



Actuarial
Science

21世纪保险精算系列教材
精算师考试用书

中国人民大学风险管理与精算中心主编

Actuarial Mathematics
in Life Insurance

寿险精算学

(第二版)

王 燕 编著

 中国人民大学出版社



Actuarial
Science

21世纪保险精算系列教材
精算师考试用书

中国人民大学风险管理与精算中心主编

Actuarial Mathematics
in Life Insurance

寿险精算学

(第二版)

王 燕 编著

中国人民大学出版社
· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

寿险精算学/王燕编著. —2 版. —北京: 中国人民大学出版社, 2014. 8
21 世纪保险精算系列教材
ISBN 978-7-300-19821-7

I. ①寿… II. ①王… III. ①人寿保险-计算方法-教材 IV. ①F840.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 175174 号

21 世纪保险精算系列教材
精算师考试用书
中国人民大学风险管理与精算中心主编
寿险精算学 (第二版)
王 燕 编著
shouxian jingsuanxue

出版发行	中国人民大学出版社	邮政编码	100080
社 址	北京中关村大街 31 号		
电 话	010-62511242 (总编室)	010-62511770 (质管部)	
	010-82501766 (邮购部)	010-62514148 (门市部)	
	010-62515195 (发行公司)	010-62515275 (盗版举报)	
网 址	http://www.crup.com.cn http://www.ttrnet.com(人大教研网)		
经 销	新华书店	版 次	2008 年 5 月第 1 版
印 刷	北京昌联印刷有限公司		2014 年 8 月第 2 版
规 格	185 mm×260 mm 16 开本	印 次	2014 年 8 月第 1 次印刷
印 张	19.25 插页 1	定 价	39.00 元
字 数	448 000		

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

总 序

从 1775 年英国公平人寿最早将运用数学工具为产品定价的专门人员命名为精算师以来，精算师职业在国际上已有 200 多年的发展历史。这一职业最早在人寿和养老金业务中发挥作用，之后逐步向非寿险、健康保险、社会保障等领域扩展。20 世纪以后，精算师的职业进一步延伸到银行、投资、公司财务、金融工程等领域。精算师职业领域的扩展与精算职业组织的发展和精算教育水平的提高密切相关。1848 年后欧美一些国家陆续成立的精算师协会以及国际精算师协会，为提高全球精算教育标准做出了贡献。例如，国际精算师协会早在 1998 年就公布了初级精算教育标准，要求 2005 年后加入国际精算师协会的成员在精算教育标准上符合国际教育标准。2007 年，国际精算师协会再次公布了重新修订的初级精算教育标准及教育大纲。国际上著名的精算师职业组织，包括北美寿险精算师协会、北美非寿险精算师协会、英国精算师协会等，也从 2000 年后陆续对其精算教育标准和精算师考试体系进行改革，强调精算学与统计学、金融学、投资学、会计学、经济学等学科的融合，强调精算学科培养复合型风险管理人才的目标。

我国精算教育和精算师职业发展起步较晚，1992 年后才陆续引入北美寿险精算师考试、英国精算师考试、日本精算师考试、北美非寿险精算师考试等，2000 年后，中国精算师考试体系逐步建立起来。目前，中国精算师考试的考点已增加到 15 个。2006 年 12 月，民政部批准中国精算师协会正式筹备成立。中国精算师协会的成立，必将进一步推动中国精算教育和精算师职业的发展，也迫切要求对当前的精算教育体系和精算师考试体系进行必要的改革，以尽快向国际精算师协会发布的精算教育标准看齐。

中国人民大学统计学院是国内较早开展风险管理与精算教育的大学之一。1992 年统计学院就开始招收风险管理与精算专业方向的硕士研究生，1993 年开始招收该方向的本科生，1996 年招收了该专业方向的第一批博士研究生。2004 年，经教育部批准备案，统计学院设立了独立的风险管理与精算学硕士学位点和博士学位点，标志着在风险管理与精算人才培养上，形成了学士、硕士、博士多层次、专业化的人才培养教育体系。其专业课程设置完全与国际接轨，涵盖了北美、英国和中国精算师初级课程考

试的基本内容，教学大纲紧跟国际精算师协会公布的精算教育指南，同时根据学科发展的国际趋势，每年重新修订课程和教学大纲。在研究方面，设立了中国人民大学风险管理与精算中心。多年来，在寿险风险管理与精算、非寿险特别是汽车保险风险管理与精算、养老金、社会保障等领域取得了很多有影响的成果，进一步促进了风险管理与精算教育的发展。为适应我国精算教育改革与发展的需要，并体现与国际精算师协会的精算教育标准接轨，中国人民大学风险管理与精算中心精心组织编写了一套精算学系列教材，分两个阶段完成。第一阶段涵盖精算师考试初级课程的全部专业课内容，包括《金融数学》、《风险理论》、《寿险精算学》、《非寿险精算学》、《精算中常用的统计模型》5本教材，其中每本教材包含大量的练习题和解答。第二阶段涵盖精算师考试高级课程的全部内容，分寿险、非寿险、养老金、健康保险、社会保障、投资等不同系列。这套教材一方面可以满足各高校精算专业的教学需求，另一方面也可以作为参加各类精算师资格考试学员的学习参考资料，同时，也可以作为对精算学科有兴趣的同仁了解和学习精算的参考书。

这套教材的特点，一是在内容上涵盖了北美寿险、北美非寿险、英国、中国精算师考试最新的内容，同时紧跟国际精算师协会提出的精算教育标准，涵盖了国际精算教育大纲的基本内容；二是为了便于读者自学和教师讲授，我们为第一部每本教材编写了学习辅导用书，辅导书中包括学习要点、教材习题解答和一部分补充练习题及其解答等；三是在写法上，力求把精算学的数理理论与实务结合起来，注意精算数学背后的实践意义，努力从实际意义上解释各种数学关系。

本套教材凝结了中国人民大学风险管理与精算中心全体教师的心血，特别是王晓军、孟生旺、黄向阳、王燕、肖争艳、肖宇谷等老师，他们为本套教材的编写付出了极大的艰辛，统计学院部分硕士研究生和本科生对辅导用书中的习题解答和答案进行了验证，感谢他们为本套教材做出的贡献，同时也感谢中国人民大学出版社的编辑们为本书的出版付出的辛勤劳动。

袁卫

前 言

寿险精算学是以人的寿命或身体为风险标的，以数学、统计、财务、金融等方法为分析工具，研究人身风险的评估和厘定，并进行人身风险管理和财务安排的一门学科。寿险精算学目前广泛应用于人身保险和社会保障等诸多领域，对这些领域保险业务的稳健经营发挥着重要的作用。

中国人民大学统计学院从1992年设立风险管理与保险精算专业方向以来，已经开设这门课程逾20年，在教学内容安排、例题选择和习题建设方面积累了丰富的经验。长期的教学实践显示，寿险精算学是一门概念原理和方法技巧并重的学科，光讲理论而忽视技巧练习，或者只侧重风险厘定技巧而不理解精算原理都不能真正学好这门课程。为了让学生全方位地掌握寿险精算学的内容，我们专门编写了这本寿险精算学教材。

与其他教材相比，本书最大的特色在于精算理论和练习并重，既适合作为大专院校寿险精算学的教材，又适合作为学生参加精算师资格考试的参考书。为了便于教师授课，本书特别制作了课件（PPT），并每年增加一套试题与答案供教师参考使用，教师可从人大经管图书在线（www.rdjg.com.cn）下载。

本书是在第一版基础上修订而成的。本次修订首先更正了前一版中存在的各种错误；其次更换了部分例题与习题。内容方面是根据现在的精算技术发展做了一些增减，主要是在生存年金一章中增加了Woolhouse公式，在责任准备金一章中增加了Thiele's差分方程，并增加了多状态模型一章内容。多状态模型被誉为近年来在精算技术领域最令人激动的成果之一，它基于随机过程中的马尔科夫链模型，成功地解决了传统精算模型拓展性差的问题，是现代精算师实用的新工具。传统的精算模型都可以视为多状态模型的特例。这一章是本次修订增加的最重要的内容。

最后，感谢多年来使用过本书的各位师生，感谢所有来函讨论问题或者提供勘误信息的读者。尽管本着认真的态度做了本次修订，但因作者水平有限，书中谬误之处在所难免，欢迎大家继续批评指正。

王燕

第一版前言

寿险精算学是以人的寿命为风险标的，主要研究寿命风险评估和厘定的一门专业课程。它是寿险精算教育体系的核心课程，也是任何一个寿险精算考试体系的必考科目。

中国人民大学统计学院从1992年设立风险管理与保险精算专业方向以来，已经开设这门课程逾15年，在教学内容安排、例题选择和习题建设方面积累了丰富的经验。长期的教学实践显示，寿险精算学是一门概念原理和方法技巧并重的学科，光讲理论而忽视技巧练习，或光顾风险厘定技巧而不精通精算原理都不能真正学好这门课程。为了学生全方位地掌握寿险精算学的内容，我们专门编写了这本寿险精算教材。与其他教材相比，本书最大的特色在于集精算理论和练习技巧于一体。

本书从结构上可以分为两大部分，前一部分是教材，主要以讲解概念和原理为主；后一部分是学习辅导，主要以传授精算技巧为主。

教材部分共分为9章：

第1章绪论，阐述寿险精算学的起源和概念，以及寿险精算的工作范畴和精算人员的责任。

第2章是生命表理论，主要介绍生命表函数和生命表的构造，它和利息理论一起构成了寿险精算学的基础部分。

第3~6章主要介绍以单个被保险人为承保对象，以被保险人的剩余寿命作为保险标的的精算方法。

第7章是第3~6章的拓展，它将以单个被保险人为承保对象的一元精算模型拓展到以两个及两个以上的被保险人组成的联合风险集团为承保对象的多元精算模型。

第8章是第2章生命表理论的拓展，将第2章的生命表理论从只考虑死亡的单一损因推广到多重损因场合。

第9章是理论与实务的结合，主要介绍了保单现金价值和资产份额的概念，并对保单红利进行了利源分析。

这9章的内容安排比较完整地覆盖了寿险精算学的核心内容，可以作为任何寿险

精算考试的参考教材。

学习辅导部分与教材的章节对应，每章分为两个部分：

第一部分是各章习题解答。本书为了起到督促学生理论结合技巧的目的，每章都设置了大量的课后习题，并且在这部分对各章习题都做了详尽的解答，可以帮助学生更好地掌握精算技巧。

第二部分是单元测试。在每章习题解答之后都附有一个单元小测试，这个小测试是本章知识的一个综合检查，学生应该在一节课的时间之内完成测试。后面附有单元测试答案，便于学生自检。

在整本书的最后，还附有一套综合测试题及解答，作为学生总复习的资料。

由于本书配有大量的练习和解答，它也可以作为各种寿险精算资格考试的练习册。

为了方便学生学习，我们还在中国人民大学出版社的网站 (www.rdjg.com.cn) 上提供了本书各章概要和附录。

最后感谢中国人民大学 93 本科和 94 本科的同学，他们参与了这本书的习题建设和审稿工作，感谢他们的辛勤劳动。

编著者

目 录

第I部分 教 材

第1章 绪 论	3
1.1 寿险精算学的起源	3
1.2 寿险精算学的应用	4
1.3 本书结构	6
第2章 寿命函数与生命表理论	7
2.1 寿 命	7
2.2 剩余寿命	10
2.3 整值剩余寿命	15
2.4 死亡效力	16
2.5 有关寿命分布的参数模型	19
2.6 生命表	20
2.7 选择—终极生命表	26
2.8 有关分数年龄的假设	28
习 题	31
第3章 人寿保险趸缴净保费的厘定	34
3.1 人寿保险趸缴净保费的厘定原则	34
3.2 死亡即刻赔付趸缴净保费的厘定	36
3.3 死亡年末赔付保险趸缴净保费的厘定	53
3.4 死亡即刻赔付与死亡年末赔付的关系	57
3.5 递归方程	61
习 题	63
第4章 生存年金	67
4.1 生存年金简介	67

4.2	连续生存年金	68
4.3	离散生存年金	75
4.4	年付 h 次的生存年金	80
	习 题	87
第 5 章	期缴保费	89
5.1	期缴净保费	89
5.2	期缴毛保费	98
	习 题	107
第 6 章	责任准备金	110
6.1	净责任准备金的概念	110
6.2	净责任准备金的厘定方法	115
6.3	责任准备金的递推公式	124
6.4	责任准备金增量的构成	126
6.5	一年缴费若干次责任准备金的厘定	128
6.6	分数期责任准备金的厘定	129
6.7	修正责任准备金	130
	习 题	135
第 7 章	多元生命保险	137
7.1	多元生命函数简介	137
7.2	多元生命状况	140
7.3	多元生命场合净保费的厘定	145
7.4	单重次顺位函数的精算厘定	148
7.5	在特殊死亡律假定下求值	152
	习 题	154
第 8 章	多重损因保险	156
8.1	多重损因模型的构造	156
8.2	残存组的确定	159
8.3	多重损因表的构造	160
8.4	多重损因保险保费厘定	166
	习 题	167
第 9 章	多状态模型	170
9.1	多状态模型案例	170
9.2	多状态模型的假设条件与专业符号	172
9.3	离散多状态模型	175
9.4	连续多状态模型	177
9.5	多状态模型保费厘定	180
	习 题	183
第 10 章	现金价值与资产份额	185
10.1	现金价值的概念	185

10.2 现金价值的计算	186
10.3 保险选择权	188
10.4 资产份额	190
10.5 利源分析	195
习 题	196

第Ⅱ部分 学习辅导

第2章 寿命函数与生命表理论	201
2.1 习题解答	201
2.2 单元小测试	207
第3章 人寿保险趸缴净保费的厘定	210
3.1 习题解答	210
3.2 单元小测试	217
第4章 生存年金	220
4.1 习题解答	220
4.2 单元小测试	225
第5章 期缴保费	229
5.1 习题解答	229
5.2 单元小测试	234
第6章 责任准备金	236
6.1 习题解答	236
6.2 单元小测试	241
第7章 多元生命保险	245
7.1 习题解答	245
7.2 单元小测试	250
第8章 多重损因保险	253
8.1 习题解答	253
8.2 单元小测试	257
第9章 多状态模型	259
9.1 习题解答	259
9.2 单元小测试	261
第10章 现金价值与资产份额	265
10.1 习题解答	265
10.2 单元小测试	266
综合测试题	269
综合测试题答案	273
附 录	281



第 I 部分

教 材

- 第 1 章 绪 论
- 第 2 章 寿命函数与生命表理论
- 第 3 章 人寿保险趸缴净保费的厘定
- 第 4 章 生存年金
- 第 5 章 期缴保费
- 第 6 章 责任准备金
- 第 7 章 多元生命保险
- 第 8 章 多重损因保险
- 第 9 章 多状态模型
- 第 10 章 现金价值与资产份额

绪 论

为了准确地评估和管理人身保险的风险，寿险精算得以产生和发展。寿险精算学是以人的寿命或身体为风险标的，以数学、统计、财务、金融等方法为分析工具，研究人身风险的评估和厘定，并进行人身风险管理和财务安排的一门学科。寿险精算学目前广泛应用于人身保险和社会保障等诸多领域，对这些领域保险业务的稳健经营发挥着重要的作用。作为全书的起始章节，本章主要介绍寿险精算学的相关概念和背景知识。

1.1 寿险精算学的起源

寿险精算学起源于17世纪，随着数学、概率统计学的发展而逐渐发展完善起来，直到今天成为一门专门的学科。通常认为生命表的出现是寿险精算学的正式起源。

1662年，英国的布商、数学家Jone Graunt根据17世纪初伦敦瘟疫时期的洗礼和死亡数据，写了《生命表的自然和政治观察》一书。书中通过对60年来，伦敦居民的出生和死亡数据进行统计分析，得出了一个重要的人口统计规律：尽管对于每个个体而言，会在哪个年龄，因为何种原因死亡是完全不可预测的，但是对于一大群人而言，在没有传染性疾病、没有战争等重大突发性灾难发生的情况下，他们的死亡年龄具有稳定的统计规律。比如，Graunt就测算出在17世纪伦敦城的居民能活过16岁的概率大概是40%，而能活到76岁的概率只有1%。Graunt生命表是生命表的雏形，而他提出的大数人群死亡年龄具有稳定的统计规律这一结论，是寿险精算学最重要的理论基础。

1671年，荷兰贵族、政治家、数学家Johan de Witt提出了终身生存年金现值的计算方法。他创造性地使用年龄作为死亡的风险权重，使用加权平均数的方法得到了终身年金现值的期望。尽管真实的死亡概率并不是年龄的线性函数，使用年龄作为风险权重并不精确，但是Witt提出的将赔付现值作为一个随机变量引入保险精算，将赔付

现值的期望作为未来赔付的估计值的思想，成为寿险精算学最重要的建模思想。

1693年，英国天文学家、数学家，哈雷彗星的发现人 Edmund Halley 发表了“根据 Breslau 城出生与下葬统计表对人类死亡程度的估计”一文。在该文中，Halley 第一次使用表格的形式估计了人类在不同年龄的死亡率，并且示范了用他的生命表替代 Witt 的年龄风险加权，对任一年龄的人，如何计算终身生存年金的保费现值。Halley 的工作使人们意识到，基于生命表计算寿险保费不仅是可行的，而且是非常便捷的。Halley 生命表对人身保险的规模化发展产生了巨大的推动作用。所以，现在人们通常把 Halley 称为生命表之父。

1762年，英国公平人寿保险公司（Society for Equitable Assurances, Equitable Life）成立。该公司打破传统保险公司 45 岁以上不许投保的惯例，根据 James Dodson 的公平保费原理，也就是基于大数定理基础上的收支平衡原理，为不同年龄的投保人计算有年龄差别的保费。同质风险人群收支平衡原则成为寿险精算学的基本原则之一。

随后，接替 Dodson 管理公平人寿的 Edward Rowe Mores 提出，寿险公司里运用数学工具为产品定价的首席官员应该冠以精算师（Actuary）的头衔。这标志着精算科学开始成为一个专业学科，精算工作成为保险公司的核心内容，精算师成为保险公司不可或缺的专业人才。

1.2 寿险精算学的应用

寿险精算学经过 300 多年的发展，它所涵盖的研究内容所涉及的分析方法都有了很大的扩展。目前，我们对寿险精算学的定义是：以人的寿命或身体为风险标的，以数学、统计、财务、金融等多学科方法为分析工具，研究人身风险的评估和厘定，并进行人身风险管理和财务安排的一门学科。寿险精算学的交叉学科属性，使它在多个领域都有着广泛的应用。

1.2.1 在寿险公司内部的应用

1985年，英国精算师 Jeremy Goford 对寿险公司内部精算工作进行了高度归纳和总结，提出了精算管理控制系统的概念，图 1—1 就是一个经典的保险公司精算管理控制循环系统图。该系统描述了精算工作在保险公司持续管理过程中的作用，以及各个过程之间的联系。从图中我们可以看到，精算工作几乎渗透进保险业务的各个核心环节。

精算工作是一个循环的过程，没有明显的起点和终点。对一个新产品来说，过去的经验分析是开发新产品的的基础。从风险分析开始，通过对保险公司的资产风险、利率风险、费用风险、退保风险，以及因宏观经济预测、金融环境变化、错误定价、法律诉讼、税法变动等引起的其他风险的分析，设计产品。具体而言，保险公司的精算人员需要在数据共享和经验积累的基础上，对本公司的死亡率、预定利率、费用分布、退保率、预算状况及投保人数量级保额分布等重要参数进行归纳，为市场销售决策和定价决策提供依据。

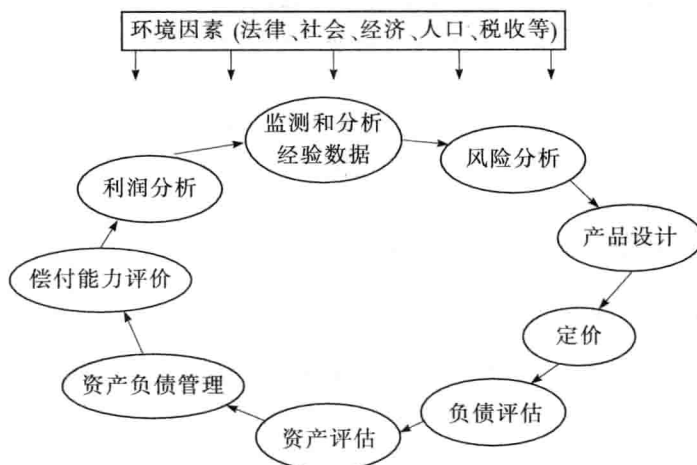


图 1—1 精算管理控制系统图示

在产品的设计阶段，通过研究公司的产品策略、目标市场定位、竞争对手的情况等，研究和开发有利于社会风险控制并受市场欢迎的产品。为了便于被保险人更准确地理解保险产品的真正意义，保险公司的精算人员需要用他们的专业知识配合产品销售部门做一些价值演示和保全作业服务。比如在产品说明书或保单上展示适当的保单现金价值、作出红利示意等，以及为保单额变更所作的处理。

在产品定价过程中，精算师需要综合参考行业规则 and 公司的实践经验，设置合理的利润目标，作出定价策略，计算产品价格。还需要根据经营目标和公司经营特点、市场特点进行每个产品销售的可行性分析，并以此为依据作整体的成本和利润测算。

在负债评估阶段，精算师需要定期评估产品的准备金和公司的各项负债水平，以实现对其偿付能力的有效管理。在这个阶段，精算师的工作非常繁重。他们需要计算责任准备金并作精算报告。精算人员需要比较和分析各种准备金计算方法，针对各类产品，选择最适合该类产品特性和公司目标或有关政策规定的方法。在合法的前提下，分析评估假设变化对公司现状和未来的影响，并对各类准备金计算及其结果提供相应精算报告。他们还需要参与财务报表的制作，主要是为不同的财务报表准备适合的责任准备金，其中涉及的准备金包括长期寿险准备金、未决赔款准备金、已发生未赔款、已发生未报告准备金及各类风险准备金等。

在资产评估阶段，精算师需要参与投资结构及其策略的研讨和制定。保险公司的精算人员需要根据负债管理的时间结构与到期赔付金额，以及对外来风险的分析与预测，为投资决策提供参考数据和意见。

在资产负债管理阶段，精算师需要进行现金流分析和资产负债管理。保险公司的精算人员需要参与对不同条件下的现金流分析，评估不同的现金流水平对公司财务的影响，并就资产构成及其与负债的匹配进行分析，最好能找到一个较佳的产品和策略组合以能应对较多风险。

在偿付能力评价阶段，精算师需要综合负债评估工作和资产评估工作的结果，对本公司的偿付能力从多个方面进行综合监控，寻找风险隐患，对潜在风险提出警告，

对薄弱环节提出整改意见，始终维护公司保持可靠的偿付能力。

在利润分析阶段，精算师需要进行利润来源分析和利润分配准备，计算并分配每单产品的保单红利。

最后通过监测和分析过去积累的经验数据分析公司的利润水平，并对利润分配方案提供意见。在此基础上开始新一轮的新产品设计，这又成为下一个循环控制的起点。

假如将保险公司比喻成一架庞大的机器，那么精算工作就是这个机器的发动机，通过精算控制循环系统，维持整个机器的正常运作。

1.2.2 在寿险公司外部的使用

除了在保险公司内部，寿险精算学还普遍应用于社会保障领域，用于研究退休、医疗、失业、工伤、生育等社会保障成本与债务的分配方案和社会保障基金的投资方案等。精算科学的引入，有利于社会保障事业的平稳运作和保障基金的安全。

随着社会的发展，精算学的运用范围不断拓宽。它不仅对保险业务的稳健经营有着重要意义，对其他金融风险的控制也有思想上和方法上的借鉴作用。目前，它在商业银行、金融中介、投资机构、政府咨询与监管以及其他与风险评估、控制相关的领域都有着非常积极的表现。寿险精算学作为风险管理专业学科，正发挥着越来越大的社会影响力。

1.3 本书结构

本书一共有四个部分，共十章的内容。

第一部分：基础知识。

第1章主要介绍寿险精算学的起源、应用领域和工作流程。第2章主要介绍生命表函数和生命表的构造，它和先修课程金融数学（利息理论）一起构成寿险精算学的基础知识部分。

第二部分：单生命，单损因场合下的精算模型。

第3章介绍覆盖死亡风险的寿险产品保费厘定原则与精算模型。第4章介绍覆盖生存风险的寿险产品保费厘定原则与精算模型。第5章介绍期缴净保费和期缴毛保费的厘定原则与精算模型。第6章介绍责任准备金的概念、厘定原则与精算模型。

第三部分：多状态模型。

第7章介绍多元生命保险。第8章介绍多重损因保险。第9章介绍多状态模型的原理与应用。

第四部分：实务知识。

第10章主要介绍了保单现金价值和资产份额的概念，并对保单红利进行了利源分析。