

普通高等教育“十二五”规划教材

现代设计方法

◎ 张大可 主 编

◎ 程 洪 陈世教 副主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”规划教材

现代设计方法

主 编 张大可

副主编 程 洪 陈世教

参 编 赵金斗 梁 伟 陈 宏

主 审 王炳乐



机械工业出版社

本书由绪论及优化设计、动态设计和有限元法三篇组成。绪论简介现代设计方法概念和内容。第1篇优化设计包含优化设计的基本概念和必要的数学基础知识、优化设计数学模型的建立、一维优化方法、多维无约束优化方法和约束优化方法、MATLAB 优化工具箱简介；第2篇动态设计通过对两自由度机械系统到多自由度机械系统振动的分析，介绍了机械系统动态特性分析的基本概念、动态设计理论建模及相应的分析求解方法、机械系统结构动力学修改和再设计方法；第3篇有限元法介绍了有限元法的基本思想、平面三角形单元、等参元、杆系结构有限元法、有限元分析软件组成及其工程应用。上述三篇自成体系、内容完整，各部分均有工程应用实例，便于教学和自学选取。

本书结合当前高等院校工科专业基础课教学要求，选材合理，切合学生实际，注重培养学生的工程应用能力，可作为高等院校工科专业现代设计方法课程的教材，也可供少学时的优化设计、动态设计和有限元法课程选用，同时还可以作为工程技术人员的自学用书。

图书在版编目（CIP）数据

现代设计方法/张大可主编. —北京：机械工业出版社，2014.6

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-46551-5

I. ①现… II. ①张… III. ①设计学—高等学校—教材 IV. ①TB21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 086411 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：刘小慧 责任编辑：刘小慧 李 乐 任正一

版式设计：霍永明 责任校对：肖 琳

封面设计：张 静 责任印制：李 洋

北京瑞德印刷有限公司印刷（三河市胜利装订厂装订）

2014 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·16.5 印张·402 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-46551-5

定价：33.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心：(010)88361066

教材网：<http://www.cmpedu.com>

销售一部：(010)68326294

机工官网：<http://www.cmpbook.com>

销售二部：(010)88379649

机工官博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010)88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

随着计算机技术的发展,设计理论和方法产生了革命性的变化。为了满足当今技术要求日益复杂、难度不断提高的现代工程设计的需要,在传统设计理论和方法的基础上,设计方法学、可靠性设计、优化设计、有限元法、动态设计、人工神经元方法、工程遗传算法、人机工程、并行工程、反求工程设计等新的设计理论和方法相继出现,并日益广泛应用于工程设计。为了适应新形势下对工科学生知识结构、专业基础理论和方法提出的新要求,高等学校必须调整教学内容,将科学技术发展的最新成果介绍给学生,现代设计理论及方法正是在这样背景下发展起来的一门重要的专业基础课。为适应本课程教学需要,我们编写了本书。

本书汇集了全体参编者多年从事本课程教学和工程设计实践的经验,在内容组织上注重突出以下特点:

1. 强调少而精的原则。当前教学改革的趋势是专业课程学时大为削减,而现代设计方法的内容又极其丰富,覆盖众多学科门类,由于学时限制,不可能介绍现代设计方法的全部内容。根据高等学校工科专业课程教学目的,本书选择了现代工程设计中运用最为普遍的优化设计、动态设计和有限元法作为教学内容。其目的是用较少的学时将学生引入现代设计方法的大门,使学生初步具备这些理论基础和运用这些方法的能力。

2. 结合专业特点,力求体现先进性,选材注重反映现代设计理论及方法在工程领域内的应用和发展。

3. 根据学生基础,因材施教。本书注重基本概念、基本理论、基本方法的讲解,尽可能避免繁杂的数学公式的推导,强调方法的实用性,注重培养学生掌握和应用现代设计理论及方法的能力。

本书第1篇由程洪负责,第2篇由陈世教负责,第3篇由张大可负责,集体讨论定稿。其中,第1章由陈宏编写;第2~5章由程洪编写;第6~9章由陈世教编写;绪论和第10~12章由张大可编写;第13章由梁伟编写;第14章由赵金斗编写;研究生王冲、龚娇绘制本书全部插图。张大可负责全书组织工作和统稿。

重庆大学王炳乐教授审阅全书并提出宝贵意见,在此表示衷心感谢。

由于现代设计方法的内容和体系较新,限于编者水平,本书难免存在不足之处,诚挚希望广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言

绪论	1
----------	---

第 1 篇 优化设计

第 1 章 优化设计概述	6
--------------------	---

1.1 设计变量	6
1.2 目标函数	8
1.3 约束条件	9
1.4 优化设计的数学模型	11
1.5 优化设计的数值计算方法——迭 代法及其收敛性	13
习题	16

第 2 章 优化设计的数学基础	17
-----------------------	----

2.1 目标函数的泰勒表达式	17
2.2 函数的方向导数和梯度	18
2.3 无约束优化问题的极值条件	21
2.4 约束优化问题的极值条件	22
习题	26

第 3 章 一维优化方法	27
--------------------	----

3.1 函数的单峰区间及其确定	27
3.2 一维搜索的基本思想及区间消去法 原理	29
3.3 黄金分割法	31
3.4 二次插值法	33
习题	36

第 4 章 无约束优化方法	37
---------------------	----

4.1 简述	37
4.2 坐标轮换法	37
4.3 单纯形法	40
4.4 梯度法（最速下降法）	43
4.5 牛顿法	48
4.6 DFP 变尺度法	52
习题	57

第 5 章 约束优化方法	58
--------------------	----

5.1 约束坐标轮换法	58
5.2 随机方向法	59

5.3 惩罚函数法	61
-----------------	----

5.4 工程优化设计实例——平面连杆机构的 优化设计	67
-------------------------------------	----

5.5 MATLAB7.0 优化工具箱简介	70
-----------------------------	----

习题	73
----------	----

第 2 篇 动态设计

第 6 章 两自由度系统的振动	76
-----------------------	----

6.1 两自由度系统的自由振动	76
6.2 两自由度系统的受迫振动	82
习题	86

第 7 章 多自由度系统的振动	87
-----------------------	----

7.1 多自由度系统运动方程的建立	87
7.2 多自由度系统的固有频率 和主振型	97
7.3 多自由度系统运动方程的模式 分析法	103
习题	122

第 8 章 传递矩阵建模法	124
---------------------	-----

8.1 链状弹簧-质量系统的振动	124
8.2 具有多个集中质量的梁的横向 振动	127
习题	132

第 9 章 机械系统动力修改和动态优化 设计	133
---------------------------------	-----

9.1 系统动态性能优化原理	133
9.2 应用实例	140

第 3 篇 有限元法

第 10 章 有限元法绪论	150
---------------------	-----

10.1 简例	150
10.2 有限元法的基本思想	153
10.3 有限元法的发展、特点及其工程 应用	156
习题	159

第 11 章 平面问题的有限元法	160
------------------------	-----

11.1 平面问题的基本概念	160	13.2 平面杆单元	222
11.2 平面三角形单元	167	13.3 平面梁单元	228
11.3 例题	192	习题	238
11.4 六节点三角形单元分析	199	第 14 章 有限元程序及工程应用	
习题	203	实例	241
第 12 章 等参元	207	14.1 有限元程序的基本组成	241
12.1 等参数单元的引入	207	14.2 ANSYS 简介	243
12.2 平面四结点等参数单元	208	14.3 工程应用实例——某轻型货车车架	
12.3 平面八结点等参数单元简介	214	静力学分析	250
习题	218	参考文献	257
第 13 章 杆系结构有限元法	219		
13.1 一维杆单元	219		

绪 论

1. 设计的概念

广义地,设计是指通过认识和利用自然法则来弥补人类自身条件不足的创造性、能动性的活动。设计是人类征服自然、改造自然的基本活动之一,机械设计、建筑设计、服装设计等都有着悠久的历史。设计创造出了人类历史丰富、伟大的物质文明。狭义地,设计是指将客观需求转化为满足该需求的技术系统的智力活动。例如机械产品的设计,它从给定的合理目标参数出发,通过各种方法和手段创造出一个满足所需求目标的优化机械系统。设计不仅要求设计出的产品能达到规定的性能指标,实现技术、经济 and 艺术的统一;还需要考虑现有的生产条件的许可,符合国家相关政策的要求。例如汽车的设计,不仅要考虑满足交通运输的目标,还必须考虑使用者的安全、舒适、操作方便,以及市场销售、燃料供应、车辆停放、道路发展等问题,即涉及国家产业政策、能源政策、城市规划、交通规划等方面问题。

2. 传统设计与现代设计

设计活动伴随着人类的历史。远古人类为了满足砍砸的需要,将石块打磨成尖刃,这就是石斧的设计。我国东汉时张衡发明的地动仪,三国时诸葛亮设计的木牛流马,隋朝李春建造的赵州桥都是设计史上科学技术与艺术高度结合的杰作。早期的设计大多是由经验丰富的艺人工匠进行的,多数设计只存在于设计者的大脑中。这种设计大多比较简单,设计者和制造者为同一人。随着生产的发展和人们生活水平的提高,人们需要更多、更好、更复杂的产品。这种需求促成了图样的出现,使得产品可以按照图样来制造。这不但使得前人的经验和知识通过图样被记录和流传下来,还使得设计和制造可以分离,出现了专门从事设计工作的设计人员。设计工作的专职化使得设计者潜心于对产品的分析和改进,推动设计工作获得前所未有的发展,设计水平获得极大提高。

一方面,设计的思想和方法影响着人类的生产和生活,推动社会前进;另一方面设计又受到社会生产力发展的反作用而不断变化和更新。纵观设计的发展历史,经历了直觉设计、经验设计、中间试验辅助设计和现代设计四个阶段。为反映设计思想和方法随社会生产力发展的变化,人们通常将前三个阶段合起来称为传统设计,从而将设计方法也划分为“传统设计方法”和“现代设计方法”。

传统设计方法主要指在计算机出现以前,设计者凭直觉和经验,借助一些推导出的简单公式和经验公式进行计算,做小规模且粗糙的实验,对类似的产品和设计进行类比等的设计方法。其特点是:人工试凑、经验类比、以静态为假设条件、设计者和制造者分离。因此,传统设计是一种半理论、半实验的设计方法,主观随意性很大,很难获得客观存在的最优方案。但传统设计方法在长期实践中积累了大量成熟和宝贵的经验,为现代设计的发展打下了坚实的基础。

现代设计方法是指计算机技术得到广泛应用后,从20世纪60年代以来在设计领域出现的设计理论和方法。人们一般常涉及的现代设计方法如表0-1所示。

表 0-1 现代设计理论及方法

设计方法学	优化设计	可靠性设计	有限元法	动态设计	计算机辅助设计	人工神经元算法	遗传算法	智能工程	价值工程	工业造型设计	人机工程	并行设计	模块化设计	相似性设计	摩擦学设计	三次设计	反求工程
-------	------	-------	------	------	---------	---------	------	------	------	--------	------	------	-------	-------	-------	------	------

现代设计方法有以下特点：

- 1) 设计手段更新，“无纸化设计”作为现代设计的主流极大地提高了设计效率，降低了设计成本。
- 2) 产品的表示从基于投影原理的二维平面图样转变到三维实体模型。这种表示不仅包括了反映产品形状和尺寸的几何信息，还包括了分析、加工、材料、特性等数据，从而模型可以直接用于分析和制造。
- 3) 以有限元法、优化设计、动态设计、可靠性设计等为代表的分析手段使得设计分析实现了从静态分析向动态分析转变，从定性分析向定量分析转变、从零部件计算向整机计算转变、从手工设计计算向自动化设计计算转变。
- 4) 并行设计、虚拟设计、反求设计、网络设计、计算机仿真、遗传算法、以神经网络与模糊方法为代表的智能设计等新的设计理论和设计方法不断出现和发展。
- 5) 设计方式从传统的串行方式发展到并行方式。新产品开发不再是“设计—试制—修改设计—生产准备—正式投产”的模式。而是利用并行设计组的形式，发挥集体的力量，集成地、并行地设计产品及其相关各过程（包括制造、后勤等），对产品的制造过程和产品性能进行计算机动态仿真，生成软样品或快速出样，进行分析评议，改进设计，取得最优成果，一次成功。
- 6) 实现了 CAD、CAM、CAPP、CAE 的一体化。
- 7) 网络技术、数据库技术的发展实现了设计的远程化、网络化。

显然，“传统设计”和“现代设计”只是相对的概念。人们若把当前视为先进的那部分设计方法理解为现代设计，那么其余的设计方法自然就是传统设计了。随着社会的发展，目前现代的部分可能被新的发展了的设计方法所取代而成为传统的设计方法。还应该指出，即使是现在定义为“现代设计”范畴的理论和方法，许多也不是全新的。例如优化设计、动态设计等方法，其理论早已发展多年，只是由于计算手段的不足而在过去常常无法实现罢了。但有限元法、并行设计、虚拟设计、反求设计、网络设计、计算机仿真、遗传算法、神经网络算法、模糊理论及智能设计等则是全新的理论和方法。

3. 本教材的主要内容

现代设计理论及方法的范畴是极为广泛的，其中每一部分都是内容丰富的一门学科。在有限的教学时间里是无法完成其全部内容的学习的。为体现现代设计理论及方法的丰富内涵，许多教材采用了较全面覆盖现代设计理论及方法各学科的体系。这种体系的好处是能使使学生较全面地了解现代设计方法的丰富内容及其在设计领域的广泛应用，不足之处是学生很难掌握其中任何一种方法，更谈不上方法的实际应用。本教材选择机械产品设计中应用最为广泛和成熟的优化设计、动态设计和有限元法三部分内容。这种安排的目的是要让学生切实

掌握两三种现代设计方法,并能初步应用于工程实际,进而实现现代设计方法的入门。

优化设计是借助于最优化理论和算法在计算机上寻求问题的最优设计方案,是在现代计算机广泛应用的基础上发展起来的一项新技术。优化设计首先要建立所求解的实际问题的数学模型,选择一种合适的最优化算法,通过编程,上机计算,获得求解问题的一组最优化设计参数,即工程实际的最优解。教材较详细地介绍设计变量、目标函数、约束条件、数学模型等基本概念和所需的数学基础知识;着重介绍了一维优化方法、常用的多维无约束优化方法以及约束优化转化为无约束优化求解的原理;多维优化算法则集中介绍无约束优化和约束优化方法。

当前,机械产品和设备日益朝着高速、高效、精密及自动化的方向发展,结构日趋复杂,越来越要求产品或设备的结构系统具有良好的静态和动态特性。传统的设计方法很难综合考虑各方面的约束条件,很好地满足机械设备动态特性要求。机械动态特性是指机械本身的固有频率、振型和阻尼特性,以及机械在动载荷作用下的响应。动态设计是按照机械动态特性的要求对机械产品或构图(图形)进行动力学建模,并作动特性分析;根据对其动特性的要求或预定的动态设计目标,进行结构修改,再设计和结构重分析,直到满足结构动特性的设计要求。教材从经典的两自由度系统出发,介绍机械振动系统模型的简化、振动微分方程的建立和求解的一般方法,以及系统响应表现出来的振动特性等,接下来将求解理论及方法推广至一般多自由度系统;教材介绍了传统的传递矩阵方法;最后结合实例就机械系统结构动力修改和再设计作了简要介绍。

传统设计方法中的结构计算分析依赖于经典力学,为使问题得以求解,必须建立简化的力学、数学模型。其简化程度不取决于工程需要而取决于已有的数学工具能否求解。这不但使得许多工程实际问题的求解与实际产生较大差距,也使得许多复杂的工程问题无法求解。以有限元法为代表的 CAE 技术的发展,为解决工程问题的计算分析提供了强有力的工具,理论上能计算分析任何复杂的工程计算问题。教材从两个简单实例出发,介绍有限元法的基本思想;以平面三角形单元为例,较详细地介绍有限元法平面问题的单元划分、单元刚度矩阵的建立、总体刚度矩阵的组集和求解等的基本理论和方法;接下来简要介绍等参元的概念和杆系结构有限元法;最后简要介绍了有限元程序的基本组成和大型通用有限元软件 ANSYS。

4. 学习现代设计方法的目的和意义

作为机械工程专业学生,学习现代设计方法的目的是:

- 1) 认识现代设计方法在机械产品设计中的作用和地位。
- 2) 在掌握传统设计方法的基础上,掌握现代设计理论及方法,并能初步运用于产品设计,为将来从事产品设计奠定良好基础。
- 3) 在促进和加快传统设计向现代设计转变进程中积极发挥作用。

设计是产品生产的关键一步,它不仅决定了产品的制造过程和产品的性能与质量,同时也对产品的市场竞争有着直接的影响。把好产品的设计关,不仅可以降低制造成本,保证产品的使用性能、增强产品的市场竞争力;优良的产品设计还可以降低使用成本、降低能耗、减少对环境的破坏,有利于人类的可持续发展。

作为机械工程的高级专门人才,无论从事何种工作,职业生涯的全部都将涉及产品的设计与创新。当前,世界科学技术和经济迅猛发展,尤其是计算机技术的发展和广泛应用,使

得人们的设计思想和方法有了飞跃的变化,设计手段有了革命性的提高。另一方面,世界经济的一体化使得产品的市场竞争从国内发展到国际。先进的设计理论和方法是提高设计质量,更快更好地完成产品设计的关键。这就要求工程技术人员不仅要学习传统设计理论和方法,还必须加强自身的创新能力和设计素质的培养,熟练地掌握现代设计理论及方法。这样才能不断地设计出满足社会需求的具有竞争力的产品,增强企业乃至国家在全球化进程中的竞争力。作为不直接从事设计工作的管理人员,也需要了解现代设计方法的原理及使用,才能对产品的开发进行合理的宏观决策,对设计进程和设计人员进行合理的指导和管理。

5. 如何学习现代设计理论及方法课程

作为机械工程专业学生,学习现代设计理论及方法,最主要的任务是掌握其原理、方法、求解问题的思路和步骤,认识其在求解工程问题中发挥的作用,同时也应了解其局限性,最终目的是要运用现代设计方法解决工程实际问题。现代设计方法大多数是以计算机技术为基础,需要各种计算机软件的支持,求解问题也是在计算机上进行,课程的实践性很强。因此,学习中没有必要对大量的公式及其推导死记硬背,要明确最主要的任务是掌握其原理、方法、求解问题的思路和步骤;要结合编程和使用通用软件上机计算,通过上机解题体会现代设计方法与传统设计方法在求解问题上的异同,学会运用现代设计方法求解工程实际问题。

第1篇

优 化 设 计

第 1 章 优化设计概述

优化设计 (optimal design) 是在现代计算机广泛应用的基础上发展起来的一项新技术, 是根据最优化原理和方法综合各方面的因素, 以人机配合方式或“自动探索”方式, 在计算机上进行的半自动或自动设计, 以便选出在现有工程条件下的最佳设计方案的一种现代设计方法。其设计原则是最优设计; 设计手段是电子计算机及计算程序; 设计方法是采用最优化数学方法。

20 世纪 50 年代以前, 用于求解优化问题的数学方法仅限于古典的微分法和变分法。20 世纪 50 年代末数学规划方法被首次用于结构优化, 并成为优化设计中求优方法的理论基础。而数学规划方法是在第二次世界大战期间发展起来的应用数学的一个新分支, 线性规划与非线性规划是其主要内容。此外, 还有动态规划、几何规划和随机规划等。在数学规划方法的基础上发展起来的优化设计, 是 20 世纪 60 年代初电子计算机引入结构设计领域后逐步形成的一种新的有效的设计方法。利用这种方法不仅可使设计周期大大缩短, 计算精度显著提高, 而且可以解决传统设计方法所不能解决的比较复杂的优化设计问题。大型电子计算机的出现, 使优化方法及其理论得到蓬勃发展, 成为应用数学中的一个重要分支, 并在许多科学技术和工程领域中得到应用。这些年来, 优化设计方法已陆续应用到机械结构、建筑结构、机床、汽车、造船、航天航空、冶金、铁路、化工、自动控制系统、电机、电器以及电力系统工程设计领域, 并取得了显著效果。

优化设计就是寻求设计参数的最优值, 而设计上的“最优值”是指在一定条件 (各种设计因素) 影响下所能得到的最佳设计值, 在很多情况下可以用最大值或最小值来表示。

优化设计工作主要包括以下两部分内容:

1) 建立数学模型。即将物理问题转化为数学问题, 建立数学模型时需选取设计变量, 列出目标函数, 给出约束条件。

2) 求解数学模型。可归结为在给定的条件下求目标函数的极值或最优值问题。

机械优化设计, 就是在给定的载荷或环境条件下, 在对机械产品的性能、几何尺寸关系或其他因素的限制 (约束) 范围内, 选取设计变量, 建立目标函数并使其获得最优值的一种设计方法。设计变量、目标函数和约束条件这三者被称为优化设计数学模型的三要素。

要建立能够反映客观工程实际的、完善的数学模型并不是一件容易的事。另外, 如果所建立的数学模型的数学表达式过于复杂, 涉及的因素过多, 在计算上也会出现困难。因此, 要抓住主要矛盾, 尽量使问题合理简化, 这样不仅可节省时间, 有时也会改善优化结果。

优化设计相对于常规设计来说, 是一种革新, 需要引入一些新的概念和术语, 如设计变量、目标函数、约束条件等, 下面就对它们进行介绍。

1.1 设计变量

在优化设计过程中其取值大小需要调整、修改并最终确定的参数, 称为设计变量。在机

械产品和工程设计中,一个零部件或一台机器的设计方案,常用一组基本参数来表示。这些参数可分为两类:一类是根据具体设计要求事先给定,并在设计过程中保持不变的参数,称为设计常量;另一类是在设计过程中须经不断调整、修改并最终确定其最优值的参数,称为设计变量。优化设计的任务,就是确定设计变量的最优值以获得最优设计方案。

一般而言,对于不同的设计对象,选取的设计变量也不同。它可以是几何参数:如零件的外形尺寸、截面尺寸、某点的集合坐标值等;也可以是某些物理量:如零部件的重量、体积、惯性矩、力与力矩等;还可以是代表工作性能的导出量:如应力、变形、效率、振动频率和幅值等。总之,设计变量必须是对设计性能指标优劣有影响的参数。

设计变量的全体应该是一组相互独立的基本参数,一般用向量 $\mathbf{X}$ 加以表示。设计向量的每一个分量都是相互独立即线性无关的。以 n 个设计变量为坐标轴所构成的实数空间称为设计空间,它是 n 维实空间,用 $\mathbf{R}^n$ 表示,如果其中任意两个向量又有内积运算,则称为 n 维欧氏空间,用 E^n 表示。当 $n=2$ 时, $\mathbf{X} = (x_1, x_2)^T$ 是二维设计向量;当 $n=3$ 时, $\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3)^T$ 为三维设计向量,设计变量 x_1, x_2, x_3 组成一个三维空间;当 $n>3$ 时,设计空间是一个想象中的超越空间。其二维和三维设计空间如图 1-1 所示。

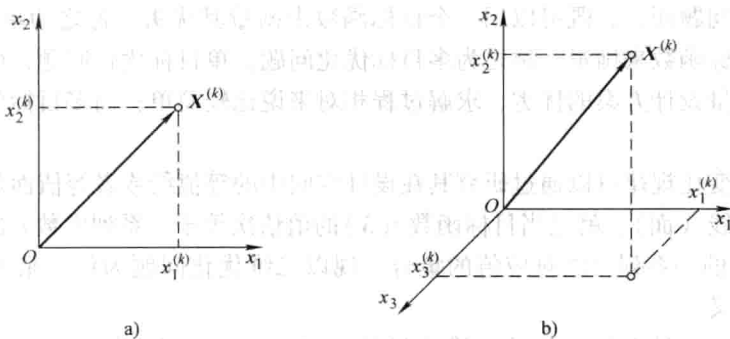


图 1-1 设计空间

a) 二维设计空间 b) 三维设计空间

设计空间是所有设计方案的集合,用符号 $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^n$ 表示。任何一个设计方案,都可以看作是从设计空间原点出发的一个设计向量 $\mathbf{X}^{(k)}$,该向量终点的坐标值就是这一组设计变量 $\mathbf{X}^{(k)} = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})^T$ 的各个分量。因此,一组设计变量表示一个设计方案,该组设计变量对应的设计向量 $\mathbf{X}^{(k)}$ 的终点也称设计点。而设计点的集合即构成了设计空间。

根据设计变量的多少,一般将优化设计问题分为三种类型:设计变量数目 $n < 10$ 的称为小型优化问题; $n = 10 \sim 50$ 的称为中型优化问题; $n > 50$ 的称为大型优化问题。

在机械和工程优化设计中,根据设计的性质,设计变量常有连续量和离散量之分。大多数情况下,设计变量是连续变化的,称为连续设计变量。但在一些情况下,有些设计变量是离散的,则称为离散设计变量,如齿轮的齿数、模数、钢管的直径、钢板的厚度、螺栓的个数等。对于离散设计变量,在优化设计过程中常是先把它视为连续量,在求得连续量的优化结果后再进行圆整或标准化,但有时此种方法不能得出正确结果,需要利用其他方法求解。

1.2 目标函数

目标函数又称评价函数,是用来评价设计方案好坏的标准。任何一项机械设计方案的好坏,总可以用一些设计指标来衡量,而这些设计指标可以用设计变量的函数的取值大小加以表征,该函数就称为优化设计的目标函数。 n 维设计变量优化问题的目标函数记为 $f(\mathbf{X}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 它代表设计中某项最重要的特征,如机械零件设计中的尺寸、重量、承载能力、效率、可靠性,机械设计中的运动误差、动态特性,产品设计中的成本、寿命、能耗等。

目标函数是一个标量函数。目标函数取值的大小,是衡量设计质量优劣的指标。优化设计就是要寻求一个最优设计方案,即最优设计点 $\mathbf{X}^*$, 从而使目标函数达到最优值 $f(\mathbf{X}^*)$ 。优化设计中一般取最优值为目标函数的最小值,而最大值问题可以转化为最小值问题。

确定目标函数,是优化设计中最重要决策之一。它不仅直接影响优化方案的质量,而且还影响优化过程。目标函数可以根据工程问题的要求从不同角度来建立,例如:几何尺寸、重量、成本、位移、运动轨迹、应力、功率、动力特性等。

就一个优化问题而言,既可以用一个目标函数来衡量其优劣,称之为单目标优化问题;也可以用多个目标函数来衡量,称之为多目标优化问题。单目标优化问题,由于只有一个评价函数,容易衡量设计方案的优劣,求解过程相对来说比较简单;而多目标优化问题求解起来比较复杂。

目标函数的变化规律可以通过研究其在设计空间中的等值线或者等值面加以实现。所谓目标函数的等值线(面),就是当目标函数 $f(\mathbf{X})$ 的值依次等于一系列常数 $c_i (i=1, 2, \dots)$ 时,设计变量 $\mathbf{X}$ 取得的一系列与之对应值的集合。现以二维优化问题为例,来说明目标函数的等值线的几何意义。

如图 1-2 所示,具有极小值的二维变量目标函数 $f(x_1, x_2)$ 的图形可以在三维空间中加以描述。令目标函数 $f(x_1, x_2)$ 的值分别等于 $c_1, c_2, \dots$, 则与这些目标函数值 $c_1, c_2, \dots$ 分别对应的设计点的集合在 $x_1 O x_2$ 坐标平面内形成一族曲线,每一条曲线上的各点都具有相等的目标函数值。所以这些曲线称为目标函数的等值线。由图可见,等值线族的分布反映了目标函数取值的变化规律,等值线位置越向里面,目标函数值越小;反之,目标函数值越大。对于有中心的曲线族来说,等值线族的共同中心就是目标函数的无约束极小点 $\mathbf{X}^*$ 。所以,从几何意义上讲,求目标函数无约束极小点也就是求其等值线族的共同中心点。

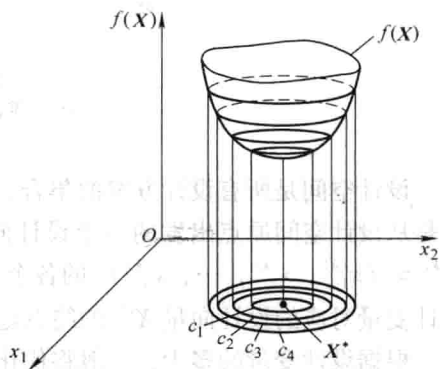


图 1-2 二维目标函数等值线

关于二维目标函数等值线分布的讨论,可以推广到多维问题的分析中去。对于三维问题在设计空间中是研究等值面问题;对于高于三维的问题在设计空间中目标函数的等值面则为超越等值面。

1.3 约束条件

如前所述,目标函数的计算值取决于设计变量的取值,而在很多实际问题中设计变量的取值范围是有限制的或必须满足一定的条件。在优化设计中,这种对设计变量取值的限制条件,称为约束条件,简称约束。约束条件的形式,可能是对某个或某组设计变量的直接限制(例如,如果应力 σ 为设计变量,则应力值 σ 应不大于其许用值 $[\sigma]$,构成直接限制),这时的约束称为显式约束;也可能是对某个或某组设计变量的间接限制(例如,若结构应力又是某些设计变量如力和截面积的函数时,则这些设计变量间接地受到许用应力的限制),这时的约束称为隐式约束。

约束条件常用数学等式或不等式来表示。

等式约束对设计变量的约束比较严格,起着降低设计自由度的作用。等式约束既可能是显式约束,也可能是隐式约束,其形式为

$$h_v(\mathbf{X}) = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, p)$$

在机械优化设计中不等式约束更为常见,不等式约束的形式为

$$g_u(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m)$$

或

$$g_u(\mathbf{X}) \geq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m)$$

式中, $\mathbf{X}$ 为设计变量; p 为等式约束的数目; m 为不等式约束的数目。

在上述数学表达式中, $h_v(\mathbf{X}) = 0$, $g_u(\mathbf{X}) \leq 0$ (或 $q_u(\mathbf{X}) \geq 0$) 为设计变量的约束方程,它们规定了设计变量的允许取值范围。优化设计,即是在设计变量允许范围内,找出一组最优参数 $\mathbf{X}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$,从而使目标函数 $f(\mathbf{X})$ 达到最优值 $f(\mathbf{X}^*)$ 。

从理论上讲,一个等式约束就能在优化过程中消去一个设计变量,或降低一个设计自由度(或问题维数)。但消去过程在数学上有时会十分复杂或难以实现,故并不能经常采用这种方法。另外,等式约束的个数必定小于设计变量的个数。不等式约束的概念对结构的优化设计特别重要。例如,在仅有应力限制的问题中,若只规定等式约束,则所有的方法都将得到满应力设计,而这未必就是最小重量设计。因此,要得到最优点就必须允许设计中的所有应力约束并不是以等式形式出现,而是采用不等式约束。

另一种约束分类法是将设计约束分为边界约束和性能约束。

边界约束又称为侧面约束,用以限制某个设计变量(结构参数)的变化范围,或规定某组变量间的相对关系。例如,要求构件的长度 l_i (设计变量为 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_k)^T = (l_1, l_2, \dots, l_k)^T$) 满足给定的最大、最小尺寸 $l_{i\max}$, $l_{i\min}$, 于是其边界约束为

$$\begin{cases} g_1(\mathbf{X}) = l_{i\min} - l_i \leq 0 \\ g_2(\mathbf{X}) = l_i - l_{i\max} \leq 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

边界约束属于显式约束。

性能约束又称为性能约束,它是在机械优化设计中由结构的某种性能或设计要求推导出来的一种约束条件,是根据对机械的某项性能要求而构成的设计变量的函数方程,例如在曲

柄连杆机构设计中要求的曲柄存在条件,也可以对应力与位移、振动频率或者幅值、磨损程度、屈服强度等因素加以限制。性态约束通常是隐式约束,当然也有显式约束的情况。

在设计空间中每一个约束条件都是以几何面或者线的形式出现的,并称为约束面(或约束线),在二维设计空间中则为线,如图1-3a所示;在三维设计空间中为面,如图1-3b、c所示;在高于三维的设计空间中为超越曲面。该面(或线)是等式约束方程或是不等式约束的极限情况(即等式部分 $g_u(\mathbf{X})=0$)的几何图像。当设计变量是连续的,则约束面(或约束线)通常也是连续的。图1-3b表示三维设计空间中的一个约束面;图1-3c表示三维设计空间中由许多约束条件构成的组约束面。

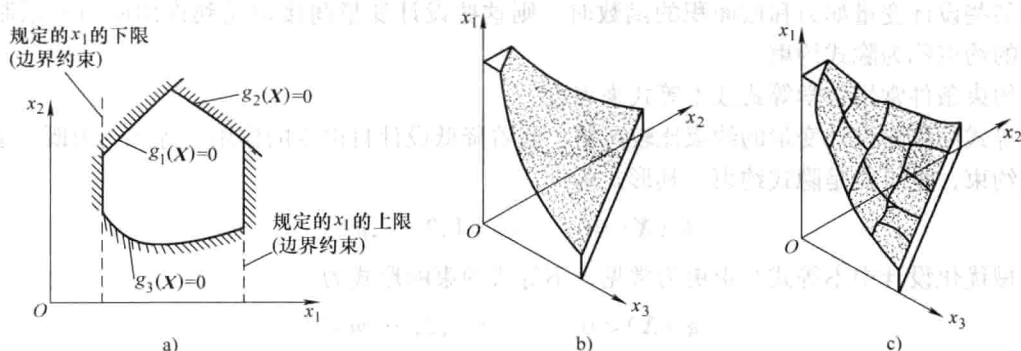


图1-3 设计空间中的约束面(或约束线)

a) 二维设计空间的约束线 b) 三维设计空间的约束面 c) 组约束面

对于等式约束而言,设计变量 $\mathbf{X}$ 所代表的设计点必须在相应等式所表示的面(或线)上,这种约束又称为起作用约束或紧约束。

对于不等式约束而言,其极限情况 $g_u(\mathbf{X})=0$ 所表示的几何面(或线)将设计空间分为两部分:一部分中的所有点均满足约束条件,这一部分空间称为设计点的可行域,并以 D 表示,可行域中的点是设计变量可以选取的,称为可行设计点或简称可行点。另一部分中的所有点均不满足约束条件,如果将设计点选取在这个区域则违背了约束条件,它是设计的非可行域,该域中的点称为非可行点。如果最优点在可行域之内(不含约束边界),则其所有的约束条件其实都未起作用。如果设计点落到某约束边界面(或边界线)上,则称边界点,边界点是允许的极限设计方案。例如:在图1-4中画出了满足两项约束条件 $g_1(\mathbf{X})=x_1^2+x_2^2-16\leq 0$ 和 $g_2(\mathbf{X})=2-x_2\leq 0$ 的二维设计问题的可行域 D ,它位于 $x_2=2$ 的上方和圆 $x_1^2+x_2^2=16$ 的圆弧 ABC 下方并包括线段 AC 和圆弧 ABC 在内。

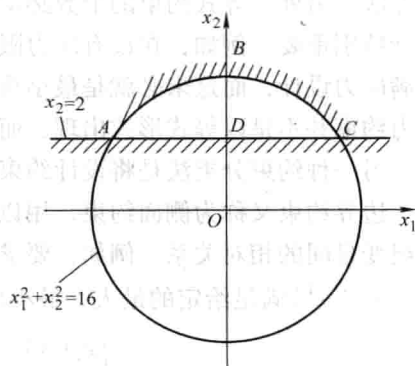


图1-4 约束条件规定的可行域

在二维设计空间中,不等式约束的可行域是各约束线所围的平面,如果为三维以上的设计问题,则可行域为各约束面所包围的空间。优化设计的过程,即为在可行域内寻找最优点(或最优设计方案)。

1.4 优化设计的数学模型

根据优化设计任务,选取设计变量、列出目标函数并给定约束条件,便构成了优化设计的数学模型。如前所述,任何一个优化问题均可归结为如下的描述,即:在满足给定的约束条件(决定在 n 维空间 $\mathbf{R}^n$ 中的可行域 D)下,选取设计变量 $\mathbf{X}$ 的值,使其目标函数 $f(\mathbf{X})$ 达到最优值。其数学表达式(数学模型)为设计变量

$$\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T, \mathbf{X} \in D \subset \mathbf{R}^n$$

在满足约束

$$\begin{aligned} h_v(\mathbf{X}) &= 0 \quad (v = 1, 2, \dots, p) \\ g_u(\mathbf{X}) &\leq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

的条件下,求目标函数 $f(\mathbf{X})$ 的最优值。

1.4.1 数学模型的标准形式

目标函数的最优值一般可用最小值(或最大值)的形式来体现,优化设计的数学模型可简化表示为如下标准形式:

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{X}), \mathbf{X} \in D \subset \mathbf{R}^n \\ \text{s. t. } h_v(\mathbf{X}) = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, p) \\ g_u(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m) \end{cases} \quad (1-1)$$

式中, s. t. 为 subject to 的缩写。

在结构设计中常以减小质量为目标,优化设计的目标函数为质量,则问题就成为求目标函数的最小值,如式(1-1)所示。若优化问题为求目标函数在可行域中的最大值时,则可看成是求 $[-f(\mathbf{X})]$ 的最小值,因为 $\min[-f(\mathbf{X})]$ 与 $\max f(\mathbf{X})$ 是等价的。

在优化设计的数学模型中,如果 $f(\mathbf{X})$ 、 $h_v(\mathbf{X})$ 和 $g_u(\mathbf{X})$ 都是设计变量 $\mathbf{X}$ 的线性函数,则这种优化问题属于数学规划中的线性规划问题;如果它们不全是 $\mathbf{X}$ 的线性函数,则这种优化问题属于非线性规划问题。如果设计变量只能取整数,则称为整数规划;当式(1-1)中的 $p=0$ 、 $m=0$ 时,称为无约束优化问题;否则,称为约束优化问题。机械优化设计问题多属于约束非线性规划问题。

建立数学模型是优化设计过程中最重要的一步,它直接影响优化效果。对于比较复杂的问题,建立数学模型往往会遇到很多困难,有时甚至比求解更为复杂。要抓住关键因素,适当忽略不重要的成分,使问题合理简化,以便于建立数学模型。有时,对于同一个优化问题,可建立不同形式的数学模型,若对某一形式的数学模型不能求得最优解,则有必要改变其数学模型的形式。

现举例说明建立数学模型的过程:

例 欲用薄钢板制造一个容积为 5m^3 的汽车货箱(无上盖),由于运输的货物要求其长度不小于 4m 。为了使耗费的钢板最少并减轻质量,问应如何选取货箱的长 x_1 、宽 x_2 和高 x_3 ?

解 显然,钢板的耗费量与货箱的表面积成正比,由于货箱不带上盖,则目标函数为

$$f(\mathbf{X}) = f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 2(x_2 x_3 + x_1 x_3)$$