

$$F = ma$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$$

高等院校力学教材

# 理论力学

(第2版)

陈立群 薛纭 编著

# 理论力学

(第2版)

陈立群 薛纭 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书是在第1版基础上修订而成。第1版于2006年出版,受上海市教育委员会高校重点教材建设项目资助,获2011年上海普通高校优秀教材一等奖。在第2版中,作者在长期使用基础上,在保持原书突出矢量方法和能量方法两条主线的同时,参照《“理论力学”课程教学基本要求(A类)》对第1版进行了全面的修订。静力学部分加强了矢量的应用,运动学部分调整了教学体系并强调解析方法应用,动力学部分补充一些较为深入的内容并通过例题介绍了分岔和混沌,各章增加了内容概述和解题指导,补充了新的例题和习题。

本书除绪论外共分为10章。绪论中包括本课程的内容、发展简史和学习方法。前3章为静力学,分别是力和约束、力系的简化、平衡问题——矢量方法;随后3章为运动学,包括运动学基础、刚体的平面运动和点的合成运动;最后4章为动力学,分别是质点动力学、质点系动力学——矢量方法、平衡问题——能量方法和质点系动力学——能量方法。本书配有电子教案和习题解答,可供使用的教师参考。

本书可作为高等学校理论与应用力学、工程力学、机械、航空航天、船舶、土建、水利等专业多学时理论力学课程的教材。略去带星号内容,也可以作为其他专业中学时理论力学课程或工程力学课程理论力学部分的教材。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

理论力学/陈立群,薛纭编著.--2版.--北京:清华大学出版社,2014

ISBN 978-7-302-37258-5

I. ①理… II. ①陈… ②薛… III. ①理论力学 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第154046号

责任编辑:杨倩

封面设计:傅瑞学

责任校对:王淑云

责任印制:王静怡

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 刷 者:三河市君旺印务有限公司

装 订 者:三河市新茂装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:170mm×230mm 印 张:25.25 字 数:504千字

版 次:2006年3月第1版 2014年6月第2版 印 次:2014年6月第1次印刷

印 数:1~3000

定 价:42.00元

# 第2版 前言

## ♂—FOREWORD—

本书第1版在2006年出版,先后在上海大学机械工程与自动化专业的工程力学(理论力学部分60学时)课程中使用5届、理论与应用力学专业的理论力学(80学时)课程中使用2届。同时在上海应用技术学院机械类理论力学课程中使用8届、土木类理论力学课程中使用5届。本书第1版受上海市教委高校重点教材建设项目资助,曾获2011年上海普通高校优秀教材一等奖。

在长期教学实践的基础上,作者参照教育部力学基础课程教学指导分委会最新制订的《“理论力学”课程教学基本要求(A类)》,对本书第1版进行了全面的补充和修订。第2版涵盖上述“基本要求”中的全部基本部分以及3个专题“碰撞问题”、“非惯性系下的动力学”和“第二类拉格朗日方程”的全部内容,也涵盖专题“离散系统的振动”和“运动学问题过程分析”的部分内容。因此满足“基本要求”所提出的全部基本内容和2个专题内容的要求,并可供使用本教材的师生酌情选择。专题内容的章节在目录和正文中用单星号标注。“基本要求”中没有覆盖到的专题内容,在“阅读建议”中给出了参考文献。本书部分内容,例如势力场中平衡及其稳定性,超出“基本要求”,用双星号标注。

与本书第1版相比,本书第2版有下列充实和调整。

(1) 对绪论进行了充实,特别是修改了学科发展历史部分。

(2) 前3章静力学部分加强了矢量的应用。讨论了力矩计算的逆问题,引入了力学的不变量并应用于力系简化结果分类,推导了力螺旋中心轴参数方程,给出了平行力系中心一种新的推导。

(3) 第4至6章的运动学部分做了全面修改。“点的运动”一节增加了运动过程分析的例题。把刚体运动放在合成运动之前讲授,基于点的运动而不是合成运动推导了平面运动刚体上两点之间的速度和加速度关系;补充了平面运动刚体上点的加速度分析的投影法和加速度瞬心法。在点的合成运动部分,强调了矢量求导与参考坐标系有关,导出了绝对导数和相对导数的关系式,并应用于速度合成定理和加速度合成定理推导。

(4) 在第7章质点动力学部分,增加了对动力学建模的讨论和质点相对于转动地球动力学方程的解析解。

(5) 第8章的质点系动力学矢量方法补充了一些较为深入的内容。给出了关于

动点的动量矩定理和动量矩定理对动轴的投影。分别用坐标变换的方法和附加惯性力的方法推导了非惯性系中的动量矩定理。讨论了流体动反力计算和变质量问题。

(6) 第9章平衡问题的能量方法也有补充。没有像初版那样把约束局限于定常的情形。讨论了有势力场及其势能。明确陈述了稳定性判断的拉格朗日定理的条件。结合平衡点稳定性随参数变化的例子介绍了静态分岔的概念。

(7) 第10章质点系动力学的能量方法增加了较多内容。给出了非惯性系中的动能定理。讨论了碰撞过程中的动能损失。基于拉格朗日方程建模双摆运动,用数值计算揭示了混沌运动。充实了对拉格朗日方程初积分的讨论,补充了欧拉齐次函数定理的证明;从拉格朗日方程导出了一般受约束系统的能量变化方程;通过例题讨论了广义动量积分既非动量守恒也非动量矩守恒时的物理意义。

(8) 各章正文之后,增加了“本章要点和解题指导”。

(9) 更新了教材参考书目录。重新写了扩展阅读建议,并置于各章之后。

(10) 例题数目由106道,增加到165道,新增了59道例题。

(11) 习题数目由196道,增加到305道,新增了109道习题。

本书第2版编著工作由上海大学陈立群教授和上海应用技术学院薛纭教授合作完成。作者在教学工作中和本书编著中汲取了国内外相关教材和课件的某些处理方式和素材,在此对这些教材和课件的作者谨致谢意。第2版沿用了第1版的部分内容,本书作者衷心感谢参与本书第1版编著工作的北京信息科技大学戈新生教授和上海大学徐凯宇教授。本书例题和习题补充工作得到上海应用技术学院尚慧琳副教授、王波博士和唐有绮博士的协助,作者对他们表示感谢。陈立群还感谢他讲课时担任助课工作的博士生丁虎、王波、唐有绮、张艳雷、张国策、姜文安和硕士生石朝成、杨凯。

书稿承蒙清华大学李俊峰教授详细审阅,并提出宝贵意见。作者谨表示衷心感谢。

本书修订工作受到国家级精品课程“工程力学”建设项目和上海市“工科基础力学教学团队”建设项目资助,在此鸣谢!

作者

2014年3月



第1版

前 言

FOREWORD

理论力学是高等理工科院校中普遍开设的一门技术基础课,是后续力学课程和其他相关专业课程的基础。在中国高等教育的改革与发展中,学校的层次和类型增加。不同学校和专业对理论力学课程提出了不同的要求,而理论力学课程的学时也有所减少。同时,随着高等教育的普及化和高校的扩招,学生的情况也发生了变化。为满足这些变化所产生的对教材的新的需求特编写了本书。本书可作为教学-研究型大学和教学型大学的机械、土建、水利、航空、动力等专业学生的多学时理论力学课程教材。略去带星号章节后,也可用作其他专业中、少学时理论力学课程的教材。

作为理论力学教材,本书参照最新的课程基本要求编写。全书除绪论外共分十章,依次为力和约束,力系的简化,平衡问题;矢量方法,点的运动和刚体基本运动,点的合成运动,刚体的平面运动,质点动力学,质点系动力学;矢量方法,平衡问题;能量方法,质点系动力学;能量方法。

在编写过程中,我们试图用现代和实用的观点,阐述理论力学的核心内容和方法。我们既要大体保持本门课程基本内容的完整性,又要注意与先修的高等数学、物理课程的衔接及与材料力学、机械原理等后续课程的过渡。尤其是要充分应用先修课的知识,提高本课程起点,同时为后续课程奠定扎实的理论力学基础。在优化教学内容的同时,加强对学生能力的培养,具体包括力学和数学建模能力、数学模型的分析能力、逻辑思维能力等。在具体写法方面,力求概念清晰,论证严谨,叙述简要。

具体来说,本书具有下列特点:

(1) 体系调整。在静力学和动力学中,突出矢量方法和能量方法两条主线。在运动学中适当加强了解析方法的内容。

(2) 内容精简。例如,扬弃了理论力学传统教材中的静力学公理体系;在叙述静力学和动力学的能量方法时,没有考虑非定常约束。

(3) 定位明确。本教材的基本使用对象为教学-研究型大学和教学型大学中等程度学生。在例题和习题选择时也考虑了部分学生的考研需要。

(4) 篇幅紧凑。总字数仅为 30 万字。对于学有余力的学生,本教材附有“参考书目”和“阅读建议”引导他们自学更深入的内容。也可供教师备课尤其在扩展教学内容时参考。

(5) 教材模块化,以便于不同学时的课程选用。教材内容以多学时课程基本要

求为限。在章节安排上,考虑同时便于为中少学时课程使用。

(6) 考虑到本教材对象的实际情况,本教材可独立使用,而不依赖于任何电子教材。也没有涉及数值方法和包括使用计算机的解题训练。

本书第1~3章由上海应用技术学院薛纭教授编写,第4~6章由北京机械工业学院戈新生教授编写,第7、8章和附录由上海大学徐凯宇教授编写,其他部分由上海大学陈立群教授编写。全书由陈立群加工定稿。编写工作得到各方面的支持和鼓励。本书编写过程中汲取了已出版的国内外相关教材的许多宝贵经验。本书立项过程中承蒙上海交通大学刘延柱教授和洪嘉振教授以及上海大学程昌钧教授热情推荐。书稿承蒙北京理工大学梅凤翔教授和上海交通大学刘延柱教授详细审阅,并提出许多宝贵意见。作者谨表示衷心感谢。

本书受到“上海市教育委员会高校重点教材建设项目”资助,在此鸣谢!

作者

2005年10月

# 目 录



## CONTENTS

绪论 .....	1
0.1 理论力学的内容 .....	1
0.2 理论力学发展简史 .....	2
0.3 理论力学的学习方法 .....	5
<b>第 1 章 力和约束 .....</b>	<b>7</b>
1.1 力、力矩和力偶 .....	7
1.2 约束的基本类型 .....	18
1.3 物体的受力和受力图 .....	22
本章要点和解题指导 .....	25
扩展阅读建议 .....	25
习题 .....	25
<b>第 2 章 力系的简化 .....</b>	<b>30</b>
2.1 力系的基本特征量：主矢与主矩 .....	30
2.2 力系简化 .....	33
2.3 平行力系和重心 .....	37
本章要点和解题指导 .....	42
扩展阅读建议 .....	43
习题 .....	43
<b>第 3 章 平衡问题：矢量方法 .....</b>	<b>47</b>
3.1 力系的平衡方程及其应用 .....	47
3.2 考虑摩擦的平衡问题 .....	60
3.3 平面桁架的静力计算 .....	68
本章要点和解题指导 .....	71
扩展阅读建议 .....	72
习题 .....	73
<b>第 4 章 运动学基础 .....</b>	<b>85</b>
4.1 点的运动 .....	86



4.2 刚体的平移 .....	102
4.3 刚体的定轴转动 .....	104
本章要点和解题指导 .....	113
扩展阅读建议 .....	114
习题 .....	114
<b>第5章 刚体的平面运动</b> .....	119
5.1 刚体平面运动的描述 .....	119
5.2 平面运动刚体上点的速度 .....	122
5.3 平面运动刚体上点的加速度 .....	133
本章要点和解题指导 .....	141
扩展阅读建议 .....	142
习题 .....	142
<b>第6章 点的合成运动</b> .....	148
6.1 绝对运动、相对运动和牵连运动 .....	148
6.2 速度合成定理 .....	153
6.3 加速度合成定理 .....	159
本章要点和解题指导 .....	174
扩展阅读建议 .....	175
习题 .....	176
<b>第7章 质点动力学</b> .....	182
7.1 质点运动的动力学建模 .....	182
7.2 质点运动的动力学分析 .....	185
7.3* 单自由度系统的线性振动 .....	190
7.4* 非惯性系中的质点运动 .....	198
本章要点和解题指导 .....	204
扩展阅读建议 .....	205
习题 .....	205
<b>第8章 质点系动力学: 矢量方法</b> .....	211
8.1 动量定理和动量矩定理 .....	212
8.2 刚体动力学 .....	240
8.3* 碰撞问题 .....	252
8.4 动力学建模的动静法 .....	260
本章要点和解题指导 .....	273
扩展阅读建议 .....	276

习题 .....	276
<b>第 9 章 平衡问题：能量方法 .....</b>	<b>288</b>
9.1 力的功 .....	288
9.2 虚功原理 .....	295
9.3 广义坐标下的虚功原理 .....	301
9.4** 有势力场中质点系统的平衡及其稳定性 .....	308
本章要点和解题指导 .....	314
扩展阅读建议 .....	315
习题 .....	315
<b>第 10 章 质点系动力学：能量方法 .....</b>	<b>322</b>
10.1 动能和动能定理 .....	322
10.2* 拉格朗日方程 .....	334
10.3* 拉格朗日方程的初积分 .....	343
10.4 动力学综合应用 .....	349
本章要点和解题指导 .....	355
扩展阅读建议 .....	356
习题 .....	357
<b>附录：常见几种均质物体的转动惯量和回转半径 .....</b>	<b>363</b>
<b>习题答案 .....</b>	<b>366</b>
<b>索引 .....</b>	<b>380</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>390</b>

# 目 录

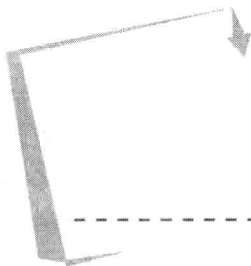


## CONTENTS

<b>Introduction</b> .....	1
0.1 Survey of Course .....	1
0.2 A Short History of Mechanics within the Course .....	2
0.3 Learning Guidance .....	5
<b>Chapter 1 Forces and Constraints</b> .....	7
1.1 Forces, Moments, and Couples .....	7
1.2 Fundamental Types of Constraints .....	18
1.3 Force-analysis and Free-body Diagrams .....	22
Summary and Tips to Problem Solutions .....	25
Suggestions for Expanded Readings .....	25
Exercises .....	25
<b>Chapter 2 Reduction of Force Systems</b> .....	30
2.1 Principle Vector and Principle Moment .....	30
2.2 Reduction of Force Systems .....	33
2.3 Parallel Force Systems and Centers of Gravity .....	37
Summary and Tips to Problem Solutions .....	42
Suggestions for Expanded Reading .....	43
Exercises .....	43
<b>Chapter 3 Equilibrium: Force Approach</b> .....	47
3.1 Equations of Equilibrium and Their Applications .....	47
3.2 Equilibrium Problems with Friction .....	60
3.3 Static Analysis of Planar Trusses .....	68
Summary and Tips to Problem Solutions .....	71
Suggestions for Expanded Readings .....	72

Exercises .....	73
<b>Chapter 4 Introductory Kinematics .....</b>	<b>85</b>
4.1 Motion of a Point .....	86
4.2 Translation of a Rigid Body .....	102
4.3 Rotation of a Rigid Body about a Fixed Axis .....	104
Summary and Tips to Problem Solutions .....	113
Suggestions for Expanded Readings .....	114
Exercises .....	114
<b>Chapter 5 Plane Motion of a Rigid Bodies .....</b>	<b>119</b>
5.1 Description of Plane Motion of a Rigid Bodies .....	119
5.2 Velocities of Points in a Rigid Body Undergoing Plane Motion .....	122
5.3 Accelerations of Points in a Rigid Body Undergoing Plane Motion .....	133
Summary and Tips to Problem Solutions .....	141
Suggestions for Expanded Readings .....	142
Exercises .....	142
<b>Chapter 6 Composite Motion of a Point .....</b>	<b>148</b>
6.1 Absolute Motion, Relative Motion, and Convected Motion .....	148
6.2 Relation between Absolute and Relative Velocities .....	153
6.3 Relation between Absolute and Relative Accelerations .....	159
Summary and Tips to Problem Solutions .....	174
Suggestions for Expanded Readings .....	175
Exercises .....	176
<b>Chapter 7 Dynamics of a Particle .....</b>	<b>182</b>
7.1 Dynamic Model of a Moving Particle .....	182
7.2 Dynamic Analysis of a Moving Particle .....	185
7.3* Linear Vibration of Single-degree-of-Freedom System .....	190
7.4* Dynamics of a Particle Moving in a Noninertial Reference Frame .....	198
Summary and Tips to Problem Solutions .....	204
Suggestions for Expanded Readings .....	205

Exercises .....	205
<b>Chapter 8 Dynamics of Particle Systems: Momentum Approach .....</b>	<b>211</b>
8.1 Theorem of Momentum and Theorem of Moment of Momentum .....	212
8.2 Dynamics of Rigid Bodies .....	240
8.3* Impacts .....	252
8.4 Method of Kineto-statics for Modeling .....	260
Summary and Tips to Problem Solutions .....	273
Suggestions for Expanded Readings .....	276
Exercises .....	276
<b>Chapter 9 Equilibrium: Energy Approach .....</b>	<b>288</b>
9.1 Work of Forces .....	288
9.2 Principle of Virtual Work .....	295
9.3* Principle of Virtual Work in Terms of Generalized Coordinates .....	301
9.4** Equilibriums in a Potential Field and Their Stability .....	308
Summary and Tips to Problem Solutions .....	314
Suggestions for Expanded Readings .....	315
Exercises .....	315
<b>Chapter 10 Dynamics of Particle Systems: Energy Approach .....</b>	<b>322</b>
10.1 Kinetic Energy and Theorem of Kinetic Energy .....	322
10.2* Lagrange's Equations .....	334
10.3* First Integrals of Lagrange's Equations .....	343
10.4 Synthetical Applications of Dynamics .....	349
Summary and Tips to Problem Solutions .....	355
Suggestions for Expanded Readings .....	356
Exercises .....	357
<b>Appendix Homogeneous Body Moments of Inertia and Radius of Gyration .....</b>	<b>363</b>
<b>Key to Exercises .....</b>	<b>366</b>
<b>Index .....</b>	<b>380</b>
<b>References .....</b>	<b>390</b>



# 绪 论

## 0.1 理论力学的内容

力学是描述和预测固体和流体位置和形状随时间变化的科学。位置和形状的变化也被称为机械运动。位置和形状变化是自然界中最普遍的运动形态,包括大至宇宙,小至基本粒子的运动。更复杂的变化形态,如物理、化学乃至生物活动,也包含位置和形状的变化。同时,位置和形状变化也是工程系统中广泛存在的运动形态。对不同类型位置和形状变化的研究产生了不同的力学分支。力学虽然起源于物理学,但它的内容已经远远超过物理学的内容。由于在工程问题中应用的广泛性,力学在工程技术的推动下按自身逻辑演化,成为一门独立的学科。力学属于技术科学的范畴,是许多工程技术的理论基础,又在广泛的应用过程中不断得到发展。不论是历史较长的土木工程、建筑工程、水利工程、机械工程、船舶工程等,还是后起的航空航天工程、核技术工程、生物医学工程等,都越来越多地需要力学的支持,而有些就是在力学理论指导下发展起来的。力学同时也是一门基础科学,阐明具有普遍性的规律。力学的目的是解释和预测自然界和工程系统中的物理现象,并以此作为工程应用的基础。

作为一门力学课程,理论力学涉及力学的最普遍和最基本的概念和理论,是其他各门力学分支的共同基础。同时,理论力学也是相关专业后续课程的基础。为建立与力学有关的各种基本概念和理论,理论力学主要研究质点和质点系的位置随时间的变化。质点是只有质量没有体积的几何点。当所研究对象的运动范围远远超过它本身的几何尺度时,其形状对运动的影响极其微小,可以忽略不计。此时该研究对象可以简化为质点。有限或无限个有某种联系质点构成的系统称为质点系。刚体、变形固体、流体等都可以看作质点系。对于那些在运动中变形极小,或虽有变形但不影响其整体运动的系统,可以完全不考虑其变形而认为系统中各个质点间的距离保持

不变。这种不变形的质点系称为刚体。由多个刚体组成的系统称为刚体系。理论力学的研究对象包括质点、质点系、刚体和刚体系。

理论力学的特点是要求建立运用理论知识对从实际问题,特别是工程问题中抽象出来的各种力学模型进行分析和计算。所谓力学模型就是对自然界和工程技术中复杂的实际研究对象的合理简化。质点和刚体都是基本的力学模型。对实际物体简化为何种力学模型,取决于问题的性质。例如,分析航天器绕地球运行的轨道运动时,由于航天器的尺寸远远小于轨道半径,可以将航天器简化为质点。相应地,研究小卫星编队飞行时,编队飞行的小卫星可以简化为质点系。但在分析航天器绕质心转动的姿态运动时,需要将航天器简化为刚体。对于带有挠性太阳帆板的航天器,刚体模型仍过于简化,不能正确反映问题的实质,需要引入更复杂的模型。

理论力学由三部分内容组成:静力学、运动学和动力学。静力学(statics,其中拉丁词根 status 为站立的意思)主要分析系统平衡时所受力系应满足的条件,也讨论系统受力分析,以及力系简化的方法。运动学(kinematics,其中希腊词根 kinesis 为运动的意思)仅从几何角度分析系统的运动,如位移、速度和加速度等,而不考虑引起运动的物理原因。动力学(dynamics,其中希腊词 dynamis 的本意是力)分析系统的运动与作用于系统的力系之间的关系。静力学中所涉及的静止和平衡是运动的特殊形态。因此,也可以认为静力学是动力学的一种特殊情形。但为了满足工程技术的需要,静力学已经积累了丰富的内容,成为理论力学相对独立的组成部分。

## 0.2 理论力学发展简史

粗略划分,力学的发展经历古代、经典、近代和现代4个阶段。1600年前为古代力学,有个别正确的力学结论并解决当时的工程问题,但还没有现代意义上的力学理论。1600年到1900年的力学为经典力学,其中又可以分为奠基阶段、发展阶段和成熟阶段,各自历时大约100年。在经典力学奠基阶段,形成了力学的基本工作方法,将基本的物理原理表达为定量的数学关系(而不像以往那样只关注因果性解释),再利用数学论证预测新的物理现象。这一方法由伽利略(Galileo Galilei, 1564—1642)开创并为牛顿(Isaac Newton, 1642—1727)所继承和发扬。在经典力学发展阶段做出主要贡献的主要是数学家。在解决力学问题的同时,发展需要的数学方法。这都使得数学和力学密切结合,物理原理比较清晰的力学分支有了基本完善的数学结构。经典力学成熟阶段,在数学结构继续发展完善的同时,工程问题的需求也促进了力学的发展,力学已经不在完全是基础科学,逐步增加技术科学的色彩。1900年后,力学从物理学中分离出来,成为独立的学科,侧重解决工程问题,形成近代力学。1960年后,以计算机在力学中的广泛应用为标志,现代力学诞生。

力学是物理概念、数学方法、计算工具和实验技术以及时常还有工程目标的有机

结合。理论力学课程是全部力学学科的基础,其教学内容主要是在经典力学发展阶段,也涉及少量成熟阶段的成果。古代力学主要有历史方面的意义,是构成文明史、思想史、哲学史、科学史和技术史的重要部分;经典力学奠基阶段的内容通常属于大学物理的力学部分,而成熟阶段结果的系统阐述、近代力学和现代力学,基本都属于本科专业课或研究生课程。

力学的早期发展是作为物理学的主要组成部分。公元前四世纪,中国的墨翟便对力和重心的概念作了初步的解释。古希腊的亚里士多德(Aristotle, 384—322 B. C.)和阿基米德(Archimedes of Syracuse, 287—211 B. C.)分别在公元前四世纪和公元前三世纪总结了杠杆原理和浮力原理。经过人类对力学认识的不断深化的漫长过程,16世纪后期伽利略正确地认识了惯性和加速度概念,提出了运动相对性原理。开普勒(Johann Kepler, 1571—1630)分析了大量天文观测数据而在1609年和1619年提出行星的运动定律。在他们研究成果的基础上,1687年牛顿在《自然哲学的数学原理》一书中提出了描述宏观物体运动的基本定律,即万有引力定律和运动三定律。人们在实践活动中对牛顿力学基本原理的无数次检验证实,对于速度远远小于光速和系统作用量(动量 $\times$ 位移或能量 $\times$ 时间)远大于普朗克(Max Planck, 1858—1947)常数的运动物体,牛顿定律具有高度正确性。18世纪后,随着工业技术的发展,提出大量需要解决的问题,促进了力学的发展。渐渐地,力学成为一门独立学科。

在动力学发展的同时,静力学也在相对独立地发展。静力学的发展始终与实际工程问题相关。1586年,斯梯芬(Simon Stevin, 1548—1620)从“永久运动不可能”出发解决了斜面上重物平衡问题并发现了力合成的平行四边形法则。伐里农(Pierre Varignon, 1654—1722)在他1687年出版的《新力学大纲》首先对力矩的概念和计算方法做出科学的说明,并系统地应用该方法而不是以往所用的杠杆原理解决各种机械问题。他还进行实验研究,证明汇交力合成的平行四边形法则。在该书1725年最后版本中,首先使用了“静力学”一词。力系的简化和平衡的系统理论,即静力学理论体系的建立是潘索(Louis Poinsot, 1777—1859)在1803年出版的《静力学原理》中完成的。首次提出力偶的概念并讨论力偶的合成与分解,提出力系简化和平衡的系统理论,明确定义了约束并提出解除约束原理。

前述静力学的理论体系本质上是以矢量为基本研究工具。静力学问题的研究还可以从能量观点进行,其核心结论是虚功原理。1594年,伽利略在研究斜面上物体平衡时发现“力的节省,损失了相当的距离”,已经有虚功原理的思想。1608年,斯梯芬通过对滑轮和滑块系统的分析发现两侧重量与位移的乘积相等,“得之于力者,失之于速”,为虚功原理的雏形。约翰·伯努利(Johann Bernoulli, 1667—1748)在1717年给伐里农的信中,定义了约束允许的虚速度,定义力在虚速度方向投影与虚速度的乘积为能量,给出平衡条件为正能量与负能量的和为零。这已经非常接近虚功原理的现代表述。1788年拉格朗日(Joseph Louis Lagrange, 1736—1813)首先以滑轮系



统的研究为基础给出该原理的物理证明。1798年傅里叶(Jean Baptiste Joseph Fourier, 1768—1830)给出几何证明,在其中分析了单面的几何约束。1803年潘索采用傅里叶的方法,对若干有实际背景的约束进行了深入的讨论。这些证明及其后人的努力,在证明充分性时都需要在“双面、理想”之外对约束另附加某些条件。能量法应用于平衡问题时,不仅能建立平衡条件,还能判断平衡的稳定性。1788年拉格朗日指出保守平衡稳定的条件是势能取极小值。

就运动学而言,在伽利略提出加速度概念后,1673年惠更斯(Christiaan Huygens, 1629—1695)考虑了点在圆周运动中的加速度。刚体运动学的一般理论是由欧拉(Leonhard Euler, 1707—1783)建立的。他在1765年出版的《刚体运动理论》中,明确了刚体定点有限转动等价于绕过定点的某一轴的转动,刚体的定点运动可以用三个角度描述,还提出刚体运动分解的思路,事实上也应用了运动参考系。1830年,夏莱(Michel Chasles, 1793—1880)证明了刚体一般运动是以刚体上某点为基点的平行移动和相对通过该基点的轴的转动的合成。该结论的平面特例早在四世纪被古罗马的帕普斯(Pappus of Alexandria, 290—350)所知,他证明了平面图形的位移可以分解为平移和转动。1834年,安培(André-Marie Ampère, 1775—1836)提出“运动学”一词,并建议将运动学作为力学的独立部分。1835年,科里奥利(Gustave Gaspard Coriolis, 1792—1843)发现物体在转动参考系中运动时会受到一种不同于离心力的惯性力作用,这种惯性力现在称为科里奥利惯性力或科里奥利效应,相应的加速度称为科里奥利加速度。

动力学的发展也是沿矢量和能量两条路径进行。虽然矢量的概念在后来才正式定义,矢量方法的精神开始于在碰撞问题研究中动量概念的引入。1644年,笛卡儿(René Descartes, 1596—1650)引入了动量概念,虽然他不理解动量的矢量性质。1677年,马略特(Edme Mariotte, 1602—1684)利用前人的碰撞实验证明了动量守恒定律。1687年,牛顿发表的《自然哲学的数学原理》标志着对单自由度质点而言的动力学矢量方法的完成。在18世纪,随着机器生产的迅速发展,要求对构成机械系统的受约束质点系和刚体进行动力学分析。达朗贝尔(Jean le Rond d'Alembert, 1717—1783)在1743年出版的《论动力学》中考虑受约束质点的运动。他认为质点所受的作用力并没有产生相应的运动,有一部分是损失力,损失力被质点所受的约束力平衡,该结论被称为达朗贝尔原理。该原理将约束归结为力的作用而提供了解决受约束质点系动力学问题的一般方法,其科学意义是把约束的分析从静力学扩展到动力学。拉格朗日认为达朗贝尔提出的原理可以把动力学问题转化为静力学问题求解。因此在动力学教材中达朗贝尔原理往往以动静法的形式出现,虽然该原理可能有更广泛的内涵。1758年,欧拉建立刚体的动力学方程,将矢量方法应用于刚体动力学。动力学的矢量方法在一些当代文献中,也被称为牛顿—欧拉法。在计算机符号运算和数值运算能力大为提高的当代,牛顿—欧拉法仍是建立动力学系统数学模