程, 并取得了一些成果: 以损伤前后的应变幅定义损伤变量, 在 Chaboche 的高周疲劳模型基础上, 建立了考虑初始损伤和应力集中的焊接头疲劳损伤演化方程和寿命方程, 并通过试验对相关参数进行了拟合; 建立了基于分形损伤变量的焊接头低周疲劳分形损伤演化方程。

3 局部法的应用

G. Crupi^[9]等人对不同几何形状的十字型角焊, 分别利用 ESIF、NSIF、PM、LM 进行疲劳寿命预测, 预测效果见表 1, 焊材为铝合金, 尺寸单位为 mm。

误差计算表达式为: $err \% = 100 \times (\text{计算值} - \text{试验值}) / \text{试验值}$

表 1 十字型角焊接头寿命预测效果

t	z	h	ESIF err%	NSIF err%	PM err%	LM err%
3	3	5	-8	-4	5	9
6	6	7	-6	1	11	16
12	12	10	-14	-9	2	7
24	24	20	-6	1	11	16
24	6	7	-16	-6	-2	0
12	6	7	-4	5	12	18

管德清^[17]利用应力场强模型对对接板接头、错位板接头、T型板接头、十字型板接头进行了有效应力集中系数计算并与试验值进行了比较,见表2。误差定义同上。

表2 焊接钢结构的有效应力集中系数

结构型式	计算值	试验值	误差
对接板接头	2.67	2.37	12.6%
T型板接头	2.71	2.55	6.3%
十字型板接头	3.06	2.91	5.2%
(δ为位错参数)	δ=0.15mm	2.93	5.4%
	δ=0.30mm	3.29	-1.5%
	δ=0.60mm	3.92	-3.9%
	δ=1.08mm	4.63	-6.7%

文献[19]利用场强法计算法兰焊接接头疲劳寿命。材料为1Cr18Ni9Ti,由试验和插值计算得到场径 $r=0.48\text{mm}$ ^[19],疲劳寿命计算结果与局部应变法计算结果和试验结果^[18]对比,见表3。

表3 应力场强法和局部应力应变法预测寿命对比

计算方法	危险部位应力(MPa)	计算寿命N _c	试验寿命N _e	N _c /N _e
局部应力应变法	372.98	2705	N _{min} =6305 N _{max} =15200	0.239
场强法	349.5	6109	N _a =11319	0.540

讨论:

(1)由表1知,预测误差不超过20%,在工程中是可接受的。有效应力强度因子法的预测误差均为负,根据误差的定义,预测的寿命值均小于实际寿命值,这是由该法的人为假设所决定。

(2)采用应力场强法计算出的焊接接头有效应力集中系数,其误差甚至在10%以内;而采用场强法预测法兰焊接接头寿命与局部应力应变法相比,预测精度有了明显提高。这表明场强法具有很好的工程应用前景。

(3)应力场强法不需对焊缝附近的应力进行假设,也不受焊趾处的几何形状的影响,具有很强的适应性;在应用时,要求对焊趾附近区域进行精细的应力分析。

4 小结

由于包括了焊接接头局部焊缝细节等因素的影响，能够准确反映焊接结构疲劳断裂的实际情况，断裂力学法、临界距离法、应力场强法将成为重要的研究方向。损伤力学法由于目前对于损伤场的描述存在困难，所提出的损伤变量存在较多的人为假设，使得基于试验的经验或半经验模型难以得到应用。随着损伤力学的进一步发展以及这些问题的解决，也必将为焊接接头的疲劳寿命评定开辟新的天地。

参考文献：

- [1] 杜洪增.飞机结构疲劳强度与断裂分析.中国民航出版社.1996.9.
- [2] Hobbacher A editor. Fatigue design of welded joints and components IIW document X11121539296PXV2845296. Cambridge : Abington Publishing , 1996.
- [3] Taylor D, Zhou, Ciepalowicz A J, et al. Mixed-mode fatigue from stress concentration: an approach based on equivalent stress intensity, Int. J Fatigue, 1999, 21:173-178.
- [4] Atzori B, Meneghetti PG, Sumel L, Estimation of the fatigue strength of light alloy welds by an equivalent notch stress analysis. Int. J. Fatigue. 2002, 24:591-599.
- [5] Lazzarin P, Livieri P. Notch Stress Intensity Factors and Fatigue Strength of Aluminium and Steel Welded Joints. Int. J. Fatigue, 2001, 23:225 — 23
- [6] Taylor D, Bolognini P, Bel Knani K. Prediction of fatigue location on a component using a critical distance method. Int. J. Fatigue, 2000, 22: 735-742.
- [7] Taylor D. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model. Int. J. Fatigue, 1999, 21:413-420.
- [8] Ostash OP, Panasyuk VV, Kostyk EM. A phenomenological model of fatigue macro-crack initiation near stress concentrators. Fatigue Fract. Eng Mater Struct., 1999.22: 161-72.
- [9] G. Crupi , V. Crupi , E. Guglielmino, D. Taylor .Fatigue assessment of welded joints using critical distance and other methods. Engineering Failure Analysis 12 (2005) 129 - 142.
- [10] 王立心.某发动机燃烧室外套寿命预测.南京航空航天大学硕士学位论文.2003.
- [11] Lazzarin P, Tovo R. A notch intensity factor approach to the stress analysis of welds .Fatigue Fract Eng Mater Struct 1998;21:1089-103 .
- [12] Sonsino CM, Radaj D, Brandt U, Lehrke HP. Fatigue assessment of welded joints in AlMg4.5Mn Aluminium Alloy(AA 5083) by Local Approaches . Int J Fatigue 1999;21:985-99 .
- [13] Yao W X. Stress field intensity approach for predicting fatigue life [J] International Journal of Fatigue, 1993, 15 (3) : 243-245.
- [14] 兰飞强. 1Cr11Ni2W2MoV不锈钢焊接接头HCF损伤及机匣寿命研究. 南京航空航天大学硕士学位论文. 2005.
- [15] 武奇. 焊接接头低周疲劳分形损伤演化模型研究. 南京航空航天大学硕士学位论文. 2006.
- [16] 许开旺. TC11钛合金焊接接头低周疲劳宏细观损伤模型研究. 南京航空航天大学硕士学位论文. 2004.
- [17] 管德清等. 焊接钢结构疲劳强度预测的应力场强模型研究. 长沙电力学院学报(自然科学版) 2004 19 (3) .
- [18] 某系列发动机燃烧室机匣定寿研究 南京航空航天大学科技报告, 1999, 12
- [19] 武奇等, 基于场强法的法兰角焊缝接头的疲劳寿命估算. 中国航空学会动力分会第三届可靠性学术会议. 湖北宜昌. 2005. 11.

航空构件疲劳试验数据异常值识别方法比较

陈乐心，郭海丁

(南京航空航天大学，南京 210016)

摘要：数据质量直接关系到航空发动机零部件试验结果分析的效率和可靠性。本文分析了七种恒定量异常值识别方法，并通过一个航空发动机机匣疲劳试验数据对比七种方法的异常值剔除结果，最后给出了各种方法的适用范围并对比了各种方法的实施难易程度。

关键词：恒定量；测量数据；异常值；识别方法

1 引言

在进行航空发动机零部件试验时，由于各种原因，会出现一些明显偏离样本分散中心的数据，我们通常称这样的数据为异常值（outlier），或者可疑值、离群值。如果保留这个值，会对平均值、标准差的计算有某种程度的影响；倘若舍弃这个值，则缺乏科学依据。可疑值出现的原因主要有两方面：1) 人为过失。如在进行观测、记录、计算的过程中，由于失误导致某些值过大或过小。这种异常值歪曲被测对象的物理状态，在进行统计推断或决策时会对正常数据所传达的物理含义造成某种程度的掩盖，是要尽量避免并且剔除的。2) 物理原因。如在进行疲劳试验时，由于试验样品本身的缺陷（锈蚀、划伤、加工刀痕等）或试验过程中因操作不当致使材料强化而导致试验结果偏离预估误差带。这种数据不能随意舍弃，因为它正好反映了零件在材料性能、设计、生产、装配等方面质量的分散性，试验的目的正是要找出这种分散程度。这类数据要根据足够的试验资料及物理分析才能作出取舍的决定。

实际情况中异常值产生的原因是很难查明的，有资料显示，一组测量样本中通常包含1%~10%的异常值。而单从物理意义上分析又难以作出取舍决定，这时通常采用数理统计方法来决策。

2 恒定量异常值识别方法

在统计推断中，如总体均数的区间估计，两个或多个均数的比较，相关分析和回归系数的假设检验等，大都是假定样本的母体分布为已知的函数形式，但其中有的参数为未知，统计推断的目的就是对这些未知参数进行估计或检验。这类统计推断方法称为参数统计。在许多实际问题中，母体分布函数形式往往不知道或者知道的很少，例如只知道总体分布是连续型的或离散型的，这时参数统计方法就不适用，此时需要借助另一种不依赖总体分布的具体形式的统计方法，也就是说不拘于总体分布，称为非参数统计或分布自由统计。

基于数理统计理论的异常值判别方法可以分为两大类：参数统计判别法和非参数统计判别法。

2.1 参数统计法

2.1.1 PanT 准则

假定试验数据的总体 X 服从正态分布， x_i 为异常值的概率为 α ，即

$$P\left(\left|\frac{x_i - \mu^*}{\sigma^*}\right| > u_\alpha\right) \leq \alpha \quad (1)$$

式中， μ^* 与 σ^* 分别表示正态总体的数学期望和标准差的估计值。

一般当 $n \geq 10$ 时， u_α 取 3（此时 $\alpha = 0.0013$ ），当 $n \leq 10$ 时， u_α 取 2（此时 $\alpha = 0.0228$ ）。在试验数据中出现大于 $\mu + 3\sigma$ 或小于 $\mu - 3\sigma$ 数据的概率是很小的，一旦出现，属于小概率事件。因此，对于大于 $\mu + 3\sigma$ 或小于 $\mu - 3\sigma$ 的试验数据作为异常数据，予以剔除。

2.1.2 Chauvenet 准则

设有 n 次测量数据，假定样本服从正态分布，给定小概率 $\frac{1}{2n}$ ，在 $(-\infty, -u_{1/4n}] \cup [u_{1/4n}, +\infty)$ 区间内，正态概率曲线下包围的面积等于 $\frac{1}{2n}$ ，如果某个测量值出现在上述区间中，则认为该值为异常值，即

$$P\left(\left|\frac{x_i - \mu^*}{\sigma^*}\right| > u_{1/4n}\right) \leq \frac{1}{4n} \quad (2)$$

上式建立了测试数据个数与分位数之间的关系。

2.1.3 Grubbs 准则

将测量数据从小到大排列， $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$ ，给定小概率 α ，表示实际是正常数据却判定为异常数据所犯错误的概率。构造统计量进行检验，即

$$P\left(\frac{\mu^* - x_1}{\sigma^*} > \lambda_{\alpha,n}\right) \leq \alpha \quad \text{及} \quad P\left(\frac{x_n - \mu^*}{\sigma^*} > \lambda_{\alpha,n}\right) \leq \alpha \quad (3)$$

分别检验 x_1 和 x_n 。其中 $\lambda_{\alpha,n}$ 为给定 α 和 n 时的分位数，可以通过表查出。

2.1.4 T 检验准则(罗马诺夫斯基准则)

T 检验准则与 Grubbs 准则比较类似，将测量数据从小到大排列，

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n, \text{ 给定小概率 } \alpha, \text{ 构造 } T = \frac{\left|x_1 - \bar{x}^*\right|}{\bar{s}^*} \text{ 统计量, 即} \\ P\left(\frac{\left|x_1 - \bar{x}^*\right|}{\bar{s}^*} > T_{\alpha,n}\right) \leq \alpha \quad (4)$$

不同之处在于 \bar{x}^* 与 \bar{s}^* 为不包括 x_1 或 x_n 在内的均值与方差，即

$$\bar{x}^* = \frac{\sum_{i=1 \text{ or } i=n} x_i}{n-1} \quad (5)$$

$$\bar{s}^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1 \text{ or } i=n} (x_i - \bar{x}^*)^2}{n-2}} \quad (6)$$

这种把 x_1 或 x_n 暂时除开进行计算的方法能保证相对的稳健性。

2.1.5 Dixon 准则

将测量数据从小到大排列， $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$ ，则异常数据必定出现在两侧。构造统计量 F ，则

$$P(F > f_{\alpha,n}) \leq \alpha \quad (7)$$

当统计量 F 大于对应显著性水平 α 和测量次数 n 的临界值 $f_{\alpha,n}$ 时，则认为 x_1 或 x_n 为可疑值。其中， F 的计算公式及在给定置信度下的分位数如表 1 所示：