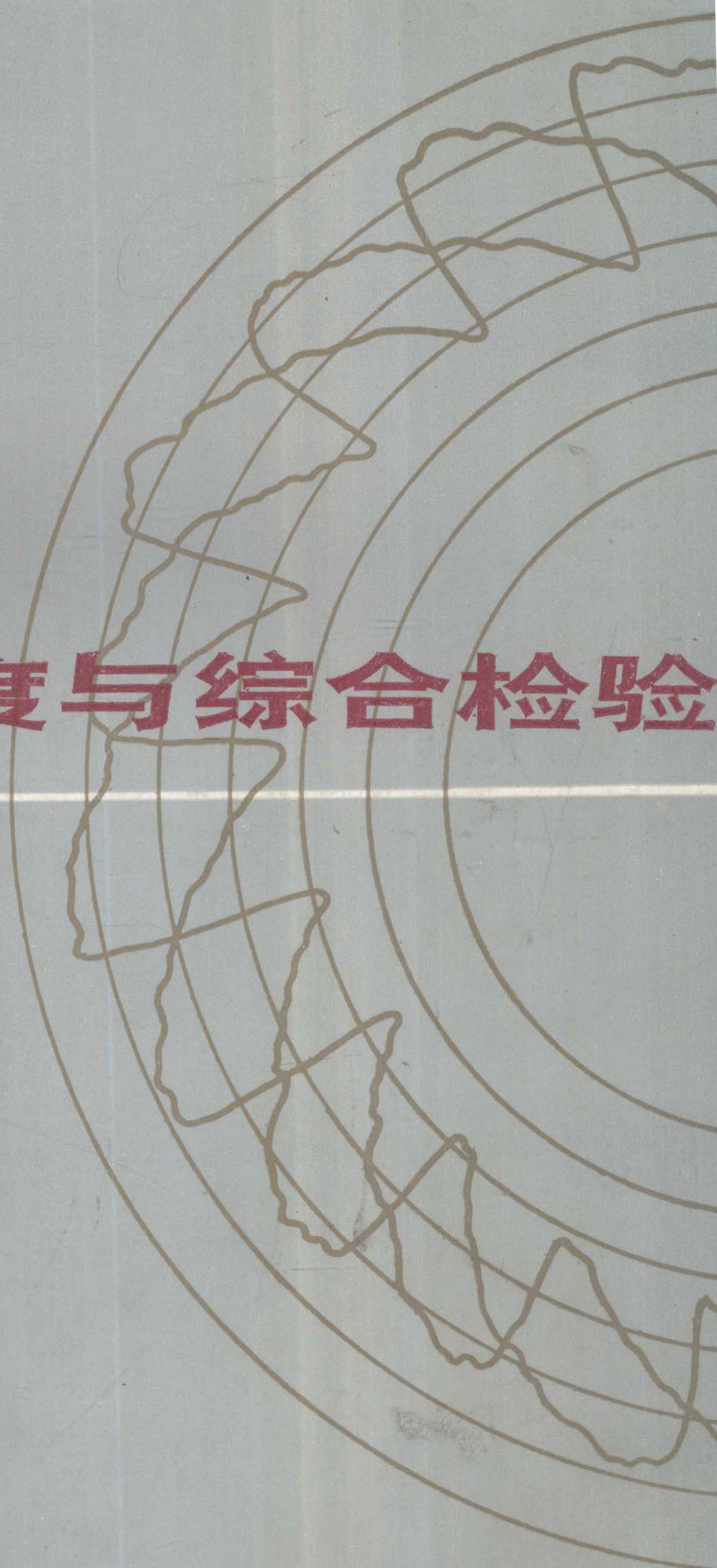


柏永新著

齿轮精度与综合检验



上海科学技术出版社

齿轮精度与综合检验

柏永新 著



上海科学技术出版社

封面设计 董黎明

齿轮精度与综合检验

柏永新 著

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

新华书店上海发行所发行 江苏扬中印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 18.25 字数 429,000

1986年1月第1版 1986年4月第1次印刷

印数 1—5,400

统一书号: 15119·2433 定价: 3.40 元

内 容 提 要

本书是一本较深入较系统地论述齿轮精度的专著。在分析和研究齿轮精度中配合了我国齿轮精度的两个新标准,又应用了整体误差测量的新技术。既注意了理论上的分析与论证,又注意了工程实用。书中许多重要结论都是根据大量科研数据得出的。

本书共分八章。第一章介绍研究齿轮精度所必需的基本知识;第二章从运动观点介绍齿轮的各种加工方法,用周期函数分析齿轮的加工误差;第三、四两章分别介绍两个齿轮精度标准在理论和实际应用的有关问题;第五、六两章讨论单啮和双啮检验的理论和实际问题;第七章讨论标准齿轮和标准蜗杆的有关问题;第八章介绍整体误差测量新技术。附录中包括两个齿轮精度标准的公差数值表。对于单项检验,本书仅讨论、理解和应用标准有关的一些问题(见第四章§4-1),不再重复一般书上已经介绍的单项指标的测量仪器和方法。

本书适用于机床、仪表、纺织、轻工、航空、冶金等各种工业部门的从事机械研究、设计、制造、修配的工程技术人员,也适用于高等工科院校机械类专业的教师和高年级学生学习和参考。

序 言

齿轮是机器和仪器中的重要零件, 齿轮的精度在一定程度上影响着整台机器或仪器的质量。为了适应我国四个现代化的需要, 不断提高产品的质量和降低制造成本, 齿轮精度问题的研究就显得更为重要了。

齿轮精度标准是直接保证齿轮质量、体现齿轮精度理论研究成果的重要技术标准。近十年来, 我国在齿轮精度领域内进行了大量科学研究工作, 取得了不少科研成果, 现已颁布完全通过我国自己的试验和理论分析而制订的具有先进水平的国家标准《小模数渐开线圆柱齿轮精度制(GB2363-80)》, 以及以国际标准 ISO1328-1975 为基础, 通过大量试验, 并结合我国国情而制订的新机标《渐开线圆柱齿轮精度(JB179-83)》。贯彻这两个标准, 将使我国齿轮生产的水平大大提高一步。

在我国现有的书刊中, 涉及齿轮的有不少, 但缺乏一本比较深入和系统地论述齿轮精度的专著。为此, 作者根据自己多年来从事齿轮精度标准的制订实践, 以及围绕齿轮精度问题所进行的一系列科研工作的成果, 并参考了国内外有关文献, 加以总结、提高, 使齿轮精度的理论与实践系统化, 而整理成本书, 希望它的出版能有助于我国齿轮精度理论的研究工作。

由于作者水平所限, 书中可能会存在一些缺点和错误, 恳请读者批评指正。

作 者 于陕西机械学院

符号表

(不包括齿轮精度标准中规定的符号)

A	转值	p_z	导程
a	中心距	r	分度圆半径
a''	双啮中心距	r'	节圆半径
b, B	齿宽	r_a	齿顶圆半径
b'	通过原点的回归直线的常数	r_b	基圆半径
c	顶隙	r_f	齿根圆半径
d	分度圆直径	r_H	导圆柱半径
d_a	当量分度圆直径	r_i	工作圆半径
d_a	齿顶圆直径	r_y	分度蜗轮的分度圆半径
d_b	基圆直径	R	节曲线的向径
d_f	齿根圆直径	s	分度圆齿厚, 剩余标准偏差
e_n	分度圆法向槽宽	s_a	齿顶厚度
e_1	齿轮的几何偏心	s_n	法向齿厚
e_2	齿轮的运动偏心	$\bar{s}$	分度圆弦齿厚
e_3	蜗杆偏心	$\bar{s}_0$	固定弦齿厚
e_2	齿轮的总偏心	v	线速度
e_{1y}	分度蜗轮的几何偏心	W	公法线长度
$\bar{h}_0$	固定弦齿高	W_k	跨 k 齿测量的公法线长度
i	传动比, 速比, 定标值	x	变位系数
j_n	齿轮副法向侧隙	x_n	法向变位系数
j_r	齿轮副径向侧隙	z	齿数
j_s	齿轮副圆周侧隙	z_d	滚刀头数, 插齿刀齿数
k	分度蜗杆、测量蜗杆(标准蜗杆)头数, 滚刀刀齿数	z_q	当量齿数
K_i	单啮合综合误差与单项误差的平均比值	z_y	分度蜗轮齿数
K_n	齿高接触斑点百分数	α	分度圆压力角, 齿形角
l	齿形误差的测量范围	α'	啮合角
l_b	接触线误差的测量范围	α''	双啮检验时的啮合角
m	模数	α_a	齿顶圆压力角
m_n	法向模数	α_i	起始啮合点的压力角
p	周节	α_n	法向压力角
p_b	基节	α_t	端面压力角
p_w	轴向齿距	α_x	通过量柱(测头)中心的圆上的压力角
		α_1	α_n 在端平面上的投影角
		α_2	蜗杆直线与蜗杆端截面的夹角

β	分度圆螺旋角	ϵ_a	轴向重合度
β_b	基圆螺旋角	η_b	基圆槽宽半角
β_Σ	总偏心对几何偏心的初相角	θ	螺旋线上动点的转角
γ	周节角, 蜗杆分度圆螺旋升角	θ_s	分度圆弦齿厚对应的中心角之半
γ_a	顶刮间距角	λ	向径与齿形法线间的夹角, 切线的参数
γ_b	蜗杆基圆螺旋升角	μ	曲线的向径与切线正方向之间的夹角
γ_s	根刮间距角	ρ	曲率半径, 展开长度
ΔA	转值误差	ρ_a	齿顶的曲率半径
ΔF	啮合线增量, 加下角标 L 指左齿面, R 指右齿面	ρ_i	齿形起始啮合点的曲率半径
$\Delta_1 F$	由几何偏心所产生的啮合线增量	σ	标准偏差
$\Delta_2 F$	由运动偏心所产生的啮合线增量	φ	齿轮的转角, 展开角
$\Delta_3 F$	由蜗杆偏心所产生的啮合线增量	Φ	分度圆的展开角
ΔF_s	剃齿后的啮合线增量, 端面跳动	Φ_a	齿顶圆的展开角
Δf_α	压力角误差	Φ_c	齿固定弦的展开角
Δr_b	基圆半径误差	Φ_e	齿槽固定弦的展开角
Δt	对标准温度 20°C 的偏差	Φ_i	起始啮合点的展开角
ϵ_s	端面重合度	ψ	成形切削角, 运动偏心对几何偏心的初相角
		ω	角速度

目 录

符号表	iv
第一章 渐开线和渐开螺旋面	1
§ 1-1 渐开线齿形	1
§ 1-2 渐开线曲率中心轨迹(渐屈线)	6
§ 1-3 渐开螺旋面	9
第二章 圆柱齿轮的加工误差	15
§ 2-1 圆柱齿轮加工方法简介	15
§ 2-2 齿轮加工误差周期性的研究	26
§ 2-3 圆柱齿轮加工误差的分析	28
第三章 小模数渐开线圆柱齿轮精度制的理论基础	55
§ 3-1 精度制的结构	55
§ 3-2 误差项目的确定	64
§ 3-3 精度指标公差数值的确定	75
§ 3-4 侧隙指标公差数值的确定	88
§ 3-5 精度等级和侧隙类型的选择	94
第四章 渐开线圆柱齿轮精度标准 JB179-83 的应用及分析	100
§ 4-1 各项误差的定义及测量	101
§ 4-2 精度等级及其选择	136
§ 4-3 公差组的检验组及其选择	143
§ 4-4 公差数值的确定	146
§ 4-5 齿坯公差	149
§ 4-6 齿轮副侧隙	153
§ 4-7 图样标注及其他	157
第五章 圆柱齿轮的单啮综合检验	161
§ 5-1 概述	161
§ 5-2 光栅式单啮仪	163
§ 5-3 单啮综合误差与单项误差的关系	167
第六章 圆柱齿轮的双啮综合检验	179
§ 6-1 双啮综合误差与单项误差的关系	180
§ 6-2 斜齿圆柱齿轮的双啮综合检验	192
§ 6-3 双啮中心距偏差与代用指标的比较	199
§ 6-4 双啮仪的动态精度检定	202
§ 6-5 双啮综合检验的测量力和测量速度	204
第七章 综合检验用的标准件	206
§ 7-1 标准齿轮	206
§ 7-2 标准蜗杆	216

第八章 圆柱齿轮整体误差的测量	224
§ 8-1 多头蜗杆的间齿测量及整体误差曲线	224
§ 8-2 整体误差曲线的分析	228
附录	238
附录 1 小模数渐开线圆柱齿轮精度制 GB2363-80 的公差数值表	238
附录 2 渐开线圆柱齿轮精度标准 JB179-83 的公差数值表	269
参考文献	280

第一章 渐开线和渐开螺旋面

§ 1-1 渐开线齿形

一、渐开线的形成

当一直线 NN 沿着一个圆周无滑动地滚动时, 直线上任一点的轨迹称为圆的渐开线, 该直线 NN 称为渐开线的发生线, 该圆称为基圆, 见图 1-1。由渐开线的形成过程, 可知渐开线有如下几个特性:

1) 渐开线上任一点 M 的法线 MA 都与基圆相切;

2) MA 的长度就是渐开线在 M 点的曲率半径 ρ_M , ρ_M 等于发生线在基圆上滚过的一段弧长, 即

$$\rho_M = MA = \widehat{M_0A} = r_b(\theta + \alpha) = r_b\varphi \quad (1-1)$$

式中 r_b ——基圆半径。

3) 基圆以内无渐开线。

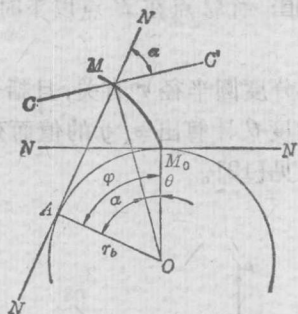


图 1-1 渐开线的形成

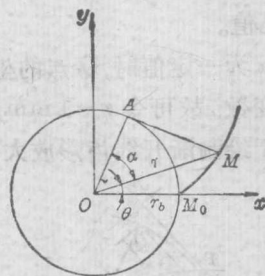


图 1-2 渐开线的极坐标和直角坐标

二、渐开线的方程式

1. 极坐标参数方程

如图 1-2, 以 O 点为极点, 以 OM_0 为极轴建立起一个极坐标系, 已知基圆半径 r_b 。渐开线上任意点 M 的极坐标为 (r, θ) 。由图 1-2 和式(1-1)即可写出渐开线的极坐标参数方程如下:

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{r_b}{\cos \alpha} \\ \theta &= \frac{MA}{r_b} - \alpha = \text{tg} \alpha - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

极角 θ 称为渐开线角, 它是 α 的渐开线函数, 记为 $\text{inv} \alpha$; α 称为压力角, 其值等于齿形在 M 点的压力方向(NN 方向)和运动方向(CC' 方向)之间的夹角。

2. 直角坐标参数方程

(1) 原点取在齿轮中心的直角坐标方程 参看图 1-2, 取 $\angle AOM_0 = \varphi = \alpha + \theta$ 作为参数, φ 角称为展开角, 渐开线上任意点 M 在 Oxy 中的直角坐标方程如下:

$$\begin{cases} x = r \cos \theta = r_b (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) \\ y = r \sin \theta = r_b (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \end{cases} \quad (1-3)$$

(2) 原点取在分度圆上的直角坐标方程 如图 1-3 所示, 通过分度圆上的 P 点作齿形的法线和切线, 分别作为 X 轴和 Y 轴, X 轴与基圆相切于 C 点。齿形上任一点 Q 的直角坐标值按如下方法计算:

通过 Q 点作齿形的法线, 法线与基圆的切点为 A 。 Q 点的横、纵坐标为

$$\begin{aligned} x &= PD = PC - DC = r \sin \alpha - GF = r \sin \alpha - QF \cos \theta \\ &= r \sin \alpha - (QA - FA) \cos \theta = r \sin \alpha - [r \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \theta) - r \cos \alpha \operatorname{tg} \theta] \cos \theta \\ &= r \sin \alpha - r [\sin \alpha \cos \theta - \cos \alpha (\sin \theta - \theta \cos \theta)] \\ &= r [\sin \alpha (1 - \cos \theta) + \cos \alpha (\sin \theta - \theta \cos \theta)] \\ y &= QD = QB - BD = QB - EC = QA \sin \theta - (OC - OE) \\ &= [r \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha + \theta)] \sin \theta - (r \cos \alpha - r \cos \alpha \cos \theta) \\ &= r [\sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha (\theta \sin \theta + \cos \theta - 1)] \end{aligned} \quad (1-4)$$

式中 r ——分度圆半径;

θ ——齿形上任意点 Q 的法线与 X 轴的夹角。

当 Q 点在 P 点以上时, 上式中的 θ 和 y 均为正值; 当 Q 点在 P 点以下时, 二者均为负值。 x 均为正值。

式中当 α 为一定值时, Q 点的坐标仅与角度 θ 及分度圆半径 r 有关, 且括号中各函数仅包含 θ 一个变数, 故可令 $r=1\text{mm}$, 预先按不同的角度 θ 计算出 x 、 y 的值而列成表。这种直角坐标对于绘制渐开线齿形放大图是最适用的, 详见[12]。

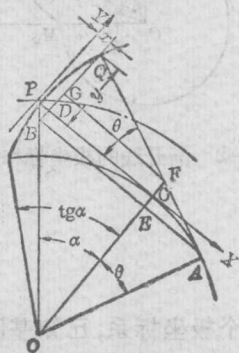


图 1-3 渐开线的直角坐标

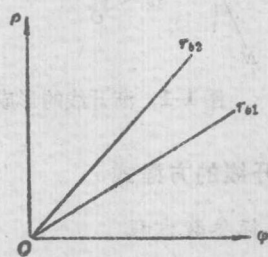


图 1-4 渐开线的法线极坐标

3. 法线极坐标方程

渐开线上任意点 M 的曲率半径 ρ_M 可按(1-1)式计算, 此式称为渐开线的法线极坐标方程。取 φ 为横坐标, ρ 为纵坐标, (1-1)式的图形为直线(图 1-4), 直线的斜率就是 r_b 。这种方程最简单地表明了渐开线上各点的展开长度 ρ 与展开角 φ 的关系。如果把这种表示方法扩展到齿轮上的全部齿面, 令横坐标表示齿轮的转角, 纵坐标表示展开长度的误差, 则齿轮上所有齿面各点的误差便集中在这个坐标系上(图 1-5a), 形成齿轮整体误差的坐标系。在图 1-5b 上画出了具有正确基节的理论齿形, 用涂黑部分表示实际齿形, 取齿轮中心作为坐标

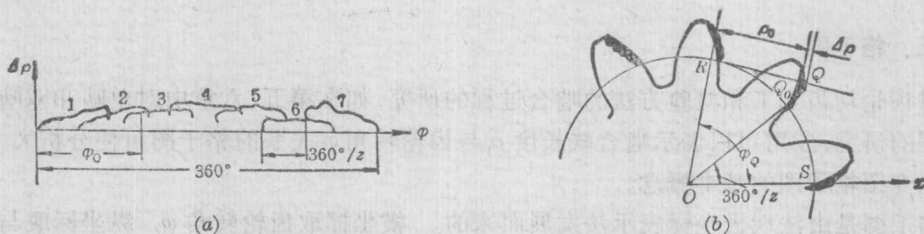


图 1-5 全部齿面上各点误差的表示

(a) 整体误差在直角坐标系上的表示; (b) 任一齿面上任一点的法线极坐标

原点, 取通过第一个基准齿形在基圆上的起点 S 的向径作为 x 轴。现考虑任意齿形上的一点 Q 。令 $Q_0R = \rho_0$, $QR = \rho$ 。任意点 Q 的角坐标用角度 φ_Q 表示。 φ_Q 为通过切点的向径 OR 与 x 轴的夹角。 Q 点的误差在此切线上考虑, 即 $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ 。

4. 广义渐开线方程

在研究渐开线齿轮齿形加工和测量中的一些问题时, 会碰到与渐开线略有一些差别的曲线, 即所谓变态渐开线。变态渐开线有两种: 延长渐开线和缩短渐开线。

当直线沿基圆无滑动地滚动时, 直线外一点 K_0 (位于基圆以内) 所形成的轨迹 K_0K 称为延长渐开线, 见图 1-6。设 K_0K_1 等于 b , 延长渐开线的极坐标方程为

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{r_b - b}{\cos \alpha} \\ \theta &= \varphi - \alpha \\ \alpha &= \arctg \frac{r_b \varphi}{r_b - b} \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

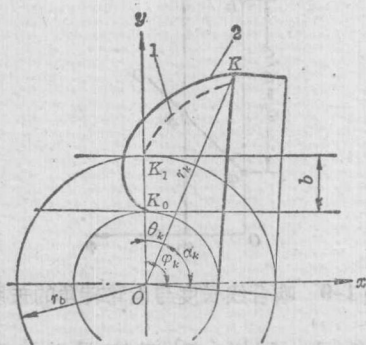


图 1-6 延长渐开线

1—渐开线; 2—延长渐开线

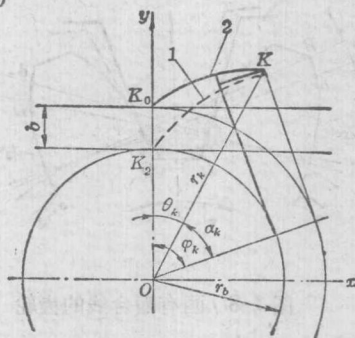


图 1-7 缩短渐开线

1—渐开线; 2—缩短渐开线

当直线沿基圆无滑动地滚动时, 直线外一点 K_0 (位于基圆以外) 所形成的轨迹 K_0K 称为缩短渐开线, 见图 1-7。设 K_0K_2 等于 b , 缩短渐开线的极坐标方程为

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{r_b + b}{\cos \alpha} \\ \theta &= \varphi - \alpha \\ \alpha &= \arctg \frac{r_b \varphi}{r_b + b} \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

上式称为广义渐开线方程式。当距离 b 为负值 (基圆外算作正值, 基圆内算作负值) 时, 上式即变为延长渐开线方程式 (1-5); 当 $b=0$ 时, 上式即变为渐开线的极坐标方程式 (1-2)。

三、格子图

对齿轮切齿加工和检验方法的啮合过程的研究,如在第五、六章中对单啮和双啮综合检验过程的研究,应用可以表示啮合线长度 ρ 与齿轮转角 φ 关系的格子图可使分析大大简化。本节先介绍格子图的基本概念。

格子图是由法线极坐标表示法发展而来的。横坐标取齿轮转角 φ , 纵坐标取与展开长度 ρ 成比例的展开角 $\Phi(\rho=r_b\Phi)$ 。因为展开角的增大值等于齿轮转角 φ 的变动量,所以如将纵横坐标取成相同的比例,则 Φ 与 φ 的关系可用倾斜成 45° 的直线来表示。当将这种表示方法扩展到若干个齿的左右齿面,便形成了格子图。

今以图 1-8 所示的画有啮合线的齿轮为例来讨论格子图。齿轮左齿面与啮合线交于 a 、 b 点,右齿面与啮合线交于 c 、 d 点。当齿轮在逆时针方向转过 φ_1 角时,左右齿面与啮合线的交点分别移至 A 、 B 和 C 、 D 点,并且左齿面的啮合线段增长,右齿面的啮合线段缩短。现用上述方法表示 Φ 与 φ 的关系,斜线 aA 代表序号为 0 的左齿面(图 1-9),斜线 bB 代表即将退出啮合的序号为 $z-1$ 的左齿面, bB 对 aA 的纵坐标截距差等于 Φ_b 角:

$$\Phi_b = \frac{p_b}{r_b}$$

式中 p_b ——基节。

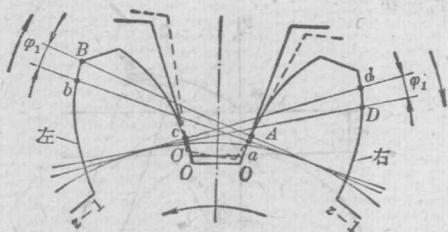


图 1-8 画有啮合线的齿轮

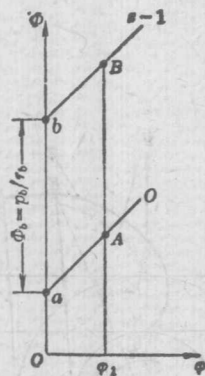


图 1-9 啮合线长度与齿轮转角的关系

齿轮右齿面在此角度位置 φ 的啮合点分别为 c 和 d 。同样,对于序号为 0 和 $z-1$ 的右齿面,可分别用向另一方向倾斜成 45° 的斜线来表示,此两斜线分别通过 a 和 b 点(图 1-10)。因为 a 、 b 、 c 和 d 四点在同一转角上处于啮合,所以它们的横坐标相同。当齿轮转过 φ_1 角后, A 、 B 、 C 、 D 四点处于同一横坐标上。

如果两平行斜线之间的垂直线段对应于用比例 $1/r_b$ 表示的基节 p_b ,则两斜线之间的水平线段就是用同一比例 $1/r_b$ 表示的周节,或周节角 γ 。

格子图上两斜线的交点 a 和 c 对应于齿槽固定弦上两点。另一齿面上的 b 或 d 点在此位置也处于啮合。当齿轮转过 $\gamma/2$ 时,啮合点位在轮齿的固定弦上(图 1-11 上的 e 和 f 点)。

利用格子图可以确定齿轮在任何角度位置上同时处于啮合的各点。为此,只要在横坐标轴上表示某一角度 φ 的点上作一垂直线,以考察它与斜线的交点。另一方面,按格子图可

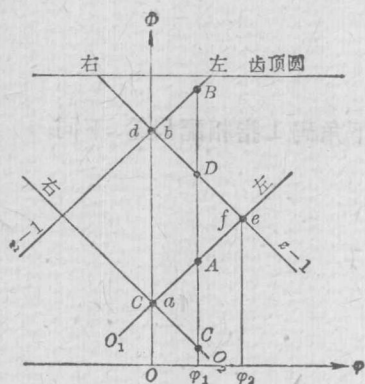


图 1-10 格子图的形成

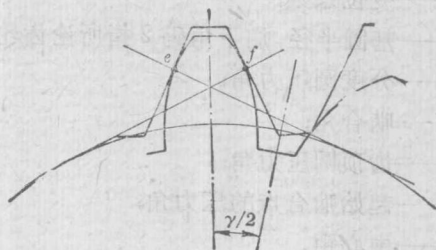


图 1-11 齿轮回转 \$\gamma/2\$ 角

确定同一齿面上或不同齿面上两点啮合所间隔的齿轮转角。通过格子图上有关两点作两条垂直线,其沿横坐标之间的距离就是此转角。

在格子图 1-12 上示出了与图 1-13 相对应的下列各特征点的展开角:起始啮合点的 \$\Phi_i\$、齿槽固定弦的 \$\Phi_s\$、分度圆的 \$\Phi\$、齿固定弦的 \$\Phi_o\$ 以及齿顶圆的 \$\Phi_a\$。

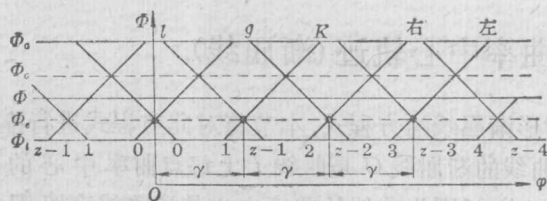


图 1-12 格子图

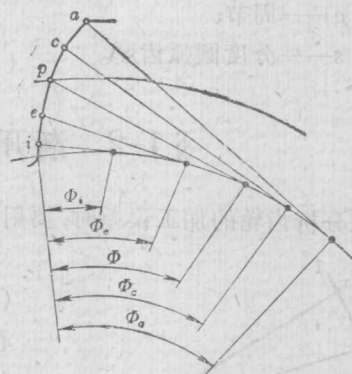


图 1-13 齿形上各特征点的展开角

起始啮合点的展开角 \$\Phi_i\$ 按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_i &= \operatorname{tg} \alpha_i \\ \cos \alpha_i &= \frac{r_b}{r_i} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中 r_i ——工作圆的半径,它按下式计算:

与齿条啮合时

$$\left. \begin{aligned} r_i &= \frac{m(z-2+2x)}{2\cos \delta} \\ \operatorname{tg} \delta &= \frac{1-x}{\left(\frac{z}{2}-1+x\right) \operatorname{tg} \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

与齿轮啮合时

$$r_{i2} = \sqrt{r_{b2}^2 + (a \sin \alpha' - r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{a1})^2} \quad (1-8a)$$

式中 m ——模数;
 z ——齿数;
 x ——变位系数;
 r_b ——基圆半径,加下角码 2 指所论齿轮,加下角码 1 指相配齿轮,下同;
 α ——分度圆压力角;
 α' ——啮合角;
 α_a ——齿顶圆压力角;
 α_i ——起始啮合点的压力角;
 a ——中心距。

其余各点的展开角按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_e &= \Phi - \frac{p-s}{mz} \\ \Phi &= \operatorname{tg} \alpha \\ \Phi_c &= \Phi + \frac{s}{mz} \\ \Phi_a &= \operatorname{tg} \alpha_a \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式中 p ——周节;
 s ——分度圆弧齿厚。

§ 1-2 渐开线曲率中心轨迹(渐屈线)

在分析齿轮的加工误差时,要用到齿形渐屈线的方程式,本节将对此方程式进行推导。

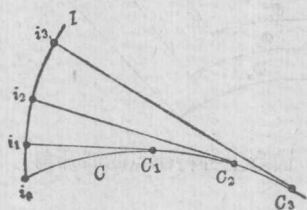


图 1-14 渐开线和渐屈线的几何关系 前面所讨论的圆的渐开线,其渐屈线就是基圆。

曲线的渐屈线 C 是曲线 I 上每点曲率中心的轨迹(图 1-14)。因为曲线的曲率中心是该曲线密切圆的中心,所以渐屈线同时又是密切圆的中心的轨迹。曲线上某点的法线与该曲线的渐屈线上相应点的切线重合,因此可以通过确定曲线法线族的包络线的方法来确定曲线的渐屈线。曲线 I 对它的渐屈线 C 而言,就是渐开线。

齿轮齿形的渐屈线,可以通过齿形法线在节曲线上的分布规律来确定。现在先讨论节曲线。

一、齿轮与齿条啮合时的节曲线

具有误差的齿轮与齿条啮合时,瞬时传动比是变化的。设齿轮为主动件,齿条为从动件,现用位置函数 $s=F(\varphi_1)$ 表示齿条的线位移 s 与齿轮的角位移 φ_1 之间的关系。位置函数 $F(\varphi_1)$ 对齿轮转角的导数,叫做齿条与齿轮的传动比函数,因为

$$F'(\varphi_1) = \frac{ds}{d\varphi_1} = \frac{ds}{dt} : \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{v}{\omega_1} \quad (1-10)$$

式中 $\frac{ds}{dt}$ ——齿条直线移动的瞬时速度;

$\frac{d\varphi_1}{dt}$ ——齿轮的瞬时角速度。

传动比函数单值地确定了齿条与齿轮的瞬时旋转中心在固定平面上的轨迹，此轨迹叫做复节曲线。

参看图 1-15，设齿轮以瞬时角速度 ω_1 绕 O_1 轴旋转，齿条 2 以瞬时线速度 v_2 在 SS 方向移动。从中心 O_1 向齿条的位移线 SS 作垂线 O_1n ，复节曲线一定在 O_1n 上。在复节曲线上的 P 点，齿轮和齿条的速度矢量相等，即

$$v_1 = v_2$$

因

$$v_1 = \omega_1 \overline{O_1p}$$

所以

$$\overline{O_1p} = \frac{v_2}{\omega_1} = F'(\varphi_1)$$

瞬时旋转中心 p 叫做瞬时啮合节点。有误差的齿轮与齿条啮合时，瞬时啮合节点是在 O_1n 线上游动的。 p 点离旋转中心的距离，取决于齿条的瞬时线速度与齿轮的瞬时角速度之比。瞬时啮合节点的轨迹形成了复节曲线。

在与齿轮相固连的坐标系中瞬时旋转中心的轨迹，就是齿轮的节曲线，并由下式确定：

$$R_1 = F'(\varphi_1) \quad (1-11)$$

式中 R_1 是节曲线向径的模，其位置由 φ_1 角确定， φ_1 角由极轴开始计量，其正方向与齿轮的回转方向相反。没有误差的齿轮啮合时，其节曲线就是节圆。

切制齿轮时，由于机床分齿传动链有运动误差，齿条的节曲线不是一条直线，齿轮的节曲线不是一个圆，齿条的位移与齿轮的转角不是线性关系。此时被切齿轮的节曲线根据给定的刀具移动规律来决定。

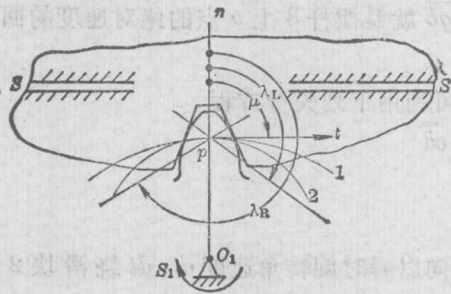


图 1-16 λ 角的确定

设节曲线弧在箭头 S_1 的方向计量，取节曲线切线 pt 的正方向作为节曲线弧的增加方向。从向径的正方向到齿形法线的正方向，来计量向径与齿形法线间的夹角 λ 。由图 1-16 可知

$$\left. \begin{aligned} \lambda_L &= \frac{\pi}{2} + \alpha \\ \lambda_R &= \frac{3\pi}{2} - \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

二、齿形渐屈线的方程式

现根据齿形渐屈线是齿形法线族的包络线，用运动法来求齿形渐屈线的方程式。此法

齿形法线的包络轨迹是借用一个摇杆机构(图 1-17)形成的。在这个机构中, 连杆 1 的旋

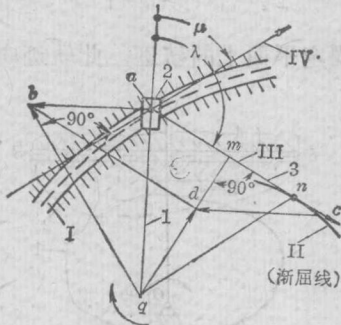


图 1-17 齿形渐屈线的确定

1—连杆; 2—滑块; 3—摆杆

转中心 q 与极坐标系统的原点重合。滑块 2 与底座用所谓高副相连, 高副的一个元素为底座上的滑槽, 它取决于齿轮的节曲线, 另一元素为滑块 2 上直径等于滑槽宽度的圆柱面。摆杆 3 与滑块 2 铰连, 摆杆 3 的方向在每一瞬间应与齿形法线方向相重合。为此, 当连杆 1 回转节曲线的极角 φ 时, 摆杆 3 绕滑块这样旋转, 使得连杆 1 与摆杆 3 之间的夹角等于节曲线向径与齿形法线之间的夹角 λ 。

设连杆 1 的旋转速度为 $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, 摆杆 3 的旋转速度为 $\omega_3 = \frac{d\lambda}{dt}$ 。因为齿形的渐屈线是齿形法线族的包络线, 所以在齿形法线与渐屈线的切点 n , 摆杆 3 上 n 点的绝对速度的方向应与齿形法线的方向重合。为了确定摆杆 3 上 n 点的位置, 在机构图上用比例尺 $1/\omega$ 作转过 90° 的机构速度图。

先作 a 点的速度图。滑块 2 的 a 点的绝对速度方向与节曲线在 a 点的切线方向重合。在回转速度图上, a 点的绝对速度方向应垂直于节曲线的切线方向。滑块上 a 点的绝对速度矢量是下面两个速度的几何和:

- 1) 在牵连运动中的速度, 即滑块 2 与连杆 1 一起绕 q 点的旋转速度;
- 2) 相对运动的速度, 即滑块相对连杆的移动速度。

在回转速度图上, 牵连速度的矢量具有 $\vec{qa}$ 方向, 相对速度的矢量 $\vec{ab}$ 垂直于 $\vec{qa}$ 。

a 点的速度图按下述顺序绘制。从 q 点作一条线垂直于节曲线在 a 点的切线方向。连接 q 点和 a 点, $\vec{qa}$ 算作用比例尺 $1/\omega$ 所作的牵连速度的回转矢量。然后从 a 点作一条线垂直于 $\vec{qa}$, 它与节曲线切线的垂直线相交于 b 点。 $\vec{qb}$ 就是摆杆 3 上 a 点的绝对速度的回转矢量。

为了作摆杆 3 上 n 点在绝对运动中的速度图, 可利用下列矢量方程:

$$\vec{qd} = \vec{qn} + \vec{nc} + \vec{cd}$$

式中 $\vec{qn}$ —— n 点的牵连速度的回转矢量;

$\vec{cd}$ ——相对速度的回转矢量, $\vec{cd} = \vec{ab}$;

$\vec{nc}$ ——当齿形法线(摆杆 3)在 λ 角的计算方向以瞬时旋转角速度 $d\lambda/dt$ 绕滑块 2 上 a 点旋转时, n 点的线速度的回转矢量。

根据图 1-17, 得

$$l = an = ac - nc$$

考虑到速度图的比例尺, 则

$$nc = l \frac{d\lambda}{dt} \cdot \frac{1}{\omega} = l \frac{d\lambda}{d\varphi}$$

由三角形 qam 和 cmd 中得

$$am = aq \cos(\pi - \lambda) = -R \cos \lambda$$

$$cm = cd \cos\left(\lambda - \frac{\pi}{2}\right) = cd \sin \lambda$$

但

$$cd = ab = \frac{dR}{dt} \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{dR}{d\varphi}$$