



让每一位学生分享高品质教育

由一线科学备考



5年[®]高考

3年模拟

WUNI GAOKAO SANNIAN MONI

高考理数

新课标专用

2015
A版

讲练分册
题组设计

5年[®]高考 3年模拟

WUNIAN GAOKAO SANNIAN MONI

高考理数

新课标专用

丛书主编：曲一线

本册主编：王全良

副主编：岳献平 刘国勇 苏晓霞

编委：刘晓红 申志锋 李保江

张辉 余其梅 张卫广

杨飞月 赵永杰 董金亮

出版人 所广一
责任编辑 张新国
责任校对 贾静芳
责任印制 曲凤玲
装帧设计 曲一线视觉设计中心

图书在版编目(CIP)数据

5年高考3年模拟:A版·高考理数/曲一线主编.
—北京:教育科学出版社:首都师范大学出版社,2014.1
ISBN 978-7-5041-8331-6

I. ①5… II. ①曲… III. ①中学数学课—高中
—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆(CIP)数据核字(2014)第018244号

出版发行	教育科学出版社	社址	北京·朝阳区安慧北里安园甲9号	100101
	首都师范大学出版社	社址	北京西三环北路105号	100048
传 真	010-64891796	编辑部电话	010-64981275	
网 址	http://www.esph.com.cn	市场部电话	010-64989009	
经 销	各地新华书店			
印 刷	北京昊天弘业印务有限公司			
开 本	210毫米×297毫米 16开			
印 张	25			
字 数	1000千	版 次	2014年1月第1版	
定 价	53.00元	印 次	2014年1月第1次印刷	

如有印装质量问题,请到所购图书销售部门联系调换(联系电话 010-63735353)。

导读图示

【考纲解读】

解读高考大纲 明确高考方向 做到有的放矢

【五年高考】

洞悉五年高考 熟知命题规律 做到知己知彼

【知识方法】

突破重点难点 掌握方法技巧 做到事半功倍

5年
3年
模拟

第一章 集合与常用逻辑用语

§ 1.1 集合的概念及运算

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例
1. 集合的含义与表示	①了解集合的含义、元素与集合的属于关系； ②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题	了解	2011 福建, 1; 2009 广东, 1
2. 集合间的基本关系	①理解集合之间包含与相等的含义, 能识别给定集合的子集; ②在具体情境中, 了解全集与空集的含义	理解	2012 江西, 1; 2010 福建, 1; 2009 江苏, 11
3. 集合的基本运算	①理解两个集合的并集与交集的含义, 会求两个简单集合的并集与交集; ②理解在给定集合中一个子集的补集的含义, 会求给定子集的补集; ③能使用韦恩(Venn)图描述集合的关系及运算	理解	2012 北京, 1; 2013 浙江, 1; 2011 北京, 1; 2010 湖南全国, 1

1. 理解、掌握集合的表示方法, 能够判断元素与集合、集合与集合之间的关系; 能判断集合是否相等; 2. 能够正确理解含有多个条件的命题; 3. 掌握集合的运算, 并能在实际情境中, 理解集合的运算和性质; 4. 掌握命题的真假关系, 会证明命题; 5. 掌握等值命题; 6. 掌握命题的否定及复合命题的真假关系

【五年高考】

一 考点一 集合的含义与表示

1. (2013 山东, 2, 5 分) 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 则集合 $B = \{x | y = x^2, x \in A\}$ 中元素的个数是 ()
- A. 1 B. 3 C. 5 D. 9
2. (2012 福建, 1, 5 分) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | y = x^2, x \in A\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数是 ()
- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10
3. (2011 福建, 1, 5 分) 设集合 $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $A = \{s | s \in S, s-1 \in S\}$, $B = \{s | s \in S, s+1 \in S\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二 考点二 集合中元素的特征

1. (2012 江西, 1, 5 分) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. (2010 江西, 4, 5 分) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2 5年高中3年模拟 A组 高考真题

【知识方法】

一 考点一 集合的含义与表示

1. 元素与集合的关系有且仅有两种: ①“用符号”表示: 如 $a \in A$; ②“用符号”表示: 如 $a \notin A$.
2. 集合中元素的特征: 确定性、互异性、无序性.
3. 集合的分类: ①按元素个数分: 有限集、无限集; ②按元素性质分: 数集、点集、几何图形、集合.

名称	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	\mathbb{N}	\mathbb{N}^+	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}

二 考点二 集合间的基本关系

名称	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
子集	$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{N}^+ \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$	$\mathbb{N}^+ \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$	$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$	$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$	$\mathbb{R} \subseteq \mathbb{R}$
真子集	$\mathbb{N} \subset \mathbb{N}^+ \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	$\mathbb{N}^+ \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	$\mathbb{R} \subset \mathbb{R}$
集合相等	$\mathbb{N} = \mathbb{N}$	$\mathbb{N}^+ = \mathbb{N}^+$	$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}$	$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}$	$\mathbb{R} = \mathbb{R}$

1. 集合相等: 两个集合的元素完全相同, 则两个集合相等. 集合相等是集合间的一种特殊关系.

2. 集合相等: 两个集合的元素完全相同, 则两个集合相等. 集合相等是集合间的一种特殊关系.

智力背景

分享智力背景
拓宽知识视野
做到快乐学习

讲练分册 随堂使用方便



题组经典 答案全解全析

题组训练

演练经典模拟
能力分层提升
做到自我超越

第一章 集合与常用逻辑用语

§ 1.1 集合的概念及运算

A组 2012—2014年模拟基础测试题组

一 考点一 集合的含义与表示

1. (2014 安徽师大附中 1 月) 集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. (2013 陕西西安 4 月) 集合 $M = \{2, 2^2, \dots, 2^n\}$, $N = \{1, 2, \dots, n\}$, 若 $M \cap N = \{2\}$, 则 $M \cup N =$ ()
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

二 考点二 集合间的基本关系

1. (2012 山东) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. (2013 浙江) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

三 考点三 集合的基本运算

1. (2014 安徽师大附中 1 月) 集合 $A = \{x | x^2 = 1\}$, $B = \{x | x = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
2. (2013 陕西西安 4 月) 集合 $M = \{2, 2^2, \dots, 2^n\}$, $N = \{1, 2, \dots, n\}$, 若 $M \cap N = \{2\}$, 则 $M \cup N =$ ()
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3\}$

B组 2012—2014年模拟提升测试题组

一、选择题(每小题5分,共30分)

1. (2014 安徽师大附中 1 月) 已知集合 $M = \{x | y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x | y = 2^x, x > 0\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
2. (2014 湖北黄冈中学) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
3. (2012 山东) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. (2013 浙江) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、解答题(每小题10分,共20分)

1. (2014 安徽师大附中 1 月) 已知集合 $M = \{x | y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x | y = 2^x, x > 0\}$, 求 $M \cap N$.
2. (2013 陕西西安 4 月) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 求 $A \cap B$.

目录 contents

第一章 集合与常用逻辑用语	1
§ 1.1 集合的概念及运算	1
§ 1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件	4
§ 1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词	6
第二章 函数的概念与基本初等函数 I (指数函数、对数函数、幂函数)	9
§ 2.1 函数及其表示	9
§ 2.2 函数的基本性质	12
§ 2.3 二次函数与幂函数	14
§ 2.4 指数与指数函数	17
§ 2.5 对数与对数函数	19
§ 2.6 函数的图象	22
§ 2.7 函数的值域与最值	25
§ 2.8 函数与方程	27
§ 2.9 函数模型及其应用	29
第三章 导数及其应用	32
§ 3.1 导数的概念及其运算	32
§ 3.2 导数的应用	35
§ 3.3 定积分与微积分基本定理	38
第四章 基本初等函数 II (三角函数)	41
§ 4.1 三角函数的概念、同角三角函数的基本关系式和诱导公式	41
§ 4.2 三角函数的图象与性质	45
§ 4.3 三角函数的最值与综合应用	48
§ 4.4 三角恒等变换	50
§ 4.5 解三角形	53
第五章 平面向量	56
§ 5.1 平面向量的基本概念与线性运算	56
§ 5.2 平面向量基本定理及坐标表示	58
§ 5.3 平面向量的数量积及其应用	61
第六章 数列	64
§ 6.1 数列的概念与简单表示法	64
§ 6.2 等差数列及其前 n 项和	67
§ 6.3 等比数列及其前 n 项和	70
§ 6.4 数列的综合应用	73
第七章 不等式	76
§ 7.1 不等关系与不等式	76
§ 7.2 一元二次不等式及其解法	78
§ 7.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划	81
§ 7.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b > 0)$	84
§ 7.5 不等式的综合应用	86

contents

第八章 立体几何	88
§ 8.1 空间几何体的结构及其三视图和直观图	88
§ 8.2 空间几何体的表面积与体积	91
§ 8.3 空间点、直线、平面之间的位置关系	94
§ 8.4 直线、平面平行的判定与性质	97
§ 8.5 直线、平面垂直的判定与性质	101
§ 8.6 空间向量在立体几何中的应用	105
第九章 平面解析几何	110
§ 9.1 直线方程与两条直线的位置关系	110
§ 9.2 圆的方程	115
§ 9.3 直线与圆、圆与圆的位置关系	117
§ 9.4 椭圆及其性质	120
§ 9.5 双曲线及其性质	124
§ 9.6 抛物线及其性质	128
§ 9.7 曲线与方程	132
§ 9.8 圆锥曲线的综合问题	135
第十章 计数原理	141
§ 10.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理、排列与组合	141
§ 10.2 二项式定理	144
第十一章 概率与统计	147
§ 11.1 随机事件及其概率	147
§ 11.2 古典概型与几何概型	149
§ 11.3 离散型随机变量及其分布列、均值与方差	152
§ 11.4 二项分布与正态分布	157
§ 11.5 抽样方法与总体分布的估计	160
§ 11.6 变量间的相关关系、统计案例	165
第十二章 算法初步	169
第十三章 推理与证明	174
第十四章 数系的扩充与复数的引入	178
第十五章 几何证明选讲	181
第十六章 坐标系与参数方程	185
第十七章 不等式选讲	189
题组训练	193
答案全解全析	279

智力背景

趣味数学

以“规”“矩”度天下之方圆	1	懂得数学,一辈子受用不尽	49
一百个核桃	2	隐藏于大自然中的“对称”	50
整数多还是偶数多	3	网球选手的动作暗含数学原理	51
自恋性数字	4	隐藏在日常生活中的数学	52
从一系列数中获得的天文发现	5	职业特点	53
黄金角 137.5°	7	蜗牛爬井问题	54
牛郎和织女	8	神奇的数学比喻	55
高明的蜂王	10	生日的奇迹	56
美丽的数学 奇妙的图像	11	三十六军官问题	58
有关人体的一些有趣数字	12	被墨水盖住的算式	60
千千万、万万千	13	莱氏数学游戏	61
古诗中的数学问题	14	千岛碧水画中游 动人数字显神奇	62
数学与墓碑	15	电脑算命	63
老寿星	17	大海里的船	64
习惯路线	18	药剂师的砝码	65
“六一七四”问题	19	华罗庚的退步解题方法	66
数学史上的一场论战	20	百鸡问题	68
检票问题	21	假币谜题	69
珠算与算盘	23	虎狐争胜	70
破译希特勒密码	25	“河妇荡杯”	72
电脑游戏解难题	26	第一个 100 分	73
强盗的难题	28	且看诸葛亮如何妙算	75
韩信点兵	30	改革足球赛计分规则	77
自行车头盔与节能汽车	32	环球旅行	79
小数点与大悲剧	33	数学家的“健忘”	81
“0”的故事	35	战争中的数学	82
神奇的功勋	36	数学家的回答	83
为什么放大镜不能把角放大	37	你知道数字黑洞吗	85
耐普尔灌醉鸽子	38	对数螺线与蜘蛛网	86
小洪的实用数学	39	蜂巢断面为正六边形	88
爱迪生巧算灯泡容积	40	分栗子	89
神奇的古建筑 完美的几何体	41	BSD 猜想	90
增强记忆的五步法	42	奔跑的狗	91
学数学就像学骑自行车	44	牵牛花的螺旋	93
对联中数字的绝妙使用	45	植物的数学奇趣	94
素数的魅力	46	斐波那契兔子问题	96
上帝之数——神秘的完美数	47	花瓣知多少	98
不可能的三接棍	48	多少只蚂蚁	99

contents

免费的午餐	100	六十进制的由来	146
动物与数学	102	戏说日常生活中的数学名词——必要条件	147
利用轨迹解决龟兔赛跑问题	104	三角学发展简史	148
窃窃私语的画廊	105	《海岛算经》	149
雪花曲线	106	对数符号	150
说说奇妙的圆形	108	埃及金字塔的数字与几何结构	152
人类能瞬间穿越时空隧道吗	110	你了解黄金体吗	153
一个死囚的数学智慧	111	现代几何公理体系	154
聪明的马克·吐温	112	你知道分形几何学吗	157
伊拉托瑟尼测量子午线的长度	113	你了解机器证明吗	158
蝴蝶效应	114	瑞士巴塞尔城的伯努利家族	159
运筹学	116	杨辉	160
逻辑学的用处	119	华尔街最有名的数学家	161
数学老师收到的短信	120	自学成才的科学巨匠——华罗庚	162
似是而非的数学	121	数学名家	
鹧鸪天·男女捉兔	122	熊庆来	163
愚公分月饼	123	刘徽	167
生活中的数学	124	刘应明——中国的查德	168
何时相聚	125	整个国际密码学界为之震惊的中国女性王小云	169
路标数字	126	王氏悖论	170
智力游戏——汽油问题	127	谷超豪的数学人生	171
桶里的水	128	杨-张定理	174
数学成就		田刚	175
弧度制	129	英国数学家康威	176
你了解梅森素数吗	130	景氏算子	177
你了解数论吗	132	东方第一几何学家——苏步青	178
有限与无限的思想	133	数理统计学学科的奠基者——费歇尔	179
世界是数学的	135	李群和李代数	181
何谓“对称”	137	欧拉失明之后	182
《九章算术》简介	138	流星数学家	185
我可以创造一个宇宙	139	周春荔先生	186
什么是数学模型呢	140	陶哲轩——数学界的莫扎特	187
石钟慈与中国计算数学的发展	141	徐光启	189
分解质因数的来源	142	伯克霍夫	190
规矩和直尺	143	克莱罗方程	191
《孙子算经》	145	吴文俊——在风雨石缝里崛起的数学家	192

5年
3年
WUJIAN GAOKAO

第一章 集合与常用逻辑用语

§ 1.1 集合的概念及运算

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例
1. 集合的含义与表示	①了解集合的含义、元素与集合的属于关系； ②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题	了解	2011 福建,1; 2009 广东,1
2. 集合间的基本关系	①理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集; ②在具体情境中,了解全集与空集的含义	理解	2012 江西,1; 2010 湖南,1; 2009 江苏,11
3. 集合的基本运算	①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集; ②理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集; ③能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算	理解	2012 北京,1; 2012 浙江,1; 2011 北京,1; 2010 课标全国,1

分析解读

1. 理解、掌握集合的表示方法,能够判断元素与集合、集合与集合之间的关系.2. 能判断集合是否相等.3. 能够正确处理含有字母的讨论问题.4. 掌握集合的交、并、补的运算和性质.5. 要求具备数形结合的思想意识,会借助 Venn 图、数轴等工具解决集合运算问题.

【五年高考】

答案
P279

考点一 集合的含义与表示

- (2013 山东,2,5 分) 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, 则集合 $B = \{x - y | x \in A, y \in A\}$ 中元素的个数是 ()
A. 1 B. 3 C. 5 D. 9
- (2012 课标全国,1,5 分) 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ()
A. 3 B. 6 C. 8 D. 10
- (2011 福建,1,5 分) i 是虚数单位,若集合 $S = \{-1, 0, 1\}$, 则 ()
A. $i \in S$ B. $i^2 \in S$ C. $i^3 \in S$ D. $\frac{2}{i} \in S$
- (2010 福建,9,5 分) 对于复数 a, b, c, d , 若集合 $S = \{a, b, c, d\}$ 具有性质“对任意 $x, y \in S$, 必有 $xy \in S$ ”, 则当 $\begin{cases} a=1, \\ b^2=1, \\ c^2=b \end{cases}$ 时, $b+c+d$ 等于 ()
A. 1 B. -1 C. 0 D. i

考点二 集合间的基本关系

- (2012 江西,1,5 分) 若集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{0, 2\}$, 则集合 $\{z | z = x + y, x \in A, y \in B\}$ 中的元素的个数为 ()
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
- (2011 辽宁,2,5 分) 已知 M, N 为集合 I 的非空真子集, 且 M, N 不相等, 若 $N \cap \bar{M} = \emptyset$, 则 $M \cup N =$ ()
A. M B. N C. I D. \emptyset
- (2010 天津,9,5 分) 设集合 $A = \{x | |x - a| < 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | |x - b| > 2, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 a, b 必满足 ()
A. $|a + b| \leq 3$ B. $|a + b| \geq 3$ C. $|a - b| \leq 3$ D. $|a - b| \geq 3$
- (2013 江苏,4,5 分) 集合 $\{-1, 0, 1\}$ 共有 _____ 个子集.

考点三 集合的基本运算

- (2013 广东,1,5 分) 设集合 $M = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cup N =$ ()
A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$
- (2013 四川,1,5 分) 设集合 $A = \{x | x + 2 = 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 4 = 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{-2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{-2, 2\}$ D. \emptyset

智力背景

以“规”“矩”度天下之方圆 山东省嘉祥县一座古建筑石室造像中,有两位古代神化中我们远古祖先的形象,一位是伏羲,一位是女娲.

伏羲手中物体就是规,与圆规相似;女娲手中物体叫矩,呈直角拐尺形.



3. (2013 浙江, 2, 5 分) 设集合 $S = \{x | x > -2\}$, $T = \{x | x^2 + 3x - 4 \leq 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} S) \cup T =$ ()
 A. $(-2, 1]$ B. $(-\infty, -4]$
 C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, +\infty)$
4. (2013 辽宁, 2, 5 分) 已知集合 $A = \{x | 0 < \log_4 x < 1\}$, $B = \{x | x \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $(0, 1)$ B. $(0, 2]$ C. $(1, 2)$ D. $(1, 2]$
5. (2012 北京, 1, 5 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | 3x + 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | (x+1)(x-3) > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, -\frac{2}{3})$
 C. $(-\frac{2}{3}, 3)$ D. $(3, +\infty)$
6. (2012 山东, 2, 5 分) 已知全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B$ 为 ()
 A. $\{1, 2, 4\}$ B. $\{2, 3, 4\}$ C. $\{0, 2, 4\}$ D. $\{0, 2, 3, 4\}$

7. (2012 浙江, 1, 5 分) 设集合 $A = \{x | 1 < x < 4\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()
 A. $(1, 4)$ B. $(3, 4)$
 C. $(1, 3)$ D. $(1, 2) \cup (3, 4)$
8. (2011 北京, 1, 5 分) 已知集合 $P = \{x | x^2 \leq 1\}$, $M = \{a\}$. 若 $P \cup M = P$, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty, -1]$ B. $[1, +\infty)$
 C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
9. (2010 课标全国, 1, 5 分) 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 4, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $(0, 2)$ B. $[0, 2]$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
10. (2012 江苏, 1, 5 分) 已知集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
11. (2012 四川, 13, 4 分) 设全集 $U = \{a, b, c, d\}$, 集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c, d\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ _____.

知识方法



知识清单

考点一 集合的含义与表示

1. 元素与集合的关系有且仅有两种: ① _____ (用符号“ \in ”表示) 和 ② _____ (用符号“ \notin ”表示). 如 $a \in A, a \notin B$ 等.

2. 集合中元素的特征

确定性	作为一个集合中的元素, 必须是确定的. 即一个集合一旦确定, 某一个元素属不属于这个集合是确定的. 要么是该集合中的元素, 要么不是, 二者必居其一, 这个特性通常被用来判断涉及的总体是否能构成集合
互异性	集合中的元素必须是互异的. 对于一个给定的集合, 它的任何两个元素都是不同的. 这个特性通常被用来判断集合的表示是否正确, 或用来求集合中的未知元素
无序性	集合与其中元素的排列顺序无关, 如 a, b, c 组成的集合与 b, c, a 组成的集合是相同的集合. 这个特性通常被用来判断两个集合的关系

3. 集合的分类: ③ _____; ④ _____. 特别地, 我们把不含有任何元素的集合叫做 ⑤ _____, 记作 \emptyset .

4. 常用数集及其符号表示

名称	非负整数集 (自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	⑥ _____	\mathbb{N}^* 或 \mathbb{N}_+	⑦ _____	\mathbb{Q}	⑧ _____

5. 集合的表示方法: ⑨ _____; 描述法; ⑩ _____.

考点二 集合间的基本关系

名称	自然语言描述	符号语言表示	Venn 图表示
子集	如果集合 A 中所有元素都是集合 B 中的元素, 则称集合 A 为集合 B 的子集	$A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)	
真子集	如果集合 $A \subseteq B$, 存在元素 $a \in B$, 但 $a \notin A$, 则称集合 A 是集合 B 的真子集	⑪ _____	
集合相等	如果集合 A 与集合 B 中的元素相同, 那么就说集合 A 与集合 B 相等	$A = B$	

考点三 集合的基本运算

并集	对于两个给定集合 A, B , 由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合	$A \cup B = \{x x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$	
交集	对于两个给定集合 A, B , 由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合	⑫ _____	



一百个核桃 有 100 个核桃, 要分给 25 个人, 要求谁也不许分到偶数个. 你能做到吗?

答案: 这个题是不可解的. 假如 100 这个数可以分成 25 个奇数的话, 那么就仿佛说奇数个奇数的和等于 100, 即等于偶数了, 而这当然是不可能的. 事实上, 我们这里共有 12 对奇数, 另外还有一个奇数. 每一对奇数的和是偶数, 12 个偶数相加, 它的和也是偶数; 再加上一个奇数, 就又成了奇数. 因此, 100 个核桃分给 25 个人, 每个人都不许分到偶数个是不可能的.

补集	<p>对于一个集合 A, 由全集 U 中所有属于集合 U 但不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 在全集 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$</p>	$\complement_U A = \{x \mid x \in U, \text{且 } x \notin A\}$	
----	--	--	--

●答案 ①属于 ②不属于 ③无限集 ④有限集 ⑤空集
⑥N ⑦Z ⑧R ⑨列举法 ⑩Venn 图法 ⑪ $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$) ⑫ $A \cap B = \{x \mid x \in A, \text{且 } x \in B\}$

突破方法

方法1 集合的含义与表示的解题方法

例1 (2011 广东, 2, 5 分) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) \mid x, y \text{ 为实数, 且 } y = x\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

●解题导引



●解析 解法一: A 为圆心在原点的单位圆, B 为过原点的直线, 故有 2 个交点, 故选 C.

解法二: 由 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x \end{cases}$, 可得 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$, 或 $\begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$, 故选 C.

●答案 C

◆变式训练

1-1 3 个集合: ① $\{x \mid y = x^2 + 1\}$; ② $\{y \mid y = x^2 + 1\}$; ③ $\{(x, y) \mid y = x^2 + 1\}$.

- (1) 它们是不是相同的集合?
(2) 它们各自的含义是什么?

方法2 集合间的基本关系的解题方法

在解决集合间的关系问题时应注意以下两点:

(1) 要善于运用数形结合、分类讨论、化归与转化等数学思想方法来解集合的问题.

(2) 对含有参数的集合问题讨论时, 若 $A \subseteq B$, 要对 $A = \emptyset$ 和 $A \neq \emptyset$ 进行分类讨论.

例2 (2012 东北三校二模, 18, 12 分) 已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 2m - 1 < x < m + 1\}$, 且 $B \subseteq A$. 求实数 m 的取值范围.

●解题导引

就 B 是否为空集进行讨论, 利用 $B \subseteq A$ 列出关于 m 的不等式(组)求解.

●解析 $\because B \subseteq A$,

(1) 当 $B = \emptyset$ 时, $m + 1 \leq 2m - 1$, 解得 $m \geq 2$. (4分)

(2) 当 $B \neq \emptyset$ 时, 有 $\begin{cases} -3 \leq 2m - 1, \\ m + 1 \leq 4, \\ 2m - 1 < m + 1, \end{cases}$ (8分)

解得 $-1 \leq m < 2$, (10分)

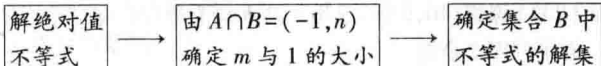
综上得 $m \geq -1$. (12分)

方法3 集合的基本运算的解题方法

集合的基本运算包括集合间的交、并、补运算, 解决此类运算问题一般注意以下几点: 一是看元素组成, 集合是由元素组成的, 从研究集合中元素的构成入手是解决运算问题的前提; 二是对集合化简, 有些集合是可以化简的, 如果先化简再研究其关系并进行运算, 可使问题变得简单明了, 易于解决; 三是注意数形结合思想的应用, 集合运算常用的数形结合形式有数轴、坐标系和 Venn 图.

例3 (2012 天津, 11, 5 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + 2| < 3\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x - m)(x - 2) < 0\}$, 且 $A \cap B = (-1, n)$, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

●解题导引

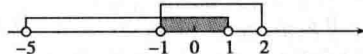


→ 借助数轴求解

●解析 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + 2| < 3\} = \{x \in \mathbf{R} \mid -5 < x < 1\}$,

由 $A \cap B = (-1, n)$ 可知 $m < 1$, 则 $B = \{x \mid m < x < 2\}$,

画出数轴, 可得 $m = -1, n = 1$.



●答案 -1; 1

◆变式训练

3-1 (2011 天津, 13, 5 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + 3| + |x - 4| \leq 9\}$, $B = \left\{x \in \mathbf{R} \mid x = 4t + \frac{1}{t} - 6, t \in (0, +\infty)\right\}$, 则集合 $A \cap B =$ _____.

三年模拟

见题组训练起始页码 193

智力背景

整数多还是偶数多 从 1 到 100 的整数里, 整数有 100 个, 而偶数只有 50 个, 所以在这 100 个数里, 整数比偶数多. 所有的整数和所有的偶数相比, 哪一种个数多呢? 你可能会说: “当然整数比偶数多啦.” 事实上: 对每一个整数, 都可以找到和它对应的偶数, 只要将那个整数乘 2 就行了. 这就是说, 偶数绝不比整数少. 另外, 对每一个偶数, 你也能够找到和它对应的整数, 只要将那个偶数除以 2 就可以了. 这说明, 整数也不比偶数少. 那么正确答案: 整数和偶数一样多.



§ 1.2 命题及其关系、充分条件与必要条件

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例
1. 命题及其关系	①理解命题的概念; ②了解“若 p ,则 q ”形式的命题及其逆命题、否命题与逆否命题,会分析四种命题的相互关系	了解	2012 湖南,2; 2012 福建,3; 2010 天津,3
2. 充分条件与必要条件	理解必要条件、充分条件与充要条件的意义	理解	2013 福建,2

分析解读

1. 了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题;通过对概念的理解,会写出一个命题的其他三个命题,并判断其真假. 2. 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系,会判断命题的充分、必要条件. 3. 理解“当 p 和 q 互为充要条件时,也称 p 和 q 等价”.

【五年高考】

答案
P280

考点一 命题及其关系

1. (2012 福建,3) 下列命题中,真命题是 ()

A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, e^{x_0} \leq 0$

B. $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > x^2$

C. $a+b=0$ 的充要条件是 $\frac{a}{b} = -1$

D. $a>1, b>1$ 是 $ab>1$ 的充分条件

2. (2011 课标,10,5分) 已知 a 与 b 均为单位向量,其夹角为 θ ,有下列四个命题

$$p_1: |a+b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right) \quad p_2: |a+b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left(\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$$

$$p_3: |a-b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right) \quad p_4: |a-b| > 1 \Leftrightarrow \theta \in \left(\frac{\pi}{3}, \pi\right]$$

其中的真命题是 ()

A. p_1, p_4 B. p_1, p_3 C. p_2, p_3 D. p_2, p_4

3. (2010 天津,3) 命题“若 $f(x)$ 是奇函数,则 $f(-x)$ 是奇函数”的否命题是 ()

A. 若 $f(x)$ 是偶函数,则 $f(-x)$ 是偶函数

B. 若 $f(x)$ 不是奇函数,则 $f(-x)$ 不是奇函数

C. 若 $f(-x)$ 是奇函数,则 $f(x)$ 是奇函数

D. 若 $f(-x)$ 不是奇函数,则 $f(x)$ 不是奇函数

考点二 充分条件与必要条件

1. (2013 福建,2,5分) 已知集合 $A = \{1, a\}, B = \{1, 2, 3\}$,则“ $a=3$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. (2012 天津,2,5分) 设 $\varphi \in \mathbf{R}$,则“ $\varphi=0$ ”是“ $f(x) = \cos(x+\varphi)$ ($x \in \mathbf{R}$)为偶函数”的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. (2012 安徽,6,5分) 设平面 α 与平面 β 相交于直线 m ,直线 a 在平面 α 内,直线 b 在平面 β 内,且 $b \perp m$,则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. (2012 陕西,3,5分) 设 $a, b \in \mathbf{R}, i$ 是虚数单位,则“ $ab=0$ ”是“复数 $a + \frac{b}{i}$ 为纯虚数”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. (2012 四川,7,5分) 设 a, b 都是非零向量. 下列四个条件中,使 $\frac{a}{|a|} = \frac{b}{|b|}$ 成立的充分条件是 ()

A. $a = -b$

B. $a \parallel b$

C. $a = 2b$

D. $a \parallel b$ 且 $|a| = |b|$

6. (2011 天津,2,5分) 设 $x, y \in \mathbf{R}$,则“ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 4$ ”的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

自恋性数字 除了0和1,自然数中各位数字的立方之和与其本身相等的只有153、370、371和407(此四个数称为“水仙花数”).我们开始时取任意一个可被3整除的正整数,分别将其各位数字的立方求出,将这些立方相加组成一个新数然后重复这个程序.除了“水仙花数”外,还有四位的“玫瑰花数”(1 634、8 208、9 474)、五位的“五角星数”(54 748、92 727、93 084),当数字个数大于五位时,这类数字就叫做“自幂数”.

【知识方法】

知识清单

考点一 命题及其关系

1. 命题的概念

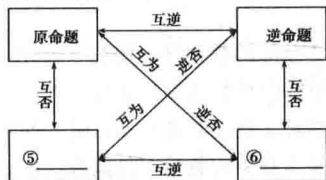
在数学中用语言、符号或式子表达的,可以①_____的陈述句叫做命题.其中②_____的语句叫真命题,判断为假的语句叫假命题.

2. 四种命题及其关系

(1) 四种命题

命题	表述形式
原命题	若 p , 则 q
逆命题	③ _____
否命题	若 $\neg p$, 则 $\neg q$
逆否命题	④ _____

(2) 四种命题间的关系



(3) 四种命题的真假关系

- (i) 两个命题互为逆否命题,它们有相同的真假性;
- (ii) 两个命题互为逆命题或互为否命题,它们的真假性没有关系.

考点二 充分条件与必要条件

1. 如果 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的⑦_____, q 是 p 的必要条件.
2. 如果 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的⑧_____.

●答案 ①判断真假 ②判断为真 ③若 q , 则 p ④若 $\neg q$, 则 $\neg p$ ⑤否命题 ⑥逆否命题 ⑦充分条件 ⑧充要条件

突破方法

方法1 四种命题及其真假的判定方法

(1) 在判断四种命题之间的关系时,首先要分清命题的条件与结论,再比较每个命题的条件与结论之间的关系,要注意四种命题关系的相对性,一个命题定为原命题,也就相应地有了它的“逆命题”“否命题”和“逆否命题”.

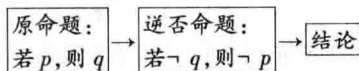
(2) 原命题与其逆否命题为等价命题,逆命题与其否命题为等价命题.两个命题为互逆命题或互否命题,它们的真假性没有关系.

例1 (2012 湖南,2,5分)命题“若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha = 1$ ”的

逆否命题是

- A. 若 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha \neq 1$
- B. 若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha \neq 1$
- C. 若 $\tan \alpha \neq 1$, 则 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$
- D. 若 $\tan \alpha \neq 1$, 则 $\alpha = \frac{\pi}{4}$

● 解题导引



●解析 命题“若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 则 $\tan \alpha = 1$ ”的逆否命题是“若 $\tan \alpha \neq 1$, 则 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$ ”, 故选 C.

● 答案 C

◆ 变式训练

1-1 (2011 陕西,1,5分) 设 a, b 是向量, 命题“若 $a = -b$, 则 $|a| = |b|$ ”的逆命题是

- A. 若 $a \neq -b$, 则 $|a| \neq |b|$
- B. 若 $a = -b$, 则 $|a| \neq |b|$
- C. 若 $|a| \neq |b|$, 则 $a \neq -b$
- D. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = -b$

方法2 充分条件与必要条件的判断方法

1. 命题判断法

设“若 p , 则 q ”为原命题, 那么:

- (1) 原命题为真, 逆命题为假时, p 是 q 的充分不必要条件;
- (2) 原命题为假, 逆命题为真时, p 是 q 的必要不充分条件;
- (3) 原命题与逆命题都为真时, p 是 q 的充要条件;
- (4) 原命题与逆命题都为假时, p 是 q 的既不充分也不必要条件.

2. 集合判断法

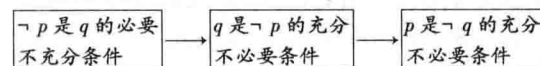
从集合的观点看, 建立命题 p, q 相应的集合, 即 $p: A = \{x | p(x) \text{ 成立}\}, q: B = \{x | q(x) \text{ 成立}\}$, 那么:

- (1) 若 $A \subseteq B$, 则 p 是 q 的充分条件;
- (2) 若 $A \subsetneq B$, 则 p 是 q 的充分不必要条件;
- (3) 若 $B \subseteq A$, 则 p 是 q 的必要条件;
- (4) 若 $B \subsetneq A$, 则 p 是 q 的必要不充分条件;
- (5) 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 即 $A = B$, 则 p 是 q 的充要条件.

例2 (2013 山东,7,5分) 给定两个命题 p, q . 若 $\neg p$ 是 q 的必要而不充分条件, 则 p 是 $\neg q$ 的

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

● 解题导引



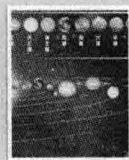
●解析 $\because \neg p$ 是 q 的必要而不充分条件, $\therefore q \Rightarrow \neg p$, 但 $\neg p \not\Rightarrow q$, 其逆否命题为 $p \Rightarrow \neg q$, 但 $\neg q \not\Rightarrow p$, 因为原命题与其逆否命题是等价命题, 故选 A.

● 答案 A

【三年模拟】

见题组训练起始页码194

从一系列数中获得的天文发现(一) 据说1772年,德国天文学家波得发现了太阳与行星距离的规律,根据这个规律算出了当时已发现的行星与太阳的距离(单位略)分别为:水星4、金星7、地球10、火星16、木星52、土星100.天文学家们将上列中各数分别减4得到一系列数:0、3、6、12、48、96.这些数之间竟有一个奇妙的规律:如果在12和48之间再添上24的话,那么除第一个数以外每个数都是前面一个数的2倍.



§ 1.3 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例
1.简单的逻辑联结词	了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义	了解	2013 湖北,3; 2012 北京,14
2.全称量词与存在量词	①理解全称量词与存在量词的意义; ②能正确地对含有一个量词的命题进行否定	理解	2013 重庆,2; 2013 四川,4; 2012 辽宁,4; 2010 辽宁,11

分析解读

1.会判断含有一个量词的全称命题或特称命题的真假,能正确地对含有一个量词的命题进行否定.2.能用逻辑联结词“或”“且”“非”正确地表达相关的数学命题.

【五年高考】

答案
P280

考点一 简单的逻辑联结词

1. (2013 湖北,3,5分) 在一次跳伞训练中,甲、乙两位学员各跳一次.设命题 p 是“甲降落在指定范围”, q 是“乙降落在指定范围”,则命题“至少有一位学员没有降落在指定范围”可表示为

- ()
- A. $(\neg p) \vee (\neg q)$ B. $p \vee (\neg q)$
C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \vee q$

考点二 全称量词与存在量词

1. (2013 重庆,2,5分) 命题“对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 \geq 0$ ”的否定为

- ()
- A. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 < 0$ B. 不存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 < 0$
C. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 \geq 0$ D. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 < 0$

2. (2012 湖北,2,5分) 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{I}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}, x_0^3 \in \mathbf{Q}$ ”的否定是 ()

- A. $\exists x_0 \notin \mathbb{I}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}, x_0^3 \in \mathbf{Q}$ B. $\exists x_0 \in \mathbb{I}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}, x_0^3 \notin \mathbf{Q}$
C. $\forall x \notin \mathbb{I}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}, x^3 \in \mathbf{Q}$ D. $\forall x \in \mathbb{I}_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}, x^3 \notin \mathbf{Q}$

3. (2012 辽宁,4,5分) 已知命题 $p: \forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, [f(x_2) - f(x_1)] \cdot (x_2 - x_1) \geq 0$, 则 $\neg p$ 是

- ()
- A. $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}, [f(x_2) - f(x_1)](x_2 - x_1) \leq 0$
B. $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, [f(x_2) - f(x_1)](x_2 - x_1) \leq 0$
C. $\exists x_1, x_2 \in \mathbf{R}, [f(x_2) - f(x_1)](x_2 - x_1) < 0$
D. $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}, [f(x_2) - f(x_1)](x_2 - x_1) < 0$

4. (2011 安徽,7,5分) 命题“所有能被 2 整除的整数都是偶数”的否定是 ()

- A. 所有不能被 2 整除的整数都是偶数
B. 所有能被 2 整除的整数都不是偶数
C. 存在一个不能被 2 整除的整数是偶数
D. 存在一个能被 2 整除的整数不是偶数

5. (2010 辽宁,11,5分) 已知 $a > 0$, 则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax = b$ 的充要条件是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
B. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
C. $\forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
D. $\forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$

6. (2012 北京,14,5分) 已知 $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$, $g(x) = 2^x - 2$. 若同时满足条件:

- ① $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$;
② $\exists x \in (-\infty, -4), f(x)g(x) < 0$,
则 m 的取值范围是_____.

【知识方法】

知识清单

考点一 简单的逻辑联结词

(1) 用联结词“且”连接命题 p 和命题 q , 记作①_____, 读作“ p 且 q ”.

(2) 用联结词“或”连接命题 p 和命题 q , 记作 $p \vee q$, 读作“ p 或 q ”.

(3) 对一个命题 p 全盘否定记作②_____, 读作“非 p ”或“ p 的否定”.

(4) 命题 $p \wedge q, p \vee q, \neg p$ 的真假判断, 如下表:



从一系列数中获得的天文发现(二) 这仅仅是纸上谈兵的数学游戏吗? 还是真和行星的位置有什么关系? 到了 1781 年, 天王星被发现, 人们算得它与太阳的距离是 192. 真巧, 这个数不用减 4, 就是数列中 96 的 2 倍. 这一发现, 引起了人们的极大兴趣. 为了在数列中的 12 和 48 之间插入 24, 科学家们猜测: 在与太阳距离 28 (即 $24+4$) 的地方应该有一颗行星. 1801 年 12 月 7 日, 科学家终于找到了这颗行星——谷神星, 它与太阳的距离约是 28.

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$
真	真	假	真	真
真	假	假	真	假
假	真	真	真	假
假	假	真	假	假

二 考点二 全称量词与存在量词

1. 全称量词与存在量词

(1) 常见的全称量词有：“任意一个”“一切”“每一个”“任给”“所有的”等。

(2) 常见的存在量词有：“存在一个”“至少有一个”“有些”“有一个”“某个”“有的”等。

(3) 全称量词用符号“ \forall ”表示；存在量词用符号“ \exists ”表示。

2. 全称命题与特称命题

(1) 含有全称量词的命题，叫做④_____；“对 M 中任意一个 x ，有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为： $\forall x \in M, p(x)$ 。

(2) 含有存在量词的命题，叫做特称命题；“存在 M 中的元素 x_0 ，使 $p(x_0)$ 成立”可用符号简记为： $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ 。

3. 含有一个量词的命题的否定

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	$\exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$
$\exists x \in M, p(x)$	⑤_____

4. 同一个全称命题、特称命题，由于自然语言的不同，可能有不同的表述方法，在实际应用中可以灵活地选择。

命题	全称命题“ $\forall x \in A, p(x)$ ”	特称命题“ $\exists x \in A, p(x)$ ”
表述方法	(1) 对所有的 $x \in A, p(x)$ 成立	(1) 存在 $x \in A$ ，使 $p(x)$ 成立
	(2) 对一切 $x \in A, p(x)$ 成立	(2) 至少有一个 $x \in A$ ，使 $p(x)$ 成立
	(3) 对每一个 $x \in A, p(x)$ 成立	(3) 对有些 $x \in A, p(x)$ 成立
	(4) 任选一个 $x \in A, p(x)$ 成立	(4) 对某个 $x \in A, p(x)$ 成立
	(5) 凡 $x \in A$ ，都有 $p(x)$ 成立	(5) 有一个 $x \in A$ ，使 $p(x)$ 成立

●答案 ① $p \wedge q$ ② $\neg p$ ③ \exists ④ 全称命题 ⑤ $\forall x \in M, \neg p(x)$

突破方法

方法1 复合命题真假的判断方法——真值表法

对于复合命题真假的判断，一定要分清其结构形式，确定构成它的简单命题 p 和 q 。首先对简单命题 p, q 的真假作出判断，然后根据真值表对复合命题的真假作出判断。

例1 (2012 河北石家庄二模, 8, 5 分) 命题 P : 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象; 命题 Q : 函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ 的最小正周期为 π , 则

复合命题“ $P \vee Q$ ”“ $P \wedge Q$ ”“ $\neg P$ ”中真命题的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解题导引

判断 P 和 Q 的真假 \rightarrow 真值表判断 $P \vee Q, P \wedge Q, \neg P$ 的真假

●解析 函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后，所得

图象对应的函数为 $y = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right] = \sin\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$,

\therefore 命题 P 是假命题。

又 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

$= \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right]$

$= \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$,

\therefore 其最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, \therefore 命题 Q 真。

由此可判断复合命题“ $P \vee Q$ ”真，“ $P \wedge Q$ ”假，“ $\neg P$ ”为真，故选 B。

答案 B

变式训练

1-1 (2010 课标全国, 5, 5 分) 已知命题

p_1 : 函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 在 \mathbf{R} 上为增函数,

p_2 : 函数 $y = 2^x + 2^{-x}$ 在 \mathbf{R} 上为减函数,

则在命题 $q_1: p_1 \vee p_2, q_2: p_1 \wedge p_2, q_3: (\neg p_1) \vee p_2$ 和 $q_4: p_1 \wedge (\neg p_2)$ 中, 真命题是 ()

A. q_1, q_3 B. q_2, q_3 C. q_1, q_4 D. q_2, q_4

方法2 全(特)称命题真假的判断方法

(1) 判断一个全称命题为真，必须对限定的集合中每个元素进行验证，若成立，即为真；若有一个元素不能使得命题成立，则为假。

(2) 要判断一个特称命题是真命题，只要在限定的集合中，至少能找到一个 $x = x_0$ ，使 $p(x_0)$ 成立即可，否则，这一特称命题就是假命题。

例2 (2012 河南郑州三模, 6, 5 分) 下列命题中的假命题是 ()

A. $\forall x \in \mathbf{R}, 2^{x-1} > 0$ B. $\forall x \in \mathbf{N}^*, (x-1)^2 > 0$

C. $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x < 1$ D. $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 2$

解题导引

全称命题真假判断 \rightarrow 要证全称命题是真命题，必须确定对集合中的每一个元素都成立，若是假命题，举一反例即可

特称命题真假判断 \rightarrow 要证特称命题是真命题，只要在限定集合中找到一个元素使得命题成立即可

●解析 A 正确；对于 B，当 $x=1$ 时， $(x-1)^2=0$ ，错误；对于 C，当 $x \in (0, 1)$ 时， $\lg x < 0 < 1$ ，正确；对于 D， $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 2$ ，正确。

黄金角 137.5° 数学中，还有一个称为黄金角的数值是 137.5° ，这是圆的黄金分割的张角。车前草是西安地区常见的一种小草，它那轮生的叶片间的夹角正好也是 137.5° ，按照这一角度排列的叶片，能很好地镶嵌而又互不重叠，这是植物采光面积最大的排列方式，每片叶子都可以最大限度地获得阳光，从而有效地提高植物光合作用的效率。建筑师们参照车前草叶片排列的数学模型，设计出了新颖的螺旋式高楼，最佳的采光效果使得高楼的每个房间都很明亮。



●答案 B

◆变式训练

2-1 给出以下四个命题:

(1) $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 - x + 1 > \frac{1}{2}$.

(2) $\exists \alpha, \beta$ 使 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha - \cos \beta$.

(3) $\forall x, y \in \mathbf{N}$, 都有 $x - y \in \mathbf{N}$.

(4) $\exists x_0, y_0 \in \mathbf{Z}$, 使得 $\sqrt{2}x_0 + y_0 = 3$.

其中真命题是_____.

方法3 含有一个量词的命题的否定的解题方法

全称(特称)命题的否定与命题的否定有着一定的区别, 全称(特称)命题的否定是将全称量词改为存在量词(或存在量词改为全称量词), 并把结论否定, 而命题的否定则直接否定结论. 从命题形式上看, 全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题.

例3 写出下列命题的否定.

(1) 所有的矩形都是平行四边形;

(2) $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 \geq 0$;

(3) 有些实数的绝对值是正数;

(4) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 < 0$.

●解题导引

判断命题属性 \longrightarrow 针对不同形式加以否定

●解析 (1) 这是一个全称命题, 它的否定是“并非所有的矩形都是平行四边形”, 也就是说, “存在一个矩形不是平行四边形”.

(2) 这是一个全称命题, 它的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 1 < 0$ ”.

(3) 这是一个特称命题, 它的否定是“所有实数的绝对值都不是正数”.

(4) 这是一个特称命题, 它的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \geq 0$ ”.

【三年模拟】

见题组训练起始页码195



牛郎和织女(一) 牛郎星离地球 16.5 光年, 也就是以光的速度运行到地球要 16.5 年. 织女星离地球 26.5 光年. 如果牛郎和织女同时由各自的星球以最快的速度赶到地球相会, 那么牛郎要在地球上等多少年才能见到织女? 而见一面之后, 织女又匆匆赶回, 牛郎至少又要等多少年, 才又能与织女相会?

5年
3年
高考
模拟第二章 函数的概念与基本初等函数 I
(指数函数、对数函数、幂函数)

§ 2.1 函数及其表示

【考纲解读】

考点	内容解读	要求	高考示例
1. 函数的有关概念	了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念	掌握	2012 江西,2; 2013 江西,2; 2010 广东,9
2. 函数的表示方法	在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如图象法、列表法、解析法)表示函数	掌握	2012 安徽,2; 2010 陕西,10; 2010 重庆,15
3. 分段函数	了解简单的分段函数,并能简单应用	理解	2012 江西,3; 2011 江苏,11

分析解读

1. 理解函数的概念,应把重点放在构成它的三要素上,并会根据定义判断两个函数是否为同一个函数. 2. 掌握函数的三种表示方法,即图象法、列表法、解析法. 3. 关注简单的分段函数及其应用. 在解决分段函数问题时,要注意分段函数是一个函数,而不是几个函数.

【五年高考】

答案
P282

考点一 函数的有关概念

- (2013 陕西,1,5 分) 设全集为 \mathbf{R} , 函数 $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 M , 则 $\complement_{\mathbf{R}} M$ 为 ()
A. $[-1, 1]$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- (2013 江西,2,5 分) 函数 $y = \sqrt{x} \ln(1-x)$ 的定义域为 ()
A. $(0, 1)$ B. $[0, 1)$ C. $(0, 1]$ D. $[0, 1]$
- (2011 江西,3,5 分) 若 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()
A. $(-\frac{1}{2}, 0)$ B. $(-\frac{1}{2}, 0]$
C. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$
- (2010 广东,9) 函数 $f(x) = \lg(x-2)$ 的定义域是_____.

考点二 函数的表示方法

- (2012 安徽,2,5 分) 下列函数中, 不满足 $f(2x) = 2f(x)$ 的是 ()
A. $f(x) = |x|$ B. $f(x) = x - |x|$
C. $f(x) = x+1$ D. $f(x) = -x$
- (2010 陕西,10,5 分) 某学校要召开学生代表大会, 规定各班每 10 人推选一名代表, 当各班人数除以 10 的余数大于 6 时再增选一名代表. 那么, 各班可推选代表人数 y 与该班人数 x 之间的函数关系用取整函数 $y = [x]$ ($[x]$ 表示不大于 x 的最大整数) 可以表示为 ()
A. $y = \left[\frac{x}{10} \right]$ B. $y = \left[\frac{x+3}{10} \right]$ C. $y = \left[\frac{x+4}{10} \right]$ D. $y = \left[\frac{x+5}{10} \right]$
- (2010 重庆,15) 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(1) = \frac{1}{4}$, $4f(x) \cdot f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 $f(2010) =$ _____.

智力背景

牛郎和织女(三) 答:牛郎与织女以最快的速度赶路,充其量也就是以光速行进.因此,牛郎比织女先到地球 10 年,牛郎需要等 10 年才能见到织女.织女匆匆赶回,如果立即出发的话,来回也需要 53 年.牛郎要等 53 年才能与织女第二次相见.如果牛郎也返回自己的星座,那么路上的时间不算在内,牛郎也要坐等 20 年才能与织女第二次相聚.

