



普通高等院校公共课“十二五”规划教材

大学物理分级 实验教程

任才贵 艾剑锋 王 洵 等编



中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

普通高等院校公共课“十二五”规划教材

大学物理分级实验教程

任才贵 艾剑锋 王 洵 等编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本书是根据教育部颁发的《高等工科大学物理实验课程教学基本要求》编写而成的。

按照大学物理实验分级开放的改革方案,本书在预备级实验知识部分系统地介绍了大学物理实验有关的测量、误差、数据处理的基本知识,介绍了常用物理实验的基本仪器以及CAI物理实验教学和管理流程。正式级实验将实验项目按照难易程度分成由易到难的三个正式等级,并按等级顺序编排了40个实验。提高级实验包含10个设计性实验项目。附录中给出了实验中常用的物理常数。

本书适合作为高等工科大学各专业的物理实验课程教材或教学参考书,也可作为实验技术人员和有关的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理分级实验教程/任才贵等编. — 北京:

中国铁道出版社, 2014. 7

普通高等院校公共课“十二五”规划教材

ISBN 978-7-113-18748-4

I. ①大… II. ①任… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①04-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第145714号

书 名: 大学物理分级实验教程

作 者: 任才贵 艾剑锋 王 洵 等编

策 划: 曹莉群

读者热线: 400-668-0820

责任编辑: 鲍 闻

封面设计: 刘 颖

封面制作: 白 雪

责任校对: 汤淑梅

责任印制: 李 佳

出版发行: 中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)

网 址: <http://www.51eds.com>

印 刷: 三河市兴达印务有限公司

版 次: 2014年7月第1版 2014年7月第1次印刷

开 本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 20.5 字数: 509千

印 数: 1~3 000册

书 号: ISBN 978-7-113-18748-4

定 价: 39.00元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社教材图书营销部联系调换。电话:(010)63550836

打击盗版举报电话:(010)51873659

本书根据教育部颁发的《高等工科大学物理实验课程教学基本要求》，结合一般工科院校专业的特点和实验仪器设备的情况，配合大学物理实验分级开放的教学改革方案（该改革方案 2003 年开始实施，2008 年获江西省优秀教学成果二等奖）而编写。

按照大学物理实验分级开放教学改革方案的要求，本书分成预备级实验知识、正式级实验项目和提高级实验项目三大部分，其中预备级和提高级不再细分，而正式级分为正式级Ⅰ级、正式级Ⅱ级、正式级Ⅲ级三个等级，体现了改革方案中三层六级的分级教学模式：

全书由三大部分构成，共分为七章，其主要内容及特点如下：

（1）第一部分由前三章构成，由浅入深地介绍实验的测量方法、数据处理方法等物理实验的基本知识，介绍基本的常用实验仪器设备的原理与使用方法，以方便查阅。同时介绍 CAI 实验操作与管理流程。

（2）第二部分分为三章，其中第四章为正式级Ⅰ级实验项目，其包含一些基本的实验，并涵盖了大多数常用的数据处理方法，主要帮助学生熟悉实验操作规范，学会数据处理及实验报告的写作方法，并掌握一些基本的实验知识和技能，为以后的进一步学习打下坚实的实验基础。第五、六章为正式级Ⅱ级和正式级Ⅲ级实验项目，这是实验的主要阶段，也是向提高级实验阶段的过渡。这两章注重对学生实验动手能力、创新能力的培养和科学求证精神的树立，因此在进行这两级实验时，教师须引导学生对实验中所遇到的问题进行独立思考，并鼓励学生提出一些创造性的观点与方法。

（3）第三部分由第七章构成，为综合设计性实验项目，这是实验教学的最高阶段，是学生将所学的知识用于解决实际问题的锻炼。它由若干个开放设计性实验项目组成，主要由学生独立完成。

（4）每个实验都配有习题，供学生思考和分析，帮助学生加深对实验的理解，巩固所学的知识内容。

（5）考虑到各院校的实验条件与仪器设备的差异，在实验项目的选取上留有一定余地，在涉及仪器介绍时，结合几种常用型号仪器的特征，尽量突出仪器的基本原理与使用方法，以方便各兄弟院校参考。

本书是在华东交通大学物理教研室全体教师共同努力下完成的。本书由任才贵、艾剑锋、王洵等编，参加编写的还有邱万英、黄克林、刘正方、伍清萍、陈早生、朱莉华、吕珂、雷宇等，由任才贵负责全书统稿。

本书在编写过程中得到了陈爱喜等的大力支持，其他教师对实验的内容也提出了许多有益的建议。在此一并致以诚挚的谢意。本书在编写过程中参阅了许多兄弟院校的教

材和仪器厂家的说明书，在此致以深深的谢意。

教学改革是一项艰苦而又复杂的任务，需要经历长期不断的探索与完善过程。尽管经历了十余年的改革实践历程，限于编者水平，书中仍难免会有不妥之处，恳请读者批评指正，以便再版时修改订正。

编 者
2014年2月

绪论	1
----------	---

第一部分 预备级实验知识

第一章 测量、误差与数据处理	4
第一节 测量	4
第二节 误差	5
第三节 不确定度	10
第四节 有效数字	16
第五节 数据处理	19
习题	24
第二章 物理实验基本知识和基本仪器	26
第一节 力学、热学基本仪器	27
第二节 电磁学基本仪器	36
第三节 光源与光学仪器	48
第三章 《开放性实验综合管理系统》简介	61
第一节 《开放性实验综合管理系统》操作指南	61
第二节 大学物理实验引入CAI的意义	63
第三节 微机处理大学物理实验数据举例	64
第四节 CAI在模拟大学物理实验现象中的应用	67

第二部分 正式级实验项目

第四章 正式级 I 级实验项目	70
实验1 基本测量	70
实验2 自由落体法测重力加速度	76
实验3 转动惯量	82
实验4 杨氏模量的测量	87

实验5 气垫技术	92
实验6 驻波法测波速	100
实验7 气体比热容比的测定	105
实验8 单臂电桥测电阻	108
实验9 示波器	114
实验10 双臂电桥测低电阻	121
实验11 冲击法测磁场	125
实验12 静电场的测绘	130
实验13 电表改装与校正	136
第五章 正式级Ⅱ级实验项目	141
实验14 牛顿环实验	141
实验15 分光计	146
实验16 光栅衍射	154
实验17 光的偏振	157
实验18 电子荷质比的测量	164
实验19 灵敏电流计特性研究	172
实验20 伏安特性曲线	180
实验21 补偿原理与电位差计	184
实验22 固体线胀系数的测定	190
实验23 表面张力系数的测定	193
实验24 导热系数的测定	196
实验25 落球法测黏滞系数	200
第六章 正式级Ⅲ级实验项目	204
实验26 测薄透镜焦距	204
实验27 迈克尔逊干涉仪	212
实验28 摄影技术	217
实验29 单缝衍射光强分布的测定	221
实验30 夫兰克-赫兹实验	224
实验31 光电效应测普朗克常量	228

实验32 密立根油滴实验	232
实验33 金属电子逸出功	238
实验34 铁磁材料的磁化曲线与磁滞回线	244
实验35 霍尔效应测磁场	249
实验36 红外传感实验	256
实验37 全息照相技术	262
实验38 多光束干涉和法布里-珀罗干涉仪	266
实验39 阿贝成像原理和空间滤波	272
实验40 光谱测量与光谱分析	280

第三部分 提高级实验项目

第七章 设计性实验项目	290
实验41 细丝直径的测量	291
实验42 单摆法测重力加速度	292
实验43 简谐振动的研究	294
实验44 刚体转动惯量的研究	296
实验45 滑动变阻器特性的研究	298
实验46 乱团漆包线电阻率的测定	301
实验47 非线性电阻特性研究	302
实验48 欧姆表的制作	303
实验49 硅光电池特性的研究	305
实验50 折射率的测定	307
附录A 中华人民共和国法定计量单位	310
附录B 物理学常用数表	313
参考文献	319

绪 论

一、物理实验的地位和作用

认识来源于实践，科学实验是独立的实践活动之一，它是人们根据一定的研究目的，通过积极的构思，利用科学仪器、设备等物质手段，人为地控制或模拟自然现象，使自然过程或生产过程以相对纯粹或典型的形式表现出来，从而在有利条件下，探索自然规律的研究方法。

科学实验是科学理论的源泉，是自然科学的根本，是工程技术的基础，同时科学理论又对实验起着指导作用，因此我们要处理好实验与理论的关系，重视科学实验，重视进行科学实验的训练。

物理实验是科学实验的重要组成部分之一，物理实验不仅在物理学自身发展中有着重要的作用，而且在相关科学、技术的发展中有着独特的作用，物理实验推动了其他科学、工程技术的发展。

作为培养高级工程技术人才的高等理工科学校，应使学生具有从事科学实验的能力，因此物理实验是高等理工科院校学生必修的一门独立课程，是学生在高等学校接受系统的科学实验知识与实验技能训练的开端。通过对物理实验课程的学习，可以培养学生用实验手段发现、观察、分析物理问题的能力，为学生今后的学习、工作奠定一个良好的基础。

二、物理实验的目标与任务

物理学是实验科学，因此掌握物理实验的知识、方法、技能，对于理工科学生而言是完全必要的。本课程的具体目标与任务是：

（1）通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，通过理论和实践的结合来加深对物理学理论的理解。

（2）培养与提高学生的科学实验能力，首先进行系统的实验理论教育，然后进行实验方法、实验技能和科学实验创新性的训练。

（3）培养与提高学生的科学素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风，一丝不苟、严肃认真的科学态度，遵章守纪、爱护公物的优良品德。

（4）培养学生相互协作，共同探索的合作精神。

三、物理实验的步骤与流程

根据分级开放的改革要求，学生进行实验时应遵循如下步骤：

（1）实验预约

通过物理实验管理系统对物理实验项目及实验时间进行网络预约。

（2）实验预习阶段

这是实验前的准备阶段，通过阅读实验教材和相关书籍，借助计算机实验仿真软件。明确实验目的和任务、理解实验原理，明确实验条件、初步了解主要仪器的调节、使用和操作要点、

熟悉实验步骤和注意事项并书写预习报告、制作数据记录表格。

(3) 课堂实验阶段

通过课堂上实验教师的指导性讲解,进一步明确实验要求以及注意事项,掌握仪器的正确使用方法。依照拟定的实验步骤,独立地实施操作,认真观察物理现象,真实、完整、准确地记录实验数据。

实验时应随时注意仪器设备的工作情况,当发现异常现象或故障时,应立即断开电源终止实验,及时向教师报告,经妥善处理,方可继续实验。

测试完毕后,数据记录需经指导教师认可并整理好实验仪器,经实验教师同意后方可离开。

(4) 数据处理与实验报告书写阶段。

实验报告是实验结果的书面总结。实验操作结束后,应对实验过程中所采集的数据进行数据处理(计算平均值和误差、画图表等),得到最终测试结果,并对实验进行详细的分析讨论(误差的原因分析、改进建议、心得体会等)。

四、学生物理实验规程

(1) 在规定时间内进行实验预约,并严格按照预约时间进行实验,不得无故缺席或迟到,实验时间若需要变动,须提前向实验室提供书面申请。

(2) 准时进行实验,迟到十五分钟及以上者取消该次实验资格,凡因病、因事不能参加实验者,应事先请假,病假要有医生证明,因事要持系部证明交任课教师备案。

(3) 实验前学生对实验内容必须进行预习,明确实验目的、原理、步骤、操作方法和注意事项,写好预习报告,设计记录表格,经教师检查后,方可进行实验。

(4) 进入实验室后,按教师指定位置入座,根据讲义所列仪器进行核对,如有缺损,应及时向教师报告,不准擅自挪用其他组的仪器。

(5) 在教师讲解前不可随意操作实验仪器设备,特别是电学仪器不可擅自接通电源,以免发生仪器损坏或安全事故。

(6) 实验前细心观察仪器构造,操作时应谨慎细心,严格遵守操作规程及注意事项,尤其是电学实验,线路接好后要仔细检查,经教师许可后方可接通电源,以免发生意外。

(7) 学生必须按照实验要求,严肃认真,独立完成实验,仔细观察,认真分析实验现象,总结实验规律,培养分析问题和解决问题的能力,严禁假造或抄袭数据。

(8) 在实验过程中,必须爱护仪器、设备,注意节约实验材料,培养爱护国家财产的优良品德,若遇仪器发生故障,立即向教师报告。

(9) 注意保持实验室整洁、肃静,严禁穿拖鞋进入实验室,严禁在室内吃零食、吸烟,严禁接听手机。

(10) 实验完毕后将数据记录交指导教师审阅签字,并填写仪器使用登记卡,将仪器、桌椅恢复原状,安置整齐后方可离开。

(11) 如损坏仪器时应及时向教师报告,填写实验仪器损坏登记表,并根据相关规定进行赔偿。

第

一

部

分

预备级实验知识

第一章 测量、误差与数据处理

大学物理实验需要完成两个方面的任务：一是定性地观察物理现象和实验变化过程；二是定量地测量物理量并确定多个物理量之间的关系。测量必然会产生误差，而误差的存在与误差的大小将直接影响测量效果；要确定物理量之间的关系必须通过对数据进行处理才能完成。因此，研究误差与数据处理是物理实验必不可少的环节。

误差与数据处理作为一门学科，包含的内容很多，又比较繁杂，其理论基础是概率论与数理统计。本书将介绍一些常用的误差与数据处理的初步知识。

第一节 测 量

一、测量的含义

测量是人类认识和改造客观世界的一种重要手段。在物理实验中，特别是在定量研究中，测量是必不可少的。

1. 测量

测量就是将待测物理量与被选作计量标准的同类物理量进行比较，并得出其倍数的过程。倍数称为待测物理量的数值，被选作的计量标准称为单位，因此，一个物理量的测量值应由数值和单位两部分组成，缺一不可。

2. 单位

按照中华人民共和国法定计量单位的规定，物理量单位均是以国际单位制（SI）为基础的，其中米（m，长度）、千克（kg，质量）、秒（s，时间）、安培（A，电流）、开尔文（K，热力学温度）、摩尔（mol，物质的量）和坎德拉（cd，发光强度）是基本单位，其他物理量的单位可由这些基本单位导出，称为导出单位。

在完成一个测量时，必须明确测量对象、测量单位、测量方法和测量准确度，通常把这四点称为测量的四要素。

二、测量的分类

在科学实验中存在各种类型的测量，可以从不同的角度对测量进行分类。按获得数据方法的不同可分为直接测量和间接测量；按测量条件的不同可分为等精度测量和非等精度测量。

1. 直接测量和间接测量

(1) 直接测量。直接用计量标准单位与待测量进行比较并从计量仪器上得到测量值的,称为直接测量。相应的物理量称为直接测得量。例如,用米尺测物体的长度,用天平和砝码测物体的质量,用电流表测线路中的电流,用直流电桥测电阻数值,等等。

(2) 间接测量。有些物理量很难通过仪器直接读数得到测量结果,但通过一些方法或找到这个量与某些能进行直接测量的量之间的函数关系(公式),就能算出被测量的大小,这种测量称为间接测量。例如,测量一个圆柱体的体积,就可利用公式(函数关系) $V=\pi R^2 h$,在用米尺或游标卡尺等测长仪器直接测出半径 R 和高 h 后,代入公式中计算得到 V ,通过这种方式进行 V 的测量就是间接测量。

直接测量是基本的,间接测量是大量的;直接测量是简单的,间接测量是复杂的;任何间接测量都是通过直接测量来实现的。一个间接测量量在一定的条件下也可以进行直接测量。例如速度的测量,可以直接测出时间 t 和在时间 t 内通过的位移 s ,然后利用公式 $v=s/t$ 得到;也可以通过速度表直接测量得出。直接测量和间接测量也是相对的,例如用伏安法测电阻是间接测量;而用电桥测电阻则是直接测量。随着现代科学技术的迅速发展,复杂的间接测量正被相对简单的直接测量逐步取代。如利用计算机对各个值进行同时取样、计算后,在屏幕上显示的就是直接测量值。

2. 等精度测量和非等精度测量

在测量过程中,影响测量结果的各种条件不发生改变的(多次)测量称为等精度测量;反之,在测量过程中,影响测量结果的各种条件发生了改变的(多次)测量称为非等精度测量。例如,在相同的环境中,由同一个人,在同一台仪器上,采用同样的方法对同一物理量进行多次测量就是等精度测量。显然,它们的可靠程度是相同的,这就是说,对同一物理量进行可靠程度相同的多次测量就是等精度测量。如果在不同的环境中,或由不同人员,或在不同的仪器上,或采用不同的方法,总之在改变测量条件的情况下对同一物理量进行多次测量,其可靠程度是不相同的,即这种测量是非等精度测量。一般非等精度测量是在科学研究、重要的精密测量等工作中,为了获得更可靠的测量结果而采用的,其在数据处理时比较复杂,所以一般情况很少使用。本书要求的都是等精度测量。

第二节 误差

一、误差的基本知识

1. 真值

任何一个物理量在某一时刻和某一位置或某一状态下,都存在着一个客观值,这个客观值称为真值。真值不随测量方法不同而改变。

2. 绝对误差与相对误差

(1) 绝对误差。测量值与真值之差称为误差。即

$$\Delta x = x_i - x$$

式中: Δx 表示误差; x_i 表示测量值; x 表示真值。

由于是测量值对真值的绝对偏离,通常把它称为绝对误差。显然,绝对误差除大小外,还有正负。

(2) 相对误差。绝对误差的大小能够反映对同一被测量的测量效果的好与差。例如,对一质量约为 1 kg 的物体进行测量,绝对误差为 5 g 的就比 10 g 的测量效果好;但对不同的被测对象就很难确定了,例如,测量质量为 1 kg 的物体的绝对误差是 1 g,测量质量为 100 g 的物体的绝对误差为 0.5 g,用绝对误差就不能反映测量效果。为此,人们引入相对误差的概念。其定义式为

$$E = \Delta x / x \quad (1-1)$$

式中: E 表示相对误差; Δx 和 x 分别为绝对误差和真值(一般用算术平均值代替)。由相对误差的大小就可比较两个测量效果的好与差。如以上例子中,尽管第一次测量的绝对误差比第二次测量的大,但第一次测量效果比第二次测量效果要好。

3. 误差的分类

产生误差的原因很多,一般可将误差分为三类:系统误差、偶然误差和过失误差。

(1) 系统误差。其特点是测量结果始终偏大或偏小,或按某一规律变化,但与测量次数无关。这种误差产生的原因如下:

① 仪器误差。由仪器本身的不准确性产生的,如天平不等臂;光学仪器转动部分的偏心;标尺刻度不均匀;仪表机械零点不准,电零点的漂移等。

② 理论(方法)误差。由所用理论的近似性和实验方法的不完善而产生的误差。如力学实验中没有考虑各种摩擦作用;热学实验中未考虑热量损失;电路中仪表本身内阻对被测量数据的影响等。

③ 个人误差。由个人习惯与偏向产生的,如有人读数总是偏高,有人读数却总是偏低。

系统误差的存在有很大的危害,必须研究它的规律并尽量将其消除。通常对量具、仪表进行校准;改进实验方法;引进修正项等都是消除系统误差的有效办法。在一个实验中,必须考虑将系统误差消除到可忽略的程度,为此,在设计实验时应加以考虑,作完实验后应作估计。

(2) 偶然误差。其特点是随机性,故又称随机误差。它的误差是不可预知的,若对同一量重复测量若干次,每次测得数值一般都不一样,有的偏大,有的偏小。产生的原因是人的感觉器官(听觉、视觉、触觉)灵敏程度有限,周围环境的干扰以及随测量量而来的其他不可预测的偶然因素,如实验者对仪表的指示值观测不准确,操作仪器不稳定;外界的振动;电压的波动;温度不均匀;杂散的电磁场;噪声等都能引起测量结果的无序变化。

偶然误差是无法控制的,也无法从实验中完全消除,但它服从统计规律(见图 1-1),如果对一物理量重复测量多次,求其算术平均值,便可达到减少偶然误差的目的。

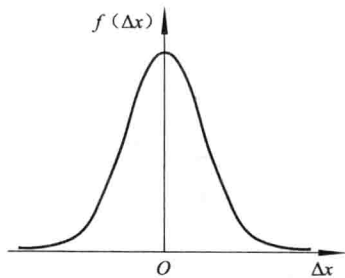


图 1-1 偶然误差的正态分布

(3) 过失误差。过失误差属人为误差。由于测量者粗心、缺乏经验、实验方法不当、疲劳等原因,读数、记数错误;随意改变了实验条件或观测记录有遗漏;或在量具、仪表的安装不合要求的情况下测出数据。这种误差的特点是无一定规律,误差很明显,无法理解。有了这种误差,如果全部数据受到影响,则全部数据作废,须重新测试;个别数据受影响,则剔除不用。去除这

种误差的根本办法是实验者加强责任感,实验时,认真细致,对所测量数据注意审核。实验完毕交指导教师审查。每次实验都应避免出现这种差错。

4. 测量结果的总体评价

对于测量结果做总体评价时,一般均应将系统误差和随机误差联系起来看,精密度、准确度和精确度都是评价测量结果好坏的。这些概念的含义不同,使用时应加以区别。

(1) 精密度。表示测量结果中的随机误差大小的程度,是指在一定的条件下进行重复测量时所得结果的相互接近程度,用于描述测量重复性的高低,精密度高,即测量数据的重复性好,随机误差小。

(2) 准确度。表示测量结果中的系统误差大小,它是指测量值或实验所得值与真值符合的程度。即描述测量值接近真值的程度,准确度高,即测量结果接近真值的程度好,系统误差小。

(3) 精确度。是测量结果中的系统误差和随机误差的综合,它是指测量结果的重复性及接近真值的程度。对于实验和测量来说,精密度高准确度不一定高,而准确度高精密度也不一定高,只有精密度和准确度都高时,精确度高。

现以打靶结果为例来形象地说明三个“度”之间的区别。图 1-2 (a) 表示子弹相互之间比较靠近,但偏离靶心较远,即精密度高而准确度较差;图 1-2 (b) 表示子弹相互之间比较分散,但没有明显偏向一方,故准确度高而精密度较差;图 1-2 (c) 表示子弹相互之间比较集中,且都接近靶心,精密度和准确度都很好,即精确度高。

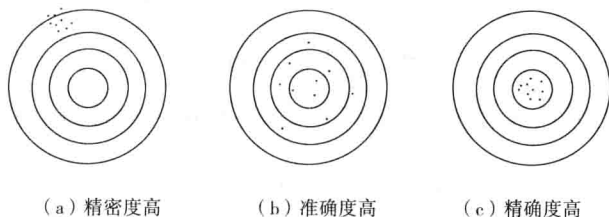


图 1-2 打靶结果

测量误差大即为测量精度低,一般说测量精密度高是指偶然误差小;测量准确度高是指系统误差小,而精确度(有时简称精度)是把两者都包括进去。影响测量结果精确度的主要因素有时是偶然误差,有时是系统误差,有时也可能两者都起作用。对于每项具体测量要进行具体分析,测量结果的总误差是系统误差和偶然误差的总和。

二、误差估算

1. 单次直接测量的结果表示

有的测量不能或不需要重复多次测量;或者仪器精度不高,测量条件比较稳定,多次重复测量同一物理量的结果相近。一般将仪器出厂检定书或仪器上注明的仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 作为单次测量的误差,如果没有注明,也可将仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差。单次测量的结果可表示为

$$x = x_{\text{测}} \pm \Delta_{\text{仪}} \quad (\text{单位}) \quad (1-2)$$

或
$$x = x_{\text{测}} \pm \text{仪器最小刻度}/2 \quad (\text{单位}) \quad (1-3)$$

式中: $x_{\text{测}}$ 是单次测量值, 又称单次测量最佳值。

2. 多次直接测量的结果表示

首先要估计并设法消除系统误差,只有在系统误差为零或基本消除以后计算偶然误差才有意义。用实验方法消除测量中的偶然误差是不可能的,但是通过多次测量求平均值的方法,可以减少偶然误差对最后结果的影响。

设对某一物理量 x 测量 n 次,测值分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 则算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-4)$$

由于偶然误差具有统计意义,测量次数越多, $\bar{x}$ 就越接近其真值,如果 $n \rightarrow \infty$, 则 $\bar{x}$ 就无限接近于真值,所以当测量的次数足够多时,就把 $\bar{x}$ 称为该物理量的最佳值,或称近真值。所以, $\bar{x}$ 值就作为物理量 x 的测量结果。

(1) 算术平均绝对误差。各测量值与平均值 $\bar{x}$ 之差代表各测量值的偶然误差。因取其绝对值,故又称各次测量值的绝对误差,即 $\Delta x_1 = |x_1 - \bar{x}|$, $\Delta x_2 = |x_2 - \bar{x}|$, $\dots$, $\Delta x_n = |x_n - \bar{x}|$ 。取它们的算术平均值,称为算术平均误差,以 $\overline{\Delta x}$ 表示即

$$\overline{\Delta x} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-5)$$

(2) 标准偏差估计误差。大多数误差都服从正态分布,利用数理统计理论,可以得到估计偶然误差的公式。

当测量次数 n 有限时,多次测量中任意一次测量值的标准偏差 σ 为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

把各测量值 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的误差的平方的平均值开平方,称为均方根误差,即

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-6)$$

在上述两种误差的计算方法中,均方根误差与偶然误差理论中的高斯误差分布函数的关系更为直接和简明,因此在正式的误差分析和计算中,都采用均方根误差为偶然误差大小的量度,所以其又称标准误差。

严格地讲,误差是测量值与真值之差,而测量值与平均值之差称为偏差,这两者是有差别的。当测量次数很多时,多次测量的平均值 $\bar{x}$ 最接近于真值,因此各次测量值与 $\bar{x}$ 的偏差与就很接近于它们与真值的误差,这样,我们就不去区分偏差与误差的细微区别,分别把均方根偏差称为均方根误差,把算术平均绝对偏差称为平均绝对误差。

最后,多次测量的结果表示为

$$x = (\bar{x} \pm \overline{\Delta x}) (\text{单位}) \quad (1-7)$$

$$x = (\bar{x} \pm \sigma) (\text{单位}) \quad (1-7')$$

上述式为测量结果的完整表示,它包括测量结果 $\bar{x}$ 值,测量误差 $\pm \overline{\Delta x}$ 或 $\pm \sigma$, 并且 x 值最后一位数应和绝对误差的有效数字所在位对齐,绝对误差 Δx 或 $\overline{\Delta x}$ 一般只取一位有效数字。

例如,测量某温度,共测了五次,各测值为 $T_1=50.3^\circ\text{C}$, $T_2=50.4^\circ\text{C}$, $T_3=50.1^\circ\text{C}$, $T_4=50.2^\circ\text{C}$, $T_5=50.3^\circ\text{C}$, 试表示测量结果。

计算平均值:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= (T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5) / 5 \\ &= (50.3^\circ\text{C} + 50.4^\circ\text{C} + 50.1^\circ\text{C} + 50.2^\circ\text{C} + 50.3^\circ\text{C}) / 5 \\ &= 50.3^\circ\text{C}\end{aligned}$$

计算各次测量的绝对误差:

$$\begin{aligned}\Delta T_1 &= |\bar{T} - T_1| = |50.3 - 50.3|^\circ\text{C} = 0^\circ\text{C} \\ \Delta T_2 &= |\bar{T} - T_2| = |50.4 - 50.3|^\circ\text{C} = 0.1^\circ\text{C} \\ \Delta T_3 &= |\bar{T} - T_3| = |50.1 - 50.3|^\circ\text{C} = 0.2^\circ\text{C} \\ \Delta T_4 &= |\bar{T} - T_4| = |50.2 - 50.3|^\circ\text{C} = 0.1^\circ\text{C} \\ \Delta T_5 &= |\bar{T} - T_5| = |50.3 - 50.3|^\circ\text{C} = 0^\circ\text{C}\end{aligned}$$

测量结果的平均绝对误差:

$$\Delta T = (0^\circ\text{C} + 0.1^\circ\text{C} + 0.2^\circ\text{C} + 0.1^\circ\text{C} + 0^\circ\text{C}) / 5 = 0.1^\circ\text{C}$$

测量结果应表示为

$$T = \bar{T} \pm \Delta T = (50.3 \pm 0.1)^\circ\text{C}$$

这表明温度是在 $50.2 \sim 50.4^\circ\text{C}$ 之间。绝对误差表示测值的起伏程度, 绝对误差一般只取一位有效数字。

(3) 置信概率(置信度)。如果只存在偶然误差而无系统误差(或系统误差已消除), 在得到测量值的平均值 $\bar{x}$ 和平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 后, 是否就可以得到真值 x 等于 $(\bar{x} + S_{\bar{x}})$ 或 $(\bar{x} - S_{\bar{x}})$ 的结论呢? 结果当然是否定的。因为 $S_{\bar{x}}$ 不是一个准确的误差值, 而是一个估计值。那 x 、 $\bar{x}$ 和 $S_{\bar{x}}$ 如何联系起来呢? 可以证明, 它们是通过概率联系起来的, 即真值 x 以一定的概率出现在 $(\bar{x} - S_{\bar{x}}) \sim (\bar{x} + S_{\bar{x}})$ 的范围之内。这个概率经数理统计理论算出, 服从正态分布的是 68.3% [见图 1-3 (a)], 服从均匀分布的是 58%。这个概率称为“置信概率”或“置信度”。还可证明, 如果取值为 $2S_{\bar{x}}$ 或 $3S_{\bar{x}}$, 则真值出现在 $(\bar{x} - 2S_{\bar{x}}) \sim (\bar{x} + 2S_{\bar{x}})$ 或 $(\bar{x} - 3S_{\bar{x}}) \sim (\bar{x} + 3S_{\bar{x}})$ 范围中的概率分别是 95.4% [见图 1-3 (b)] 和 99.7%。通常把 $S_{\bar{x}}$ 、 $2S_{\bar{x}}$ 、 $3S_{\bar{x}}$ 称为“置信限”, 显然置信限越大, 真值出现在这个范围内的概率越大。当然也不能太大, 太大将会使测量变得无意义。在大多数的工程和计量应用中, 为了保证测量的高效性和可靠性, 一般取 $3S_{\bar{x}}$ 为置信限, 因为这时的置信概率 99.7% 已非常接近于绝对可信的 100%。

(4) 坏数据的剔除。实验中对一个物理量进行多次测量, 由于某种原因, 有时会混入少量的“坏数据”, 这些坏数据与正常的测量数据相差很大, 必须剔除, 否则会影响测量的准确度。但坏数据的判断与剔除不能靠主观臆断, 必须有客观可靠的依据, 用数理统计的方法可以找出这些依据。下面介绍剔除坏数据的依据——拉依达准则。

置信概率不仅可以把 x 、 $\bar{x}$ 和 $S_{\bar{x}}$ 联系起来, 还可以把测量值 x_i 、平均值 $\bar{x}$ 和任意一次测量值的标准偏差 S 联系起来。如果置信限取 S , 那么多次测量中任意一次测量值 x_i 落在 $(x - S) \sim (x + S)$ 范围内的概率就是 68.3%; 如果置信限取 $2S$ 和 $3S$, 则在对应范围内 x_i 出现的概率就是 95.4% 和 99.7%。根据这种关系, 当置信限取 $3S$ 时, 就表示多次测量中任意一次测量值不在 $(x - 3S) \sim (x + 3S)$ 范围内的可能性只有 0.3%。也就是说, 某一次测量值的误差 $(x_i - \bar{x}) \geq 3S$ 的可能性很小, 几乎为零, 如果出现就意味着这个测量值是“坏数据”, 应当剔除。用 $3S$ 作为判断进行坏数据剔除的方法称为拉依达准则。其中 $3S$ 称为极限误差 Δ_{lim} , 可表示为