上海大学出版社
2006年上海大学博士学位论文 50

几类偏泛函微分方程与时滞微分系统的动力学行为研究

● 作者：欧阳自根
● 专业：运筹学与控制论
● 导师：周盛凡

上海大学出版社

2006年上海大学博士学位论文 50

几类偏泛函微分方程与时滞微分系统的动力学行为研究

● 作 者： 欧 阳 自 根

● 专 业： 运 筹 学 与 控 制 论

● 导 师： 周 盛 凡

图书在版编目(CIP)数据

2006年上海大学博士学位论文.第1辑/博士学位论文编辑部编.—上海:上海大学出版社,2009.12
ISBN 978-7-81118-511-9

Ⅰ.2… Ⅱ.博… Ⅲ.博士—学位论文—汇编—上海市—2006 Ⅳ.G643.8

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第162521号

2006年上海大学博士学位论文
——第1辑

上海大学出版社出版发行
(上海市上大路99号 邮政编码200444)
(http://www.shangdapress.com 发行热线66135110)
出版人:姚铁军

*

南京展望文化发展有限公司排版
上海华业装潢印刷厂印刷 各地新华书店经销
开本 890×1240 1/32 印张 264.75 字数 7 376千
2009年12月第1版 2009年12月第1次印刷
印数:1—400
ISBN 978-7-81118-511-9/G·513 定价:1000.00元(50册)

Shanghai University Doctoral Dissertation (2006)

The Research of Dynamics Behavior for Several Class of Functional Differential Equations and Delay Differential Systems

Candidate: Ouyang Zigen

Major: Operational Research and Cybernetics

Supervisor: Zhou Shengfan

Shanghai University Press

· Shanghai ·

上 海 大 学

本论文经答辩委员会全体委员审查，确认符合上海大学博士学位论文质量要求.

答辩委员会签名：

主任：朱德明　教授，华东师范大学

委员：袁小平　教授，复旦大学

肖冬梅　教授，上海交通大学

刘曾荣　教授，上海大学

郭兴明　教授，上海大学

评阅人名单：

朱德明　教授，华东师范大学数学系

周　勇　教授，湘潭大学数学系

李永昆　教授，云南大学数学系

答辩委员会对论文的评语

欧阳自根的博士论文“几类偏泛函微分方程与时滞微分系统的动力学行为研究”，选题属于泛函微分方程与时滞微分系统的前沿，是当前国际泛函微分方程与时滞微分系统领域的热门课题。

该学位论文以泛函微分方程的振动性与时滞微分系统的不变集及吸引集作为研究内容和研究重点，其主要创新点有：(1) 证明了几类泛函微分方程的最终正解存在的新的判别条件，这一条件比以往的最终正解存在性条件更容易判别。(2) 研究高阶泛函微分方程的最终正解的存在性及其分类、获得了比已知结果更容易判别的充分条件。(3) 研究在三种边值条件下的抛物型微分方程与具正负系数的高阶偏泛函微分方程的解的振动性，获得了其所有解振动的充分条件。这些结果矫正了有关文献的错误。(4) 获得一类新的积分不等式。(5) 研究几类时滞微分系统的不变集与吸引集，推广了相关文献的结论。

该博士论文选题具有国际前沿性，采用的方法具有创新性，得到了全新的结论；该论文思路清晰，结论正确，语言流畅；对所研究领域的历史和现状有非常清楚的了解；答辩中能正确回答问题。从本论文可以看出，作者已具有坚实的理论基础和专业知识，具有很强的科研工作能力。

答辩委员会表决结果

答辩委员会经过认真审议一致通过欧阳自根同学的博士论文答辩，并认为此篇优秀博士学位论文，建议授予欧阳自根理学博士学位。

答辩委员会主任：朱德明

2006年5月15日

摘要

本文主要考虑几类偏泛函微分方程与时滞微分系统的动力学行为,论文分为三个部分.

第一部分,我们对偏泛函微分方程及时滞微分系统的动力学行为作一个基本概述,同时,对本文所作的研究作一个基本的介绍.

第二部分为几类偏泛函微分方程的解的振动性研究. 首先,我们将讨论一类高阶泛函微分方程的最终正解的存在性,我们获得了一个新的最终正解的存在性条件,这个条件比参考文献中的方法更易判别. 由此我们研究了一类高阶泛函微分方程的比较振动性条件,在正解存在的情况下,我们对其正解进行了分类. 我们通过研究一类抛物型时滞微分方程的解的振动性,进一步讨论了一类具正负系数的抛物型时滞微分方程的解的振动性,这些结果改正了一个参考文献中的错误,并极大地推广了一些参考文献的结论. 利用最终正解的存在条件,我们研究了一类高阶时滞微分系统的解的振动性与强迫振动性,得到了其所有解振动与强迫振动的条件. 最后,我们研究了一类积分不等式,为研究时滞微分方程与积分方程奠定了基础. 同时,我们还对一类时滞微分方程的解的强迫振动性作了一个注记.

第三部分,我们分别研究一类高阶时滞微分系统、一类抛物型时滞微分系统及一类离散的高阶时滞微分系统的解的不变集与吸引子的存在性;我们估计出了其不变集与吸引子的存

在范围. 这些结果极大地推广了有关参考文献中的一些结论.

关键词　泛函微分方程，偏泛函微分方程，时滞微分系统，动力学行为，抛物型，最终正解，振动性，强迫振动性，积分不等式，离散，不变集，吸引子

Abstract

The dynamics behavior for several class of partial functional differential equations and delay differential systems be investigated in this paper. This paper be disparted to three parts.

In the first part, we give a basic summarization for the dynamics behavior for partial functional differential equations and delay differential systems. By the time, the main content of research of this paper be introduced in here.

The oscillation of solutins for several class of functional differential equation be investigated in the second part. This part be arranged as follows: first, we'll consider the existence for the eventually positiove solutions for a class of higher-order functional differential equations, we obain a new condition which the eventually positive solutions existent, this condition is more sample than some references. According to the above, we study the compare oscillation for a class of higher-order functional differential equations. In the case which the eventually positive solution existent, we sort the positive solutions. Through the discussing of the oscillation of the solutions for a class of parabolic delay differential equations, we investigate the oscillation of solutions for a class of parabolic delay differential equations with positive

and negative ceofficient in the farther, some errors in some references be corrected, our results extende some references largely. Using the conditions which the eventually positive solutions existent, we study the oscillation and forced oscillations for a class of higher-order parabolic delay differential system, we'll obtian some conditions that every solution oscillates or oscillates forcedly. A class of integral inequality be investigated in the finally, which be beneficial to the study for some delay differential equations and integral equations. By the time, we have put forward to a note for the forced oscillation for a class of higher-order delay differential system.

In the part 3, the existence for the invariant set and attractor set for a class of higher-order delay differential system、a class of higher-order parabolic delay differential system and a class of dispersed higher-order delay differential system be investigated respectively, we'll estimate the range for the existence of the invariant set and attractor of those differential equations, which extend some references largely.

Key words functional differential equation, partial functional differential equation, dynamics behavior, parabolic eventually positiove solution, oscillation, forced oscillation, integral inequality, dispersed, invariant set, attractor

目 录

第一部分 概述

泛函微分方程是 20 世纪中叶形成，20 世纪末蓬勃发展起来的，它最初的研究对象是对生物种群的研究. I. Gyori 和 G. Ladas[24] 是其中两位杰出的奠基者. 华裔数学家吴键宏[29] 在推动泛函微分方程的研究中作出了积极贡献. 20 世纪 80 年代起，泛函微分方程的研究在国内得到蓬勃开展，形成了许多研究群体，许多成果引起国际上的高度重视[3, 6, 9, 10, 26-28, 34-36, 57, 67, 68, 76, 80]，特别是庾建设[34-36]、张炳根[6, 7]等在泛函微分方程的稳定性方面取得了一系列世界级的丰硕成果，更快地推动了泛函微分方程在国内的研究. 李永昆[81, 82]，王克[41]等利用拓扑度理论进行周期解的研究，并取得了一系列重要的研究成果，从而导致泛函微分方程的研究有了更新的研究手段. 周盛凡教授在非线性波动方程的吸引子及其维数估计方面取得了一系列成果[53, 54, 59]. 徐道义与赵洪勇[14, 15, 23]利用常微分方程的方法研究一阶时滞微分系统的不变集与吸引子，从而使对高阶时滞微分系统的动力学行为研究成为可能. 因此，对泛函微分方程及时滞微分系统中的动力学行为进行研究不仅变得可能，而且具有深远的现实意义.

为方便表述，我们用 R^n 表示 n 维 Euclidean 空间.

本文将就泛函微分方程及时滞微分系统中的动力学行为进行研究. 本文的安排如下：在第二部分，我们就泛函微分方程及偏泛函微分方程的解的振动性进行研究. 在第三部分，我们将研究几类时滞微分系统的动力学行为.

第二部分共分为七章，我们首先考虑如下的泛函微分方程：

$$(a(t)x(t)-b(t)x(t-\tau))^{(n)}+p(t)f(x(t-\sigma))=0 \quad (1.1.1.1)$$

及其相应的微分不等式

$$(a(t)x(t)-b(t)x(t-\tau))^{(n)}+p(t)f(x(t-\sigma))\leqslant 0 \tag{1.1.1.2}$$

其中 n 是正的奇数，$\tau>0$，$\sigma\geqslant 0$，$a(t)$，$b(t)$，$p(t)\in C([0,\infty),R^{+})$ 且对 $t\geqslant 0$ 有 $a(t)>0$，对任意大的 t，$p(s)$ 在 $[t,\infty)$ 上不恒等于 0，f 是定义在 R 上使得当 $x>0$ 时 $f(x)>0$ 的非减实函数.

我们将获得一个新的最终正解存在的比较性条件，这个条件比参考文献[42]的条件更容易判别.

通过上述结论，我们再研究一类更一般的高阶泛函微分方程

$$\Big(r(t)\Big(x(t)-\sum_{i=1}^{m}P_i(t)x(t-\tau_i)\Big)^{(n-1)}\Big)'+ f(t,x(t-\sigma_1),\cdots,x(t-\sigma_l))=0 \tag{1.1.1.3}$$

我们将判别其最终正解的存在的条件，在其最终正解存在的前提下，我们还将其最终正解进行了分类.

一般来说，我们称方程(1.1.1.3)式的一个解 $x(t)$ 是振动的，如果它有任意大的零点. 否则它是不振动的. 如果一个方程的解不振动，则它必定是最终正的或最终负的. 如果方程(1.1.1.3)式的所有解振动，则称方程(1.1.1.3)式是振动的.

在这一部分中，我们会用到几个重要的定理. 为了方便起见，我们引述如下：

定理 1.1.1.1[24](Lebesgue's 控制收敛定理)　设 $\{f_n\}$ 是一个函数序列，且满足：

$$\lim_{n\to\infty}f_n(x)=f(x)$$

在 A 内几乎处处成立，且使得对任意的 $n=1,2,\cdots$，

$$|f_n(x)|\leqslant g(x)$$

在 A 内几乎处处成立，其中 g 在 A 上可积，则