



普通高等教育大学物理规划教材



# 大学基础物理学(下)

## Fundamentals of University Physics

◎ 郑勇林 卢孟春 朱晓玲 刘 鸿 戴松晖 编著



電子工業出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

014059284

04-43

238

V2

# 普通高等教育大学物理规划教材

## 大学基础物理学（下）

郑勇林 卢孟春 朱晓玲 刘 鸿 戴松晖 编著



电子工业出版社  
Publishing House of Electronics Industry  
北京 · BEIJING

04-43  
238

V2



北航

C1747433

## 内 容 简 介

本书依据教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求》的框架编写而成，全书涵盖了基本要求的核心内容，并增加了部分拓展内容。全书分为上、下两册共 14 章，包含力学、热学、电磁学、振动和波、波动光学、狭义相对论和量子力学基础、分子与固体等内容。每章都包含基本内容、本章提要、阅读材料、习题，全书最后附有习题答案。此外，为了拓展读者的知识面，本书还增加了部分选学内容，这部分内容均标以“\*”号。阅读材料也可作为扩展内容，介绍了物理学在前沿科学和技术中的应用及前沿科学理论，选学内容和阅读材料都自成体系，可选讲或指导学生阅读。

本书可作为高等学校理工科非物理类专业的大学物理教材，也可作为高等职业院校相关专业课程教材和教学参考书。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

#### 图书在版编目(CIP)数据

大学基础物理学·下 / 郑勇林等编著. —北京：电子工业出版社，2014.8  
普通高等教育大学物理规划教材

ISBN 978-7-121-23238-1

I. ①大… II. ①郑… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 100886 号

策划编辑：张小乐

责任编辑：张小乐

印 刷：三河市鑫金马印装有限公司

装 订：三河市鑫金马印装有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×980 1/16 印张：16.25 字数：370 千字

版 次：2014 年 8 月第 1 版

印 次：2014 年 8 月第 1 次印刷

定 价：35.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，  
联系及邮购电话：(010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：(010) 88258888。

## 前　　言

为了更好地适应我国高等教育发展，满足目前社会对一般高等学校大众化教育背景下人才培养的各项要求，进一步探索和完善我国高等学校应用型人才培养体系，积极探索适应 21 世纪人才培养的教学模式，我们根据教育部非物理类专业物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求》（后简称“纲要”）的思想和精神，编写了《大学基础物理学》（上、下）教材及《大学基础物理学习指导》辅导教材。

物理学是自然科学的基础，在人类认识自然世界的进程中一直发挥着重要的作用。尽管本书所涉及的大多数知识是前几个世纪确立的理论，但对于今天乃至未来的人类生活和科技发展都有着重要的影响。对于大学本、专科学生来说，大学物理是学习其他后续课程的基础课，是一门全面地、系统地培养学生综合素质的课程。通过对大学基础物理学课程的学习，可以培养学生科学的思维方式和研究问题的方法，能够开阔思路，激发探索和创新精神，提高科学素养、增强社会适应能力。

本书分为上、下两册共 14 章，包括力学、热学、电磁学、振动和波、波动光学、狭义相对论和量子力学基础、分子与固体等内容。每章都包含基本内容、本章提要、阅读材料、习题，全书最后附有习题答案。此外，为了拓展读者的知识面，本书还增加了部分选学内容，这部分内容均标以“\*”号。阅读材料也可作为扩展内容，介绍了物理学在前沿科学和技术中的应用及前沿科学理论，选学内容和阅读材料都自成体系，可选讲或指导学生阅读。

本书依据“纲要”基本要求而编写，旨在帮助读者掌握物理学的基本概念和规律，建立较完整的物理思想。让读者能学以致用，实现知识能力与素质协调发展。本书在编写上力求内容简练，概念清晰，突出重点，可供高等学校非物理类专业本、专科及成人高等院校的学生学习参考。

本书第 1、2 章由赵茂娟、杨敏编写，郑勇林、杨维审阅；第 3、10、12 章由朱晓玲、王晓茜编写，郑勇林、杨维审阅；第 4 章由郑勇林、高志华编写，杨维审阅；第 5、8 章由杨维编写，郑勇林审阅；第 6 章由刘鸿编写，郑勇林、杨维审阅；第 7、9 章由戴松晖、陆智编写，郑勇林、卢孟春审阅；第 11、13、14 由郑勇林、卢孟春编写，孙婷雅、杨维、杨敏审阅。李伯恒、孙婷雅、郑勇林、杨维、陆智审阅了全书习题。全书由郑勇林统稿。

本书在编写过程中得到了成都大学、长江师范学院、四川农业大学理学院、重庆工业

职业技术学院物理教研室等单位的大力支持，编者在此致以衷心的感谢。特别感谢电子工业出版社给予的大力支持和帮助。

西南大学郑瑞伦教授细致地审阅了书稿，提出许多中肯的修改意见和建议。成都大学汪令江教授，长江师范学院周晏副教授为本书编写做了大量工作，在此表示感谢。

本书编写过程中参考了其他同类教材，在此一并致谢。

由于编者水平有限，书中可能存在不妥甚至错误之处，敬请批评指正。

编著者

2014年8月于成都

# 目 录

<b>第 9 章 振动</b> .....	1
9.1 简谐振动的模型 .....	1
9.1.1 简谐振动特征与简谐振动方程 .....	1
9.1.2 描述简谐振动的特征量 .....	4
9.1.3 简谐振动的旋转矢量表示法 .....	6
9.2 单摆、复摆 .....	8
9.2.1 单摆 .....	8
9.2.2 复摆 .....	8
9.3 简谐振动的能量 .....	10
9.4 简谐振动的合成与分解 .....	12
9.4.1 两个同方向同频率简谐振动的合成 .....	12
9.4.2 两个相互垂直、同频率的简谐振动的合成 .....	15
9.4.3 两个同方向不同频率简谐振动的合成 .....	17
9.5 阻尼振动 受迫振动 共振 .....	18
9.5.1 阻尼振动 .....	18
9.5.2 受迫振动 .....	20
9.5.3 共振 .....	21
9.6 电磁振荡 .....	22
9.6.1 LC 振荡器 .....	22
9.6.2 无阻尼电磁振荡及振荡方程 .....	23
*9.7 非线性振动 .....	24
9.7.1 非线性振动简介 .....	24
9.7.2 非线性特征 .....	25
本章提要 .....	27
阅读材料 .....	29
习题 .....	31
<b>第 10 章 波动</b> .....	37
10.1 机械波的概念 .....	37
10.1.1 机械波的产生 .....	37

10.1.2	横波和纵波	38
10.1.3	机械波的描述	38
10.1.4	波长、波的周期、频率和波速的关系	39
10.2	平面简谐波	40
10.2.1	平面简谐波及波函数	40
10.2.2	波函数的意义	42
10.3	波的能量 波的强度	45
10.3.1	波的能量和能流密度	45
10.3.2	波的强度	48
10.3.3	波的吸收	50
10.3.4	声波	50
10.4	波的干涉	53
10.4.1	波的叠加原理	53
10.4.2	波的干涉	53
10.4.3	驻波	56
10.5	惠更斯原理和波的衍射	64
10.5.1	惠更斯原理	64
10.5.2	波的衍射	65
10.6	平面电磁波	66
10.6.1	电磁波的产生与传播	66
10.6.2	平面电磁波的性质	68
10.7	多普勒效应	69
10.7.1	声波的多普勒效应	69
10.7.2	电磁波的多普勒效应与红移现象	72
	本章提要	72
	阅读材料	75
	习题	77
<b>第 11 章</b>	<b>光的干涉和衍射</b>	<b>82</b>
11.1	光源和光的相干性	82
11.1.1	光源、单色光、相干光	82
11.1.2	光的相干性、相干光的获得	84
11.1.3	光程与光程差	85
11.2	杨氏双缝干涉 劳埃德镜实验	86

11.2.1	杨氏双缝实验	86
11.2.2	劳埃德镜实验	88
11.2.3	反射光的相位突变和附加光程差	89
11.3.4	透镜不引起附加光程差	89
11.3	薄膜干涉 光学干涉测薄膜厚度	90
11.3.1	薄膜干涉	90
11.3.2	增透膜与高反射膜	91
11.3.3	劈尖干涉 牛顿环	93
*11.3.4	光学干涉测薄膜厚度	96
11.4	光的衍射现象和惠更斯-菲涅耳原理	98
11.4.1	光的衍射现象	98
11.4.2	惠更斯-菲涅耳原理	98
11.5	夫琅禾费衍射	99
11.5.1	单缝夫琅禾费衍射	99
11.5.2	圆孔夫琅禾费衍射 光学仪器的分辨率	102
11.6	光栅衍射	104
11.6.1	光栅衍射 光栅方程	104
11.6.2	光栅光谱 缺级现象	106
11.6.3	光的干涉与衍射	107
11.7	X 射线的衍射	107
11.7.1	电磁波谱	107
11.7.2	X 射线的产生	108
11.7.3	X 射线的衍射	110
11.8	光的偏振	112
11.8.1	光的横波性与偏振态	112
11.8.2	自然光 偏振光	113
11.8.3	圆偏振光和椭圆偏振光	113
11.9	起偏和检偏 马吕斯定律	114
11.9.1	起偏和检偏	114
11.9.2	马吕斯定律	114
11.10	反射和折射时光的偏振 布儒斯特定律	115
11.11	双折射	117
11.11.1	寻常光和非常光	117
11.11.2	光轴、单轴晶体、双轴晶体、主平面	118

11.11.3 惠更斯原理解释晶体的双折射	118
<b>*11.12 几何光学</b>	<b>120</b>
11.12.1 几何光学基本定律	120
11.12.2 光在平面上的反射和折射成像	122
11.12.3 光在球面上的反射和折射成像	123
11.12.4 薄透镜	126
本章提要	128
阅读材料	131
习题	135
<b>第 12 章 相对论基础</b>	<b>140</b>
12.1 力学相对性原理 伽利略变换	140
12.1.1 经典力学的相对性原理	140
12.1.2 经典力学的绝对时空观	141
12.1.3 伽利略变换	141
12.2 狭义相对论基本原理 洛伦兹变换	142
12.2.1 狹义相对论基本原理	142
12.2.2 洛伦兹变换	143
12.2.3 洛伦兹速度变换式	143
12.3 狹义相对论的时空观	145
12.3.1 同时性的相对性	145
12.3.2 时间膨胀	145
12.3.3 长度收缩	146
12.3.4 经典时空观与相对论时空观的比较	147
*12.3.5 狹义相对论的相关实验	148
12.4 狹义相对论动力学基础	149
12.4.1 动量与速度的关系	149
12.4.2 质量与能量的关系	150
12.4.3 能量与动量的关系	151
*12.5 广义相对论简介	153
12.5.1 光线在引力场中的弯曲	154
12.5.2 水星轨道近日点的进动	154
12.5.3 光谱线的引力红移	154
本章提要	155

阅读材料 .....	156
习题 .....	157
<b>第 13 章 量子力学基础 .....</b>	<b>160</b>
<b>13.1 黑体辐射 普朗克能量子假说 .....</b>	<b>161</b>
13.1.1 黑体辐射 斯特藩-玻耳兹曼定律 .....	161
13.1.2 维恩位移定律 .....	162
13.1.3 黑体辐射的瑞利-金斯公式 .....	163
13.1.4 经典物理的困惑 .....	164
13.1.5 普朗克能量子假说 普朗克公式 .....	164
<b>13.2 光电效应 爱因斯坦的光子理论 .....</b>	<b>167</b>
13.2.1 光电效应 .....	167
13.2.2 爱因斯坦的光子理论 光的波粒二象性 .....	168
13.2.3 康普顿效应 .....	170
<b>13.3 实物粒子的波粒二象性 不确定关系 .....</b>	<b>171</b>
13.3.1 德布罗意假设及实验证明 .....	171
13.3.2 德布罗意波的统计解释 .....	174
13.3.3 不确定关系 .....	174
<b>13.4 波函数薛定谔方程 .....</b>	<b>176</b>
13.4.1 波函数 .....	176
13.4.2 薛定谔方程 .....	178
13.4.3 一维无限深势阱 .....	181
13.4.4 势垒贯穿 .....	185
<b>13.5 量子力学的基本原理 .....</b>	<b>187</b>
13.5.1 状态和波函数 .....	187
13.5.2 量子力学的运动状态满足薛定谔方程 .....	188
13.5.3 定态薛定谔方程 .....	188
13.5.4 算符、力学量的平均值 .....	189
<b>13.6 氢原子的量子力学处理方法 .....</b>	<b>191</b>
13.6.1 氢原子光谱的规律性 .....	191
13.6.2 玻尔的氢原子理论 .....	192
13.6.3 玻尔理论的缺陷 .....	195
13.6.4 氢原子的量子力学理论 .....	196
13.6.5 量子条件和量子数 .....	197

13.6.6 氢原子核外电子定态波函数	198
13.6.7 电子自旋	200
*13.7 夫兰克-赫兹实验	201
本章提要	204
阅读材料	207
习题	208
<b>第 14 章 分子与固体</b>	<b>211</b>
14.1 晶体结构	211
14.1.1 晶体的描述	211
14.1.2 典型的晶体结构	213
14.1.3 非晶体和准晶体	214
14.2 离子结合与离子晶体	216
14.2.1 原子的电离能、亲和能及电负性	216
14.2.2 离子的形成与结合	217
14.2.3 离子晶体的内聚能	218
14.3 共价结合与共价晶体	220
14.3.1 氢分子中的共价键	220
14.3.2 共价结合的饱和性和方向性	221
14.3.3 共价晶体的结构	223
14.3.4 共价晶体的内聚能	223
14.4 金属结合与金属晶体	224
14.5 能带、导体和绝缘体	225
14.5.1 固体的能带结构	225
14.5.2 导体、半导体和绝缘体	227
14.5.3 PN 结、半导体器件	229
14.5.4 纳米材料	230
本章提要	232
阅读材料	233
习题	238
<b>习题参考答案</b>	<b>239</b>
<b>参考文献</b>	<b>247</b>

## 第9章 振 动

自然界中广泛存在着一种往复的运动形式，从空间上说，物体在某一平衡位置附近往复运动；从时间上说，运动呈现一定的周期性，把这种运动称为振动。虽然振动有各种形式，本质上它们有各自的特点，但在很多方面是有共性的。例如，行星的运动，机械中活塞的往复运动，高楼大厦的微小振动，固体中原子的振动等；在生态方面，心脏的跳动，血液循环，生态循环等；在电路中，电流、电压、电荷量、电场强度、磁场强度等在某一定值附近随时间做周期性的变化。这些振动虽然在本质上各有自己的特点，但它们都具有一定周期性的共同性，这正反映了自然界的统一性及它们的内在联系。因此，广义地说，任何一个物理量在某个定值附近反复变化都可以称为振动。

如果物体的周期性运动只限于在空间某一位置附近的一再往复出现，这种运动称为机械振动，上面所列举的行星的运动、机械中活塞的往复运动、高楼大厦的微小振动、固体中原子的振动等都是机械振动。机械振动与电磁振动在本质上是不同的，但在运动形式上都具有振动的共性，它们遵从的规律也可以用统一的数学形式来描述。所以，机械振动的基本规律也是研究其他振动，波动、波动光学、无线电技术及现代物理的基础。

本章主要讨论简谐振动及简谐振动的描述，并简要介绍阻尼振动、受迫振动和共振现象。在各种振动现象中，简谐振动是最简单、最基本的振动，任何复杂的振动形式都可以看作若干简谐振动的合成。因此，研究简谐振动是研究各种复杂振动的基础。

### 9.1 简谐振动的模型

振动的形式是多种多样的，情况大都较为复杂。物体运动时，如果离开平衡位置的位移（或角位移）按余弦规律随时间变化，这种运动称为简谐运动（或称简谐振动）。

最常见的简谐振动模型有弹簧振子、单摆、复摆等。学习简谐振动首先将从弹簧振子的振动特征分析出发，研究简谐振动的受力特征；再结合动力学原理（牛顿第二定律），得出谐振动的动力学特征方程（位移与时间的微分方程）；最后求解微分方程得出谐振动的运动学方程，即位移与时间、速度与时间、加速度与时间的关系方程。

#### 9.1.1 简谐振动特征与简谐振动方程

如图 9.1 所示，质量为  $m$  的物体系于一端固定的轻质弹簧的自由端，形成一个弹簧振子系统。若将该系统放置在光滑的水平面上，物体所受的阻力略去不计。当弹簧处于自由

状态时，物体在水平方向所受合外力为零，此时物体所在位置为系统的平衡位置，取平衡位置  $O$  为坐标原点，水平向右为  $Ox$  轴的正方向。

若将弹簧压缩或拉伸，弹簧将因其内部产生的且始终指向平衡位置的弹力作用，而在平衡位置附近做往复运动。

现将弹簧拉伸或压缩至  $P$  或  $P'$ ，这时由于弹簧被拉伸或被压缩，使指向平衡位置的弹性力作用在物体上。撤去外力后，物体将会在弹性力的作用下向左（或向右）运动。当物体回到平衡位置时，物体所受到的弹性力减小到零，但物体的惯性使它继续向左（或向右）运动，致使弹簧被压缩（或拉伸），这时物体受到的弹性力又开始增加，当物体到达最大位

置（ $P'$  或  $P$ ）后受到最大作用力。在整个过程中，由于弹簧被拉伸（或被压缩）而产生指向平衡位置的弹性力作用在物体上，迫使物体返回到平衡位置，这样在弹性力的作用下，物体就在平衡位置附近往复运动，如图 9.1 所示。

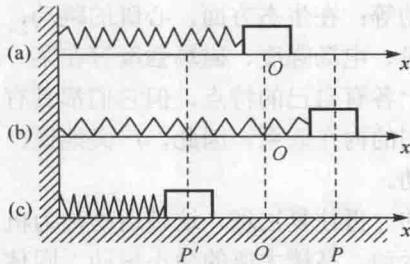


图 9.1 弹簧振子的振动

由胡克定律可知，物体所受弹簧的回复力为

$$F = -kx$$

式中， $k$  为弹簧的劲度系数，负号表示力与位移的方向相反。

在回复力作用下，振动物体的加速度为

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (9-1)$$

令  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ ，则式 (9-1) 改写为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

或记作微分表达式为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (9-2)$$

式 (9-2) 为简谐运动的运动微分方程。这是一个二阶常系数线性齐次常微分方程。可用分离变量法求解。

做变量代换  $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$ ，则式 (9-2) 变为

$$v \frac{dv}{dx} = -\omega^2 x$$

分离变量可得

$$vdv = -\omega^2 xdx$$

等式两边积分，得  $v^2 = -\omega^2 x^2 + \omega^2 A^2$ ，其中  $A$  是振动物体偏离平衡位置的最大位移。再将  $v^2$  用  $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$  表示，再一次分离变量，可得

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \omega dt$$

积分后得

$$x = A \sin(\omega t + \varphi') \quad (9-3a)$$

其中  $\varphi'$  是一积分常量，若令  $\varphi_0 = \varphi' + \pi/2$ ，则式 (9-3a) 可写为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (9-3b)$$

所以，物体做简谐运动时，位移是时间的余弦函数。当然也可以说位移是时间的正弦函数，为了统一，采用余弦函数<sup>①</sup>。所以式 (9-3a)、式 (9-3b) 称为简谐运动方程，式中， $A$ 、 $\varphi_0$  为积分常量，其物理意义将在下文讨论。

将式 (9-3b) 对时间求一阶、二阶导数，可分别得到简谐运动物体的速度  $v$  和加速度  $a$  分别为

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = v_m \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9-4)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x \quad (9-5)$$

式 (9-4) 中， $v_m = \omega A$  称为速度的幅值。式 (9-5) 中，可令  $a_m = \omega^2 A$ ， $a_m$  称为加速度幅值。由此可见，物体做简谐运动时，其速度、加速度也随时间周期性地变化，如图 9.2 所示。

对于两个积分常量  $A$ 、 $\varphi_0$  是这样确定的，设  $t=0$  时，物体偏离平衡位置的位移和速度分别为  $x_0$ 、 $v_0$ ，于是由式 (9-3b) 和式 (9-4) 有

$$x_0 = A \cos \varphi_0, \quad v_0 = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \varphi_0$$

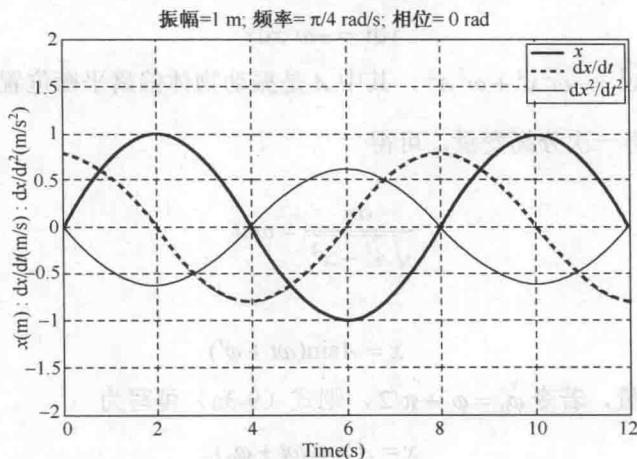
求解得到

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \quad \varphi_0 = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (9-6)$$

式 (9-6) 中的  $A$  代表简谐振动的振幅， $\varphi_0$  代表简谐振动的初相。

<sup>①</sup> 简谐运动的表达式也可用复指数形式表示为  $x = A e^{i(\omega t + \varphi_0)}$ 。式 (9-3a) 及式 (9-3b) 就是指数形式的虚数部分和实数部分。

用复指数形式表示振动，在今后的研究中将显示出运算的方便。

图 9.2 简谐运动的  $x$ 、 $v$ 、 $a$  随时间的变化

### 9.1.2 描述简谐振动的特征量

下面讨论描述简谐运动的三个特征量  $A$ 、 $\varphi_0$  及  $\omega$  的物理意义。这三个量分别称为简谐运动的振幅、初相位、圆（角）频率。

#### 1. 振幅

因为在简谐运动的表达式中，余弦或正弦函数的值在 +1 和 -1 之间，所以物体的振动范围在  $+A$  和  $-A$  之间，把谐振动物体偏离平衡位置的最大位移的绝对值  $A$  称为振幅。

#### 2. 周期和频率

振动的特征之一是运动具有周期性，把物体做一次完全振动所经历的时间称为振动的周期，用  $T$  表示。周期的单位为秒 (s)。因此，每隔一个周期，振动的状态就完全重复一次，其数学表示为

$$x = A \cos[\omega(t+T) + \varphi_0]$$

由于余弦函数的周期性，物体做一次完全振动后应有  $\omega T = 2\pi$ 。于是有

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (9-7)$$

频率，即表示单位时间内完成简谐振动的次数，用  $v$  或  $f$  表示，单位为赫兹 (Hz)。显然，频率与周期的关系为

$$v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (9-8)$$

由此可知

$$\omega = 2\pi\nu \quad (9-9)$$

即  $\omega$  等于物体在单位时间内所做的完全振动次数的  $2\pi$  倍,  $\omega$  称为角频率(或圆频率), 单位是弧度每秒( $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ )。

### 3. 相位

由简谐运动方程(9-3b)可知, 要确定振动物体在任意时刻的运动状态, 除了给定振幅和圆频率外, 振动物体的运动状态还要由  $(\omega t + \varphi_0)$  决定, 也就是说,  $(\omega t + \varphi_0)$  既决定了振动物体在任意时刻相对平衡位置的位移, 也决定了物体在该时刻的速度。所以定义  $(\omega t + \varphi_0)$  为简谐运动在  $t$  时刻的相位(或位相、周相), 它是决定简谐运动的物理量。

对于一个振幅、圆频率都确定的振动物体, 在一个周期内振动物体在各时刻的运动状态完全由振动的相位确定。振动过程中, 凡是位移、速度、加速度都相同的状态, 它们对应的相位必然相差  $2\pi$  或  $2\pi$  的整数倍。因此, 相位能充分地反映物体振动状态的周期性特征。

当  $t=0$  时, 相位  $\omega t + \varphi_0 = \varphi_0$ , 故  $\varphi_0$  称为初相位(简称初相), 它是决定初始时刻(开始计时的起点)振动物体运动状态的物理量。式(9-6)就是振动物体在  $t=0$  时, 振幅和初相的解析式。

用相位来描述物体的振动状态, 还可比较两个同频率的简谐运动的步调。设有两个同频率的谐振动

$$\begin{aligned}x_1 &= A \cos(\omega t + \varphi_{10}) \\x_2 &= A \cos(\omega t + \varphi_{20})\end{aligned}$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{20}) - (\omega t + \varphi_{10}) = \varphi_{20} - \varphi_{10} \quad (9-10)$$

式(9-10)表明: 当  $\Delta\varphi=0$  或  $2\pi$  时, 两个简谐运动同时达到各自同方向的位移、速度、加速度的最大值和最小值; 同时通过平衡位置而且振动方向相同, 它们的振动步调完全一致, 称其为同相。

当  $\Delta\varphi=(2k+1)\pi$  ( $k=0,1,2,\dots$ ) 时两个简谐运动将分别到达  $x$  轴正、负两个方向的最大位移处, 同时通过平衡位置, 但运动方向相反, 称其为反相。

当  $\Delta\varphi$  为其他值时, 若  $\Delta\varphi=\varphi_{20}-\varphi_{10}>0$ , 称第二个谐振动超前第一个振动  $\Delta\varphi$ , 反之则称第二个谐振动落后第一个振动  $-\Delta\varphi$ 。

上述讨论的三个特征量振幅  $A$ 、圆频率  $\omega$  和初相  $\varphi_0$  称为简谐运动的三要素, 对于一个简谐运动只要确定了该三要素, 简谐运动的规律就完全确定了。

**例 9-1** 如图 9.1 所示, 一轻弹簧的劲度系数  $k=50 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ , 将质量为  $2 \text{ kg}$  的物体从平衡位置向右拉长到  $x_0=0.02 \text{ m}$  处, 并以  $v_0=-\frac{\sqrt{3}}{10} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  的速度开始运动, 试求: ① 谐振

动方程; ② 物体从初位置运动到第一次经过  $-\frac{A}{2}$  处时的速度。

解 ① 要确定物体的谐振动方程, 须确定角频率  $\omega$ 、振幅  $A$  和初相  $\varphi_0$  三个物理量。由该振动的力学参量, 可求得角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = 5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

振幅和初相由初始条件  $x_0$  及  $v_0$  决定, 已知  $x_0 = 0.02 \text{ m}$ ,  $v_0 = -\frac{\sqrt{3}}{10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , 由式 (9-6) 得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \sqrt{0.02^2 + \frac{(-\sqrt{3}/10)^2}{5^2}} = 0.04 \text{ m}$$

$$\varphi_0 = \arctan \frac{-v_0}{\omega x_0} = \arctan \frac{\sqrt{3}/10}{5 \times 0.02} = \arctan \sqrt{3}$$

由题意知  $x_0$  为正,  $v_0$  为负, 故  $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$ 。

将振幅  $A$ 、圆频率  $\omega$  及初相  $\varphi_0$  代入简谐振动方程  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  中, 可得

$$x = 0.04 \cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ m}$$

② 欲求  $x = -\frac{A}{2}$  处的速度, 须先求出物体从初位置运动到第一次抵达  $-\frac{A}{2}$  处的相位。

由  $x = A \cos(\omega t + \varphi) = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  得

$$\omega t + \frac{\pi}{3} = \arccos \frac{x}{A} = \arccos \frac{-A/2}{A} = \frac{2\pi}{3} \quad \left(\text{或 } \frac{4\pi}{3}\right)$$

由题意可知, 物体由初位置  $x_0 = 0.02 \text{ m}$  第一次运动到  $x = -\frac{A}{2}$  处的相位为  $\omega t = \frac{\pi}{3}$ , 将  $A$ ,  $\omega$  和  $\omega t$  的值代入速度公式, 可得

$$v = -A\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = -0.04 \times 5 \times \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{10} = -0.173 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

负号表示速度的方向沿  $x$  轴负方向。

### 9.1.3 简谐振动的旋转矢量表示法

简谐运动的三个特征量 ( $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi$ ) 可用旋转矢量法表示。如图 9.3 所示, 设有一长度为  $A$  的矢量  $\overrightarrow{OM}$  在平面内绕  $O$  点以匀角速率  $\omega$  逆时针旋转, 其转动的角速度  $\omega$  与振动物体的角频率相等, 矢量  $\mathbf{A}$  的模  $|\mathbf{A}|$  等于振动物体的振幅  $A$ , 那么这个矢量就是旋转矢量(也称为振幅矢量)。并设初始时刻 ( $t=0$ ) 该矢量的位置与  $Ox$  轴之间的夹角为  $\varphi_0$ , 则任