

高职高专电类专业基础课规划教材

SHUZI DIANZI JISHU



数字电子技术

许春香 殷 刚 主 编
邬向伟 何淑霞 副主编



化学工业出版社

高职高专电类专业基础课规划教材

数字电子技术

许春香 殷 刚 主 编
邬向伟 何淑霞 副主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书全面介绍了数字电子电路的基本理论、基本分析方法和设计方法。本书共分 8 章, 包括逻辑代数和逻辑函数、门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲信号的产生与整形、数模转换和模数转换、半导体存储器与可编程逻辑器件等。

本书内容的基础理论部分深入浅出, 注重实践性, 备有大量例题和习题, 每章都有配合教学使用的技能训练, 内容丰富实用。

本书可作为高等职业技术学院、高等专科学校、成人高校的电气、电子、通信、自动化和机电等专业的教材, 也可供从事电子技术工作的工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

数字电子技术/许春香, 殷刚主编. —北京: 化学工业出版社, 2011. 1
高职高专电类专业基础课规划教材
ISBN 978-7-122-09901-3

I. 数… II. ①许… ②殷… III. 数字电路-电子技术-高等学校: 技术学院-教材 IV. TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 221432 号

责任编辑: 刘 哲 张建茹

责任校对: 边 涛

文字编辑: 高 震

装帧设计: 王晓宇

出版发行: 化学工业出版社 (北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)

印 装: 三河市延风印装厂

787mm×1092mm 1/16 印张 14½ 字数 385 千字 2011 年 2 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899

网 址: <http://www.cip.com.cn>

凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 28.00 元

版权所有 违者必究

前言

FOREWORD

为了适应现代电子技术飞速发展的需要,更好地培养 21 世纪的应用型电子技术人才,在多年教学改革与实践的基础上,以培养学生的综合工作能力为宗旨编写了本教材。

数字电子技术是一门发展迅速、实践性和应用性很强的技术基础课。根据数字电路的特点,编写本教材的指导思想是:保证基础知识、精选课程内容、理论联系实际、注重能力培养。

本书共分 8 章。第 1 章介绍分析和设计数字电路的工具——逻辑代数基础。第 2 章介绍数字电路最基本的单元——逻辑门电路,较为详细地介绍了集成门电路的原理和电气特性。第 3 章介绍组合逻辑电路,重点介绍了几种常见的、典型的组合电路。第 4 章和第 5 章分别介绍了集成触发器和时序逻辑电路。触发器是时序逻辑电路的基本单元,本书从触发器的结构、动作特性、不同逻辑功能触发器及其转换等角度对其作了较为详细的介绍。时序逻辑电路是数字电路中最重要内容,书中对寄存器、计数器等典型电路作了详尽的描述。第 6 章介绍了脉冲信号的产生与整形,重点介绍了形成矩形脉冲波形的施密特触发器、单稳态触发器和多谐振荡器三种基本电路。第 7 章介绍 A/D、D/A 转换器,对 A/D 和 D/A 转换的多种方法以及相关的集成电路作了介绍。第 8 章介绍半导体存储器和可编程逻辑器件,重点介绍了只读存储器 ROM 和随机存储器 RAM 的结构、原理和应用,并对 PLA、PAL 和 GAL 等典型的可编程逻辑器件的原理和应用作了较详细的介绍。

本书以培养学生的综合工作能力为目的,在内容安排上,突出了基本理论、基本概念和基本分析方法,为配合课堂教学,每章都有技能训练,内容丰富实用,可根据需要选择有关内容进行边讲边练,讲练结合和组织课堂讨论。在技能训练中,自始至终贯穿了“逻辑设计(包含功能测试)——选择集成器件——安装调试——排除故障”的训练方法,使理论和实践紧密结合,融为一体,从工程角度出发培养学生的工程思维方法、工作方法和应用所学知识解决实际问题的能力,使能力培养贯穿于教学全过程。

本书可作为电气、电子、通信、自动化和机电一体化等专业的教材,也可供从事电子技术工作的工程技术人员参考。

本书由许春香、殷刚担任主编,邬向伟、何淑霞任副主编。第 1 章由沈阳职业技术学院张诗琳编写;第 2 章由三门峡职业技术学院尚飞编写;第 3 章由内蒙古化工职业学院殷刚编写;第 4、6 章由中州大学邬向伟编写;第 5 章由中州大学许春香编写;第 7、8 章由中州大学何淑霞编写。

在本书的编写过程中,得到了编者所在单位同仁的支持与关心,在此向他们致以衷心的感谢!

限于我们的水平和经验,书中难免存在疏漏和不妥之处,敬请广大读者批评指正。

编者

2010 年 9 月

第 1 章 逻辑代数基础	1
1.1 概述	1
1.1.1 数字信号和数字电路	1
1.1.2 数字电路的分类和特点	1
1.2 数制和码制	2
1.2.1 数制	2
1.2.2 不同数制间的转换	2
1.2.3 二进制代码	3
1.3 逻辑代数	4
1.3.1 三种基本的逻辑关系和运算	4
1.3.2 逻辑代数的基本运算规律	6
1.3.3 逻辑函数及其表示方法	7
1.3.4 逻辑函数的公式法化简	9
1.4 逻辑函数的卡诺图化简法	10
1.4.1 卡诺图	10
1.4.2 用卡诺图表示逻辑函数	10
1.4.3 逻辑函数的卡诺图化简	11
1.4.4 具有无关项的卡诺图化简	12
本章小结	12
习题及思考题	12
第 2 章 逻辑门电路	14
2.1 分立元件门电路	14
2.1.1 三极管的开关特性	14
2.1.2 二极管门电路	15
2.1.3 三极管非门电路	17
2.2 TTL 集成逻辑门电路	19
2.2.1 TTL 与非门	19
2.2.2 其他功能的 TTL 门电路	21
2.3 CMOS 集成逻辑门电路	23
2.3.1 CMOS 反相器	23
2.3.2 其他功能的 CMOS 门电路	26
2.4 集成逻辑门电路的应用	28
2.4.1 TTL 电路和 CMOS 电路的接口	28
2.4.2 TTL 电路和 CMOS 电路的外接负载	30
本章小结	31
实践技能训练	31
项目一 晶体管开关特性、限幅器与钳位器	31

项目二 TTL 集成逻辑门的逻辑功能与参数测试	33
项目三 CMOS 集成逻辑门的逻辑功能与参数测试	36
习题及思考题	37
第 3 章 组合逻辑电路	39
3.1 组合逻辑电路的分析和设计方法	39
3.1.1 组合逻辑电路的分析方法	39
3.1.2 组合逻辑电路的设计方法	41
3.2 编码器	42
3.2.1 二进制编码器	42
3.2.2 二-十进制编码器	44
3.3 译码器	45
3.3.1 二进制译码器	45
3.3.2 二-十进制译码器	47
3.3.3 数码显示译码器	48
3.3.4 用译码器实现组合逻辑函数	50
3.4 数据选择器和分配器	52
3.4.1 数据选择器	52
3.4.2 数据分配器	54
3.5 加法器	55
3.5.1 半加器	55
3.5.2 全加器	55
3.6 数值比较器	56
3.7 组合逻辑电路中的竞争冒险	57
3.7.1 竞争冒险现象及其产生的原因	57
3.7.2 冒险现象的判别	57
3.7.3 消除冒险现象的方法	58
本章小结	58
实践技能训练	58
项目一 组合逻辑电路的设计与测试	58
项目二 编码器、显示译码及 LED 数码管显示电路	60
项目三 译码器功能的测试及其应用	62
项目四 数据选择器及其应用	63
习题及思考题	64
第 4 章 集成触发器	65
4.1 触发器的基本形式	65
4.1.1 基本 RS 触发器	65
4.1.2 同步触发器	69
4.1.3 同步 RS 触发器的功能描述	70
4.2 边沿触发器	72
4.2.1 维持阻塞 D 触发器	72
4.2.2 边沿 JK 触发器	75
4.2.3 T、T' 触发器	77
4.3 主从触发器	78

4.3.1 主从 RS 触发器	78
4.3.2 主从 JK 触发器	78
4.4 不同类型触发器间的相互转换	81
本章小结	83
实践技能训练	83
项目 触发器 RS、D、JK 功能测试	83
习题及思考题	86
第 5 章 时序逻辑电路	91
5.1 时序逻辑电路的分析方法	91
5.1.1 同步时序逻辑电路的分析方法	92
5.1.2 异步时序逻辑电路的分析方法	97
5.1.3 时序逻辑电路的设计方法	98
5.2 计数器	101
5.2.1 异步计数器	101
5.2.2 同步计数器	107
5.2.3 集成计数器及其功能扩展	114
5.3 寄存器和移位寄存器	116
5.3.1 寄存器	117
5.3.2 移位寄存器	117
本章小结	120
实践技能训练	121
项目一 计数器 MSI 芯片的应用	121
项目二 移位寄存器及其应用	123
习题及思考题	124
第 6 章 脉冲信号的产生与整形	129
6.1 施密特触发器	129
6.1.1 用门电路组成的施密特触发器	130
6.1.2 集成施密特触发器	131
6.2 多谐振荡器	133
6.2.1 门电路组成的多谐振荡器	133
6.2.2 石英晶体多谐振荡器	135
6.3 单稳态触发器	136
6.3.1 门电路组成的单稳态触发器	136
6.3.2 集成单稳态触发器	138
6.3.3 单稳态触发器的应用	140
6.4 555 定时器及其应用	142
6.4.1 555 定时器的电路结构及其功能	142
6.4.2 555 定时器的典型应用	144
本章小结	149
实践技能训练	149
项目一 使用门电路产生脉冲信号	149
项目二 单稳态触发器与施密特触发器	150
项目三 555 时基电路及其应用	153

习题及思考题	155
第7章 数/模和模/数转换器	160
7.1 D/A 转换器	160
7.1.1 常见的 D/A 转换器	161
7.1.2 D/A 转换器的主要技术指标	164
7.1.3 集成 D/A 转换器 DAC0832 简介及其应用	165
7.2 A/D 转换器	166
7.2.1 A/D 转换器的工作原理	166
7.2.2 A/D 转换器的种类	167
7.2.3 A/D 转换器的主要技术指标	172
7.2.4 集成 A/D 转换器 ADC0809 简介及应用	172
本章小结	173
实践技能训练	174
项目 D/A、A/D 转换器原理及应用	174
习题及思考题	176
第8章 半导体存储器和可编程逻辑器件	178
8.1 半导体存储器	178
8.1.1 概述	178
8.1.2 只读存储器 (ROM)	178
8.1.3 随机存取存储器 (RAM)	184
8.1.4 存储容量的扩展	185
8.1.5 半导体存储器的指标	185
8.2 可编程逻辑器件 PLD (Programmable Logic Device)	187
8.2.1 可编程逻辑器件基本结构	187
8.2.2 可编程逻辑器件 PAL 与 GAL 简介	189
8.2.3 复杂可编程逻辑器件 (CPLD)	190
8.2.4 现场可编程门阵列 (FPGA)	191
8.2.5 可编程逻辑器件的开发	194
本章小结	195
实践技能训练	196
项目 随机存取存储器及其应用	196
习题及思考题	198
综合实训	199
综合实训项目一 智力竞赛抢答装置	199
综合实训项目二 电子秒表	200
附录 A EWB 电子电路仿真软件 multisim 简介	204
附录 B 常用逻辑门电路新旧逻辑符号对照表	216
附录 C 部分常用中规模集成电路逻辑符号介绍	218
附录 D 部分习题及思考题参考答案	221
参考书目	224

第 1 章

逻辑代数基础

1.1 概述

1.1.1 数字信号和数字电路

在观察自然界中形形色色的物理量时可以发现,虽然它们的性质各异,但按照其变化规律的特点而言,可以分为两大类,如图 1.1 所示。

其中一类物理量的变化在时间上和数值上都是连续的,称为模拟信号,如温度、压力、音频等。处理模拟信号电子电路称为模拟电路。

另一类物理量的变化在时间和数值上都是离散的,也就是说它们的变化在时间上是不连续的,总是发生在一系列离散的瞬间,这类信号称为数字信号,如数字显示仪表的显示值等。处理数字信号电子电路称为数字电路。

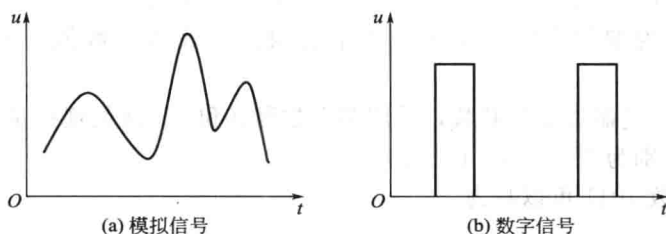


图 1.1 模拟信号和数字信号

1.1.2 数字电路的分类和特点

数字电路有多种分类方法,以下是几种常用的分类方法。

(1) 按集成度分类 数字电路可分为小规模 (SSI, 每片数十个器件)、中规模 (MSI, 每片数百个器件)、大规模 (LSI, 每片数千个器件) 和超大规模 (VLSI, 每片器件数目大于 1 万) 数字集成电路。

(2) 按所用器件制作工艺的不同 数字电路可分为双极型 (TTL 型) 和单极型 (MOS 型) 两类。

(3) 按电路的结构和工作原理的不同 数字电路可分为组合逻辑电路和时序逻辑电路两类。组合逻辑电路没有记忆功能。时序逻辑电路具有记忆功能。

(4) 按电路有无集成元器件来分 可分为分立元件数字电路和集成数字电路。

数字电路具有以下特点。

① 数字电路内部的晶体管主要工作在饱和导通或截止状态; 模拟电路内部的晶体管主要工作在放大状态。

② 数字电路的信号只有两种状态：高电平和低电平，分别对应于二进制数中的 1 和 0，表示信号的有和无，便于数据处理。

③ 数字电路结构相对简单，功耗较低，便于集成。

④ 数字电路工作可靠性高，抗干扰能力强。

⑤ 数字集成电路产品系列多、通用性强、成本低。

⑥ 数字信息便于长期保存，保密性好。

1.2 数制和码制

1.2.1 数制

数制就是按某种进位规则进行计数的计数体制。在日常生活中广泛使用十进制，在数字电路和计算机中，通常采用二进制数和十六进制数。

(1) 十进制 十进制是以 10 为基数的计数体制，由 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 十个数码组成，计数规律是“逢十进一，借一当十”。在十进制中，每一数码处于不同位置时，它代表的数值是不同的，即不同数位有不同位权。

例如，十进制数 1987 可写为：

$$(1987)_{10} = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

每位的位权分别为 10^3 、 10^2 、 10^1 、 10^0 。每一位数码所表示的数值等于该数码乘以该位的位权，即为加权系数。任何一个十进制数所表示的数值，都等于其各位加权系数之和。

(2) 二进制 二进制以 2 为基数，采用两个数码 0 和 1。计数规律是“逢二进一、借一当二”。各位位权分别为 2^k ($k=0, 1, 2, \dots$)。

例如，二进制数 1011 可以写为：

$$(1011)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

(3) 十六进制 十六进制以 16 为基数，采用 16 个数码：0~9、A、B、C、D、E、F，其中 10~15 分别用 A~F 表示。计数规律是“逢十六进一，借一当十六”。每位的位权值为 16 的整数次幂。

例如，十六进制数 3FA6 可以写为：

$$(3FA6)_{16} = 3 \times 16^3 + 15 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 6 \times 16^0$$

1.2.2 不同数制间的转换

(1) 二进制、十六进制数转换为十进制 只要将二进制、十六进制数求出其各位加权系数之和，则得到相应的十进制数。

(2) 十进制数转换为二进制数、十六进制数 可以采用除 R 倒取余数法。 R 代表所要转换成的数制的基数，对于二进制数为 2，十六进制数为 16。步骤如下：

① 把给定的十进制数除以 R ，再取余数，即为最低位数的数码 K_0 ；

② 将前一步得到的商再除以 R ，再取出余数，即得次低位数的数码 K_1 ；

以下各步类推，直到商为 0 为止，最后得到的余数即为最高位数的数码 K_{n-1} 。

【例 1.1】 将 $(44)_{10}$ 转换为二进制数。

解:

2	44	余数			
2	22		$0=K_0$		低位
2	11		$0=K_1$		
2	5		$1=K_2$		
2	2		$1=K_3$		
2	1		$0=K_4$		
2	0		$1=K_5$		高位

即 $(44)_{10} = (101100)_2$

【例 1.2】 将 $(44)_{10}$ 转换为十六进制数。

解:

16	44	余数			
16	2		$12=K_0$		低位
	0		$1=2K_1$		高位

即 $(44)_{10} = (2C)_{16}$

(3) 二进制数与十六进制数的相互转换

① 将十六进制数转换为二进制数。将十六进制数的每一位转换为相应的 4 位二进制数即可。

【例 1.3】 将 $(4B)_{16}$ 转换为二进制数。

解: 十六进制数 4 B

二进制数 0100 1011

即 $(4B)_{16} = (1001011)_2$

② 将二进制数转换为十六进制数。将二进制数从最低位开始, 每 4 位分为一组, 每组都相应转换为 1 位十六进制数 (最高位可以补 0)。

【例 1.4】 将 $(1001011)_2$ 转换为十六进制数。

解: 二进制数 0100 1011

十六进制数 4 B

即 $(1001011)_2 = (4B)_{16}$

1.2.3 二进制代码

在数字系统中, 常常采用一定位数的二进制码来表示各种图形、文字、符号等特定信息, 通常称这种二进制码为代码。所有的代码都是用二进制数码 0 和 1 的不同组合构成。这里的二进制数并不表示数值的大小, 而是仅仅表示某种特定信息。 n 位二进制数码有 2^n 种不同的组合, 可以代表 2^n 种不同的信息。建立这种代码与图形、文字、符号或特定对象之间一一对应关系的过程, 称为编码。这就如运动会上给所有运动员编上不同的号码一样。

二十进制码, 指的是用四位二进制数来表示十进制数中的 0~9 十个数码, 简称 BCD 码。由于四位二进制数码有十六种不同的组合状态, 用以表示十进制数中的十个数码时, 只需要用其中十种组合, 其余六种组合则不用, 因此, BCD 码的编码方式有很多种。几种常见的 BCD 编码见表 1.1。其中, 广泛使用的是 8421BCD 码, 它是一种有权码, 其位权从高

表 1.1 常见的 BCD 编码

十进制数码	8421 码	5421 码	2421 码	余 3 码	格雷码
0	0000	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0010	0101	0011
3	0011	0011	0011	0110	0010
4	0100	0100	0100	0111	0110
5	0101	1000	1011	1000	0111
6	0110	1001	1100	1001	0101
7	0111	1010	1101	1010	0100
8	1000	1011	1110	1011	1100
9	1001	1100	1111	1100	1000

位到低位依次为： $8(2^3)$ 、 $4(2^2)$ 、 $2(2^1)$ 、 $1(2^0)$ 。另外，5421BCD 码、2421BCD 码也属于有权码。无权码中常见的是余 3 码和格雷码。

例如，将十进制数 935 转换为 8421BCD 码可写成：

$$(935)_{10} = (1001 \ 0011 \ 0101)_{8421BCD}$$

1.3 逻辑代数

逻辑代数也称布尔代数，是分析和设计逻辑电路的数学工具。逻辑代数和普通代数相类似，也分变量和函数。在逻辑代数中称为逻辑变量和逻辑函数。

(1) 逻辑变量 在数字电路中，经常遇到电平的高与低、脉冲的有与无、灯泡的亮与暗、开关的通与断等现象，这类现象都存在着相互对立的两种结果。这种相互对立的逻辑关系，可以用仅有两个取值（0 和 1）的变量来表示，这种二值变量称为逻辑变量。

逻辑变量可用字母 A 、 B 、 C 、 $\dots$ 、 X 、 Y 、 Z 等来表示，其取值范围只有 0 和 1，它们并不表示具体的数量大小，而是表示两种相互对立的逻辑状态。

(2) 逻辑函数 与普通代数类似，逻辑函数也称因变量，当决定事物的自变量取值一定时，被决定事物的结果也唯一确定。这一结果称为逻辑函数或逻辑因变量。当变量取值一定时，函数值也被唯一确定了。逻辑函数值也只是 0 和 1，它们也是表示事物的两个对立状态，而不表示数值的大小。

1.3.1 三种基本的逻辑关系和运算

所谓逻辑关系是指事物的条件与结果之间的因果关系。基本的逻辑关系有“与”逻辑、“或”逻辑、“非”逻辑三种。在逻辑代数中有三种基本的逻辑运算，即“与”运算、“或”运算、“非”运算。其他逻辑运算都是通过这三种基本运算来实现的。

(1) 与逻辑和与运算 当决定某事件的全部条件同时具备时，事件才会发生，这种因果关系叫做与逻辑。如图 1.2 所示电路中，只有当开关 A 、 B 全部闭合时（全部条件同时具备），灯 Y 才能点亮（事件发生）。因此灯 Y 的状态和开关 A 、 B 的接通是与逻辑关系，可以用逻辑代数中的与运算表示：

$$Y = A \cdot B \quad \text{或} \quad Y = AB$$

通常，把结果发生或条件具备用逻辑 1 表示，结果不发生或条件不具备用逻辑 0 表示。

在此电路中,灯亮用 1 表示,灯灭用 0 表示,开关接通用 1 表示,断开用 0 表示,可以得到与运算的运算规则:

$$0 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

图 1.3 所示为与逻辑的符号,图中 A、B 叫输入逻辑变量, Y 叫输出逻辑变量(即逻辑函数)。

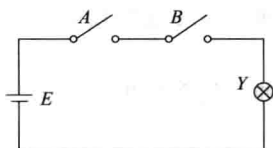


图 1.2 与逻辑电路



图 1.3 与逻辑符号

(2) 或逻辑和或运算 在决定某事件的条件中,只要具备任一条件,事件就会发生,这种因果关系叫做或逻辑。如图 1.4 所示电路中,只要 A、B 中有一个闭合(具备任一条件),灯 Y 就会点亮(事件发生)。因此灯 Y 的状态和开关 A、B 的接通是或逻辑关系,可以用逻辑代数中的或运算表示:

$$Y = A + B$$

同样,在此电路中,灯亮用 1 表示,灯灭用 0 表示,开关接通用 1 表示,断开用 0 表示,可以得到或运算的运算规则:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 1$$

逻辑符号如图 1.5 所示。

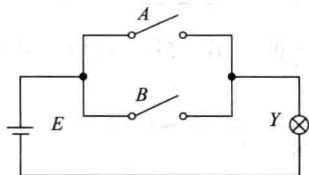


图 1.4 或逻辑电路

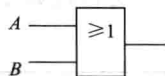


图 1.5 或逻辑符号

(3) 非逻辑和非运算 决定某事件的条件只有一个,当条件出现时,事件不发生;而当条件不出现时,事件才发生。这种因果关系叫做非逻辑。如图 1.6 所示电路中,开关 A 闭合(条件出现),灯 Y 熄灭(事件不发生);开关 A 断开,灯 Y 点亮。因此灯 Y 的状态和开关 A 的接通是非逻辑关系,可以用逻辑代数中的非运算表示:

$$Y = \bar{A}$$

式子中 $\bar{A}$ 读作“A 非”。非运算的运算规则为

$$\bar{0} = 1$$

$$\bar{1} = 0$$

逻辑符号如图 1.7 所示。

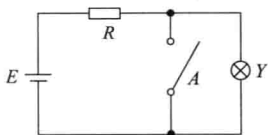


图 1.6 非逻辑电路

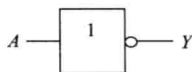


图 1.7 非逻辑符号

1.3.2 逻辑代数的基本运算规律

逻辑代数与普通代数类似,也有运算公式和定律等,通过学习这些内容可以对逻辑函数进行计算和化简。

(1) 逻辑代数的公式 逻辑代数的变量只有 0 和 1 两种取值,根据与、或、非三种基本逻辑关系的定义,可以得到相应的一些计算公式。

① 基本公式 逻辑代数中的基本公式见表 1.2。

表 1.2 基本公式

逻辑运算定理	原等式	对偶式
交换律	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
结合律	$A(BC) = (AB)C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
分配律	$A \cdot (B + C) = AB + AC$	$A + BC = (A + B)(A + C)$
自等律	$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$
0-1 律	$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$
互补律	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
重叠律	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
吸收律	$A + AB = A$	$A(A + B) = A$
还原律	$A = \bar{\bar{A}}$	
反演律(摩根定律)	$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

② 常用公式 逻辑代数中的常用公式是利用基本公式推导出来的。常用公式见表 1.3。

表 1.3 常用公式

序号	常用公式	推论与证明
1	$AB + A\bar{B} = A$	$A(B + \bar{B}) = A$
2	$A + AB = A$	$A + AB = A(1 + B) = A \cdot 1 = A$
3	$A + \bar{A}B = A + B$	$A + \bar{A}B = A + \bar{A}B + AB = A + B$
4	$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$	$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C + (A + \bar{A})CB = AB + \bar{A}C + ABC + \bar{A}BC$ $= AB \cdot (1 + C) + \bar{A}C \cdot (1 + B) = AB + \bar{A}C$
5	$A + BC = (A + C)(A + B)$	$(A + C)(A + B) = AB + AC + BC + AA = A + BC$

(2) 逻辑代数的三个基本规则 在逻辑代数中除了上述公式和基本定律外,还有三个重要的运算规则:代入规则、对偶规则 and 反演规则。这些规则和逻辑代数公式、基本定律相结合,可以对任何逻辑问题进行描述、推导和变换。

① 代入规则 在任何逻辑等式中,如果将等式两边的某一变量用同一个逻辑函数替代,

则等式仍然成立, 这个规则称为代入规则。该规则的应用可以将前面的定理扩展出更多的公式。

如: $A + \overline{A}B = A + B$, 用 $\overline{A}$ 替换 A , 则有 $\overline{A} + \overline{A}B = \overline{A} + B$ 。

【例 1.5】 已知: $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$, 试证明用 BC 替代 B 后, 等式仍然成立。

证明: 左边 $= \overline{A(BC)} = \overline{A} + \overline{BC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

右边 $= \overline{A} + \overline{BC} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

因为 左边 = 右边, 所以等式成立。

② 对偶规则 将函数中所有的“ $\cdot$ ”换成“ $+$ ”, “ $+$ ”换成“ $\cdot$ ”, 或 1 换成 0, 0 换成 1, 而变量保持不变, 就得到一个新函数 Y' , 则 Y 和 Y' 互为对偶式, 这就是对偶规则。使用对偶规则时要注意, 变换前后的运算顺序不能改变。利用对偶规则, 可使基本定理的公式证明减少一半。因为某一等式成立, 其对偶式也成立。

【例 1.6】 求 $Y_1 = A(B+C)$ 和 $Y_2 = A+BC$ 的对偶式。

解: $Y_1' = A+BC$

$Y_2' = A(B+C)$

③ 反演规则 将函数中所有的“ $\cdot$ ”换成“ $+$ ”, “ $+$ ”换成“ $\cdot$ ”, 或 1 换成 0, 0 换成 1, 原变量换成反变量, 反变量换成原变量, 则得到原来逻辑函数 Y 的反函数, 这一规则称为反演规则。应用反演规则时应注意:

a. 变换前后的运算顺序不能变, 必要时可以加括号来保证原来的运算顺序;

b. 反演规则中的反变量和原变量的互换只对单个变量有效, 若在“非”号的下面有多个变量, 则在变换时, 此“非”号要保持不变, 而对“非”号下面的逻辑表达式使用反演规则。

【例 1.7】 求 $Y = A + B\overline{C} + CD$ 的反函数。

解: 根据反演规则, 得 Y 的反函数为:

$$\begin{aligned}\overline{Y} &= \overline{A \cdot (\overline{B} + C) \cdot (\overline{C} + D)} = (\overline{A} \cdot \overline{\overline{B} + C}) \cdot (\overline{\overline{C} + D}) \\ &= \overline{A} \cdot \overline{\overline{B}} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}\end{aligned}$$

1.3.3 逻辑函数及其表示方法

1.3.3.1 逻辑函数

逻辑函数的定义和普通代数中函数的定义类似。在逻辑电路中, 如输入变量 A 、 B 、 C …的取值确定后, 输出变量 Y 的值也被唯一确定了, 那么 Y 是 A 、 B 、 C …的逻辑函数。在逻辑代数中, 逻辑函数和逻辑变量一样, 都只有逻辑 0 和逻辑 1 两种取值, 没有大小之分, 不同于普通代数中的 0 和 1。

1.3.3.2 逻辑函数的表示方法

逻辑函数的表示方法通常有四种: 真值表、逻辑函数表达式、逻辑图和卡诺图。这四种方法各有特点, 而且可以相互转换。

(1) 真值表 真值表以表格的形式来描述输入逻辑变量和逻辑函数值之间的对应关系。其特点是直观明了, 特别是在把一个实际问题抽象为数学问题时, 使用真值表最为方便。

列真值表时, 一定要注意把输入逻辑变量的取值组合列全, n 个输入变量共有 2^n 个取值组合。当输出变量不止一个时, 它们与输入变量之间的逻辑关系也应在真值表中一一列出。

现以三人多数表决逻辑为例, 说明真值表的表示方法。

设三人分别为 A 、 B 、 C , 同意为 1, 不同意为 0; 表决为 Y , 有两人或两人以上同意, 表决通过, 通过为 1, 否决为 0。因此 A 、 B 、 C 为输入逻辑变量, Y 为输出逻辑变量 (逻辑函数)。列出输入逻辑变量和逻辑函数之间关系的真值表如表 1.4 所示。

表 1.4 三人多数表决真值表

输入			输出	输入			输出
A	B	C	Y	A	B	C	Y
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1

(2) 逻辑函数表达式 用与、或、非等逻辑运算符号来表示逻辑函数中各个变量之间逻辑关系的代数式, 就叫做逻辑函数表达式。逻辑函数表达式有多种形式, 并且可以和真值表互相转换。

① 逻辑表达式的几种常见形式 对于给定的逻辑函数, 其真值表是唯一的, 但描述同一个逻辑函数的逻辑表达式却有多种形式, 并且可以互相转换。这种变换在逻辑电路的分析和设计中经常用到。常见的逻辑表达式主要有五种形式。如函数 $Y=AB+\overline{B}C$ 可以表示如下:

$$Y_1=AB+\overline{B}C \quad \text{与或式}$$

$$Y_2=\overline{\overline{A}\overline{B} \cdot \overline{B}\overline{C}} \quad \text{与非式}$$

$$Y_3=(A+\overline{B})(B+C) \quad \text{或与式}$$

$$Y_4=\overline{\overline{A+\overline{B}+B+C}} \quad \text{或非式}$$

$$Y_5=\overline{\overline{A}\overline{B}+\overline{B}\overline{C}} \quad \text{与或非式}$$

利用逻辑代数的基本定律, 可以实现上述五种表达式之间的相互转换。如:

$$Y_1=AB+\overline{B}C=\overline{\overline{A}\overline{B} \cdot \overline{B}\overline{C}}=\overline{\overline{A}\overline{B} \cdot \overline{B}\overline{C}}=Y_2$$

在上述五种逻辑表达式中, 与或式是最常用的表达式, 它可以直接从真值表中写出来。

② 由真值表转换为逻辑函数表达式 将真值表中那些使函数值为 1 的项相加, 就得到与或逻辑函数表达式。

具体写法是: 每一行中的各个变量之间是与关系, 各行之间是或关系, 变量取值为 1 的写原变量, 变量取值为 0 的写反变量。

如上述三人多数表决通过的表达式为:

$$Y=\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$$

③ 由逻辑表达式转换为真值表 由逻辑表达式转换为真值表, 只需将输入变量的全部取值组合代入逻辑表达式中, 分别计算出每种取值组合的函数值, 然后填入真值表中即可。

(3) 逻辑图 逻辑图又叫逻辑电路图, 是指用逻辑符号来表示逻辑变量之间的逻辑关系。这是一种接近工程实际的表示方法。逻辑图可以和逻辑函数表达式之间相互转换。图 1.8 为三人多数表决逻辑图。

将逻辑图转换为逻辑函数表达式, 只需逐级写出逻辑图的逻辑表达式, 最后得出反映输出变量 (即逻辑函数) 与输入变量之间关系的逻辑表达式即可。

(4) 卡诺图 卡诺图是逻辑函数的另一种表示形式, 卡诺图的画法在介绍逻辑函数的化简时再详细介绍。

1.3.3.3 最小项表达式

在 n 变量的逻辑函数中, 如果一个乘积项包含了所有的变量, 并且每个变量在该乘积项中均以原变量或反变量的形式作为一个因子出现一次, 则该乘积项就称为逻辑函数的最小项。 n 变量的最小项共有 2^n 个。

通常用 m_i 来表示最小项, 其下标 i 为最小项的编号。编号的方法如下: 在每一个最小

项中,原变量取值为1,反变量取值为0,则每一个最小项对应一组二进制数,该二进制数所对应的十进制数就是这个最小项的编号。

如一个三变量的最小项 $AB\bar{C}$ 其对应的二进制数为 110, 对应的十进制数为 6, 则该最小项表示为 m_6 。

由最小项组成的逻辑表达式称为最小项表达式。最小项表达式可用下式表示:

$$Y = F(A, B, C, \dots) = \sum m_i$$

如上述三人多数表决逻辑最小项表达式为

$$Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$= \sum m(3, 5, 6, 7) = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

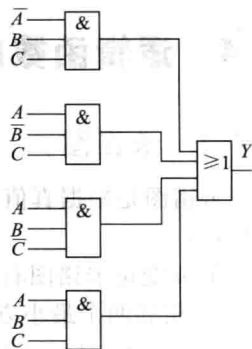


图 1.8 三人多数
表决逻辑图

1.3.4 逻辑函数的公式法化简

运用逻辑代数中的基本定理和法则,对函数表达式进行变换,消去多余项和多余变量,以获得最简函数表达式的方法,就称为公式法化简。最简函数表达式一般是指最简与或式。判断与或表达式是否最简的条件是:逻辑乘积项最少;每个乘积项中变量最少。

常见的公式化简方法有以下几种。

1.3.4.1 并项法

并项法运用的公式是 $AB + A\bar{B} = A$, 将两项合并为一项,同时消去一个变量。

【例 1.8】 化简 $Y = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$ 。

解:
$$Y = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} = A\bar{B}(C + \bar{C}) = A\bar{B}$$

1.3.4.2 吸收法

吸收法运用的公式是 $A + AB = A$ 和 $AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$, 将多余项吸收。

【例 1.9】 化简 $Y = AB + AB(C + D)$ 。

解:
$$\begin{aligned} Y &= AB + AB(C + D) \\ &= AB(1 + C + D) = AB \end{aligned}$$

【例 1.10】 化简 $Y = AD + BCD + A\bar{C}D + D + EF$ 。

解:
$$\begin{aligned} Y &= AD + BCD + A\bar{C}D + D + EF \\ &= D(A + BC + \bar{A}C + 1) + EF = D + EF \end{aligned}$$

1.3.4.3 消去法

消去法运用的公式是 $A + \bar{A}B = A + B$, 消去多余因子。

【例 1.11】 化简: $Y = AB + \bar{A}C + BC$ 。

解:
$$\begin{aligned} Y &= AB + \bar{A}C + BC = AB + (\bar{A} + \bar{B})C \\ &= AB + \bar{A}\bar{B}C = AB + C \end{aligned}$$

1.3.4.4 配项法

配项法运用的公式是 $A + \bar{A} = 1$ 、 $A\bar{A} = 0$ 或 $AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$, 在表达式中增加冗余项,以消去其他项。

【例 1.12】 化简: $Y = A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{B}C + \bar{A}B$

解:
$$\begin{aligned} Y &= A\bar{B} + B\bar{C} + \bar{B}C + \bar{A}B \\ &= A\bar{B} + B\bar{C} + (A + \bar{A})\bar{B}C + \bar{A}B(C + \bar{C}) \\ &= A\bar{B} + B\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} \\ &= A\bar{B}(1 + C) + (1 + \bar{A})B\bar{C} + \bar{A}C(B + \bar{B}) \\ &= A\bar{B} + \bar{B}C + \bar{A}C \end{aligned}$$