College Mathematics Guidance Series
大学数学学习辅导丛书

高等数学
习题全解指南

上册

同济·第七版

同济大学数学系 编

高等教育出版社

College Mathematics Guidance Series
大学数学学习辅导丛书

高等数学
习题全解指南

上册

同济·第七版

同济大学数学系 编

College Mathematics Guidance Series
大学数学学习辅导丛书

GAODENG SHUXUE XITI QUANJIE ZHINAN

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是与同济大学数学系编写的《高等数学》（第七版）相配套的学习辅导书，由同济大学数学系的教师编写。本书内容由三部分组成，第一部分是按《高等数学》（第七版）（上册）的章节顺序编排，给出习题全解，部分题目在解答之后对该类题的解法作了小结、归纳，有的提供了多种解法；第二部分是全国硕士研究生入学统一考试数学试题选解，所选择的试题以工学类为主，少量涉及经济学类试题；第三部分是同济大学高等数学试卷选编以及考题的参考解答。

本书对教材具有相对的独立性，可为学习高等数学的工科和其他非数学类专业学生以及复习高等数学准备报考硕士研究生的人员提供解题指导，也可供讲授高等数学的教师在备课和批改作业时参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题全解指南：同济第7版.上册/同济大学数学系编.--北京：高等教育出版社，2014.7

ISBN 978-7-04-039691-1

Ⅰ.①高… Ⅱ.①同… Ⅲ.①高等数学-高等学校-题解 Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第095897号

策划编辑 王 强　　责任编辑 于丽娜　　特约编辑 张让让　　封面设计 王凌波
版式设计 于 婕　　插图绘制 杜晓丹　　责任校对 刘丽娴　　责任印制 朱学忠

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街4号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	高教社（天津）印务有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm×960mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	25.25	版　　次	2014年7月第1版
字　　数	460千字	印　　次	2014年7月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	36.70元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　39691-00

前言

由同济大学数学系编写的《高等数学》(第七版)已作为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材于2014年正式出版。本书是《高等数学》(第七版)的配套用书,主要是为学习高等数学的大学生以及复习高等数学准备报考硕士研究生的人员提供一本解题指导的参考书,也可供讲授高等数学的教师在备课和批改作业时参考。

本书内容由三部分组成,第一部分是《高等数学》(第七版)的习题全解,包括各章的习题与总习题及解答。在解答中,有的题在解答之后,以注释的形式对该类题的解法作了归纳小结,有的题提供了常用的具有典型意义的多种解法。第二部分是全国硕士研究生入学统一考试数学试题选解,包括函数、极限、连续,一元函数微分学,一元函数积分学,微分方程,空间解析几何与向量代数,多元函数微分学,多元函数积分学,无穷级数等八项内容,每项选编的题量在30题左右,其中不乏近几年入学统一考试的试题。在每道试题的前面都注明了试题的年份及类别,如(2010. Ⅰ)表示为2010年第一类考题。所选择的试题以工科类为主,少量涉及经济学类试题,每道试题都给出了解题的思路与方法,有的还给出了多种解法,以供读者参考。第三部分是同济大学高等数学试卷选编,这部分已作了全部更新,按上、下册内容,选了期中、期末各两套试卷,并提供了试题的参考解答。

本书由同济大学数学系的教师编写,其中第一部分第一、九章,第二部分(一)、(二)、(六)由邱伯驺完成;第一部分第二、三、八章由徐建平完成;第一部分第四、五、六章,第二部分(三)由朱晓平完成;第一部分第七、十二章,第二部分(四)、(八)由应明完成;第一部分第十、十一章,第二部分(五)、(七)由郭镜明完成;第三部分由朱晓平完成。

在使用本书时,建议读者在个人学习、练习的基础上,再加以参考、对照,找出自己在知识掌握方面的不足,学习分析、解题的方法和思路,学会举一反三,采取这种方式参考本书,必能从中获益。本书中存在的问题,欢迎广大专家、同仁和读者批评指正。

编　者

二〇一四年六月

目录

一、《高等数学》(第七版)上册习题全解

二、全国硕士研究生入学统一考试数学试题选解

三、同济大学高等数学试卷选编

一、《高等数学》(第七版)上册

习题全解

第一章

函数与极限

习题 1-1　　映射与函数

1. 求下列函数的自然定义域：

(1) $y=\sqrt{3x+2}$；　　(2) $y=\dfrac{1}{1-x^2}$；

(3) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$；　　(4) $y=\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$；

(5) $y=\sin\sqrt{x}$；　　(6) $y=\tan(x+1)$；

(7) $y=\arcsin(x-3)$；　　(8) $y=\sqrt{3-x}+\arctan\dfrac{1}{x}$；

(9) $y=\ln(x+1)$；　　(10) $y=e^{\frac{1}{x}}$.

解　(1) $3x+2\geqslant 0\Rightarrow x\geqslant -\dfrac{2}{3}$，即定义域为$\left[-\dfrac{2}{3},+\infty\right)$.

(2) $1-x^2\neq 0\Rightarrow x\neq \pm 1$，即定义域为$(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

(3) $x\neq 0$ 且 $1-x^2\geqslant 0\Rightarrow x\neq 0$ 且 $|x|\leqslant 1$，即定义域为$[-1,0)\cup(0,1]$.

(4) $4-x^2>0\Rightarrow |x|<2$，即定义域为$(-2,2)$.

(5) $x\geqslant 0$，即定义域为$[0,+\infty)$.

(6) $x+1\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，即定义域为$\left\{x\,\middle|\,x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\pi-1,k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(7) $|x-3|\leqslant 1\Rightarrow 2\leqslant x\leqslant 4$，即定义域为$[2,4]$.

(8) $3-x\geqslant 0$ 且 $x\neq 0$，即定义域为$(-\infty,0)\cup(0,3]$.

(9) $x+1>0\Rightarrow x>-1$，即定义域为$(-1,+\infty)$.

(10) $x\neq 0$，即定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

注　本题是求函数的自然定义域，一般方法是先写出构成所求函数的各个简单函数的定义域，再求出这些定义域的交集，即得所求定义域. 下列简单函数及其定义域是经常用到的：

$y=\dfrac{Q(x)}{P(x)}$，$P(x)\neq 0$；

$y=\sqrt[2n]{x}$，$x\geqslant 0$；

$y=\log_a x$，$x>0$；

$y=\tan x, x\neq\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\pi, k\in\mathbf{Z}$;

$y=\cot x, x\neq k\pi, k\in\mathbf{Z}$;

$y=\arcsin x, |x|\leqslant 1$;

$y=\arccos x, |x|\leqslant 1$.

2. 下列各题中,函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是否相同? 为什么?

(1) $f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg x$;

(2) $f(x)=x, g(x)=\sqrt{x^2}$;

(3) $f(x)=\sqrt[3]{x^4-x^3}, g(x)=x\sqrt[3]{x-1}$;

(4) $f(x)=1, g(x)=\sec^2 x-\tan^2 x$.

解 (1) 不同,因为定义域不同.

(2) 不同,因为对应法则不同,$g(x)=\sqrt{x^2}=\begin{cases} x, & x\geqslant 0, \\ -x, & x<0. \end{cases}$

(3) 相同,因为定义域、对应法则均相同.

(4) 不同,因为定义域不同.

3. 设

$$\varphi(x)=\begin{cases} |\sin x|, & |x|<\dfrac{\pi}{3}, \\ 0, & |x|\geqslant\dfrac{\pi}{3}, \end{cases}$$

求 $\varphi\left(\dfrac{\pi}{6}\right),\varphi\left(\dfrac{\pi}{4}\right),\varphi\left(-\dfrac{\pi}{4}\right),\varphi(-2)$,并作出函数 $y=\varphi(x)$ 的图形.

解 $$\varphi\left(\frac{\pi}{6}\right)=\left|\sin\frac{\pi}{6}\right|=\frac{1}{2},\varphi\left(\frac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\frac{\pi}{4}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\varphi\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\left|\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right|=\frac{\sqrt{2}}{2},\varphi(-2)=0.$$

$y=\varphi(x)$ 的图形如图 1-1 所示.

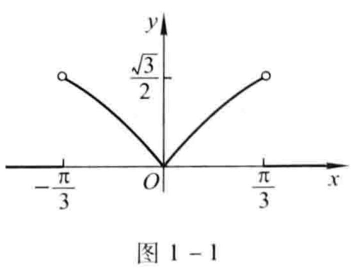

图 1-1

4. 试证下列函数在指定区间内的单调性:

(1) $y=\dfrac{x}{1-x},(-\infty,1)$;

(2) $y=x+\ln x,(0,+\infty)$.

证　(1) $y=f(x)=\dfrac{x}{1-x}=-1+\dfrac{1}{1-x},(-\infty,1)$.

设 $x_1<x_2<1$. 因为

$$f(x_2)-f(x_1)=\frac{1}{1-x_2}-\frac{1}{1-x_1}=\frac{x_2-x_1}{(1-x_1)(1-x_2)}>0,$$

所以 $f(x_2)>f(x_1)$,即 $f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 内单调增加.

(2) $y=f(x)=x+\ln x,(0,+\infty)$.

设 $0<x_1<x_2$. 因为

$$f(x_2)-f(x_1)=x_2+\ln x_2-x_1-\ln x_1=x_2-x_1+\ln\frac{x_2}{x_1}>0,$$

所以 $f(x_2)>f(x_1)$,即 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调增加.

5. 设 $f(x)$ 为定义在 $(-l,l)$ 内的奇函数,若 $f(x)$ 在 $(0,l)$ 内单调增加,证明 $f(x)$ 在 $(-l,0)$ 内也单调增加.

证　设 $-l<x_1<x_2<0$,则 $0<-x_2<-x_1<l$,由 $f(x)$ 是奇函数,得 $f(x_2)-f(x_1)=-f(-x_2)+f(-x_1)$. 因为 $f(x)$ 在 $(0,l)$ 内单调增加,所以 $f(-x_1)-f(-x_2)>0$,从而 $f(x_2)>f(x_1)$,即 $f(x)$ 在 $(-l,0)$ 内也单调增加.

6. 设下面所考虑的函数都是定义在区间 $(-l,l)$ 上的. 证明:

(1) 两个偶函数的和是偶函数,两个奇函数的和是奇函数;

(2) 两个偶函数的乘积是偶函数,两个奇函数的乘积是偶函数,偶函数与奇函数的乘积是奇函数.

证　(1) 设 $f_1(x),f_2(x)$ 均为偶函数,则 $f_1(-x)=f_1(x),f_2(-x)=f_2(x)$. 令 $F(x)=f_1(x)+f_2(x)$,于是

$$F(-x)=f_1(-x)+f_2(-x)=f_1(x)+f_2(x)=F(x),$$

故 $F(x)$ 为偶函数.

设 $g_1(x),g_2(x)$ 均为奇函数,则 $g_1(-x)=-g_1(x),g_2(-x)=-g_2(x)$. 令 $G(x)=g_1(x)+g_2(x)$,于是

$$G(-x)=g_1(-x)+g_2(-x)=-g_1(x)-g_2(x)=-G(x),$$

故 $G(x)$ 为奇函数.

(2) 设 $f_1(x),f_2(x)$ 均为偶函数,则 $f_1(-x)=f_1(x),f_2(-x)=f_2(x)$. 令 $F(x)=f_1(x)\cdot f_2(x)$. 于是

$$F(-x)=f_1(-x)\cdot f_2(-x)=f_1(x)f_2(x)=F(x),$$

故 $F(x)$ 为偶函数.

设 $g_1(x),g_2(x)$ 均为奇函数,则 $g_1(-x)=-g_1(x),g_2(-x)=-g_2(x)$. 令 $G(x)=g_1(x)\cdot g_2(x)$. 于是

$$G(-x)=g_1(-x)\cdot g_2(-x)=[-g_1(x)][-g_2(x)]$$

$$=g_1(x)\cdot g_2(x)=G(x),$$

故 $G(x)$ 为偶函数.

设 $f(x)$ 为偶函数,$g(x)$ 为奇函数,则 $f(-x)=f(x)$,$g(-x)=-g(x)$. 令 $H(x)=f(x)\cdot g(x)$,于是

$$\begin{aligned}H(-x)&=f(-x)\cdot g(-x)=f(x)[-g(x)]\\&=-f(x)\cdot g(x)=-H(x),\end{aligned}$$

故 $H(x)$ 为奇函数.

7. 下列函数中哪些是偶函数,哪些是奇函数,哪些既非偶函数又非奇函数?

(1) $y=x^2(1-x^2)$;　　(2) $y=3x^2-x^3$;

(3) $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$;　　(4) $y=x(x-1)(x+1)$;

(5) $y=\sin x-\cos x+1$;　　(6) $y=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$.

解　(1) $y=f(x)=x^2(1-x^2)$,因为

$$f(-x)=(-x)^2[1-(-x)^2]=x^2(1-x^2)=f(x),$$

所以 $f(x)$ 为偶函数.

(2) $y=f(x)=3x^2-x^3$,因为

$$f(-x)=3(-x)^2-(-x)^3=3x^2+x^3,$$
$$f(-x)\neq f(x),\quad 且\ f(-x)\neq -f(x),$$

所以 $f(x)$ 既非偶函数又非奇函数.

(3) $y=f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$,因为

$$f(-x)=\frac{1-(-x)^2}{1+(-x)^2}=\frac{1-x^2}{1+x^2}=f(x),$$

所以 $f(x)$ 为偶函数.

(4) $y=f(x)=x(x-1)(x+1)$,因为

$$\begin{aligned}f(-x)&=(-x)[(-x)-1][(-x)+1]\\&=-x(x+1)(x-1)=-f(x),\end{aligned}$$

所以 $f(x)$ 为奇函数.

(5) $y=f(x)=\sin x-\cos x+1$,因为

$$f(-x)=\sin(-x)-\cos(-x)+1=-\sin x-\cos x+1,$$
$$f(-x)\neq f(x)\ 且\ f(-x)\neq -f(x),$$

所以 $f(x)$ 既非偶函数又非奇函数.

(6) $y=f(x)=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$,因为 $f(-x)=\dfrac{a^{-x}+a^x}{2}=f(x)$,所以 $f(x)$ 为偶函数.

8. 下列各函数中哪些是周期函数?对于周期函数,指出其周期:

(1) $y=\cos(x-2)$;　　(2) $y=\cos 4x$;

(3) $y=1+\sin \pi x$;　　(4) $y=x\cos x$;

（5）$y=\sin^2 x$.

解　（1）是周期函数，周期 $l=2\pi$.

（2）是周期函数，周期 $l=\frac{\pi}{2}$.

（3）是周期函数，周期 $l=2$.

（4）不是周期函数.

（5）是周期函数，周期 $l=\pi$.

9. 求下列函数的反函数：

（1）$y=\sqrt[3]{x+1}$；　　（2）$y=\frac{1-x}{1+x}$；

（3）$y=\frac{ax+b}{cx+d}(ad-bc\neq 0)$；　　（4）$y=2\sin 3x\left(-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}\right)$；

（5）$y=1+\ln(x+2)$；　　（6）$y=\frac{2^x}{2^x+1}$.

分析　函数 f 存在反函数的前提条件为：$f:D\to f(D)$ 是单射. 本题中所给出的各函数易证均为单射，特别（1）、（4）、（5）、（6）中的函数均为单调函数，故都存在反函数.

解　（1）由 $y=\sqrt[3]{x+1}$ 解得 $x=y^3-1$，即反函数为 $y=x^3-1$.

（2）由 $y=\frac{1-x}{1+x}$ 解得 $x=\frac{1-y}{1+y}$，即反函数为 $y=\frac{1-x}{1+x}$.

（3）由 $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ 解得 $x=\frac{-dy+b}{cy-a}$，即反函数为 $y=\frac{-dx+b}{cx-a}$.

（4）由 $y=2\sin 3x\left(-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}\right)$ 解得 $x=\frac{1}{3}\arcsin\frac{y}{2}$，即反函数为 $y=\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{2}$.

（5）由 $y=1+\ln(x+2)$ 解得 $x=e^{y-1}-2$，即反函数为 $y=e^{x-1}-2$.

（6）由 $y=\frac{2^x}{2^x+1}$ 解得 $x=\log_2\frac{y}{1-y}$，即反函数为 $y=\log_2\frac{x}{1-x}$.

10. 设函数 $f(x)$ 在数集 X 上有定义，试证：函数 $f(x)$ 在 X 上有界的充分必要条件是它在 X 上既有上界又有下界.

解　设 $f(x)$ 在 X 上有界，即存在 $M>0$，使得

$$|f(x)|\leqslant M,\quad x\in X,$$

故

$$-M\leqslant f(x)\leqslant M,\quad x\in X,$$

即 $f(x)$ 在 X 上有上界 M，下界 $-M$.

反之，设 $f(x)$ 在 X 上有上界 K_1，下界 K_2，即

$$K_2\leqslant f(x)\leqslant K_1,\quad x\in X.$$

取 $M=\max\{|K_1|,|K_2|\}$，则有

$$|f(x)|\leqslant M,\quad x\in X,$$

即 $f(x)$ 在 X 上有界.

11. 在下列各题中，求由所给函数构成的复合函数，并求这函数分别对应于给定自变量值 x_1 和 x_2 的函数值：

(1) $y=u^2, u=\sin x, x_1=\dfrac{\pi}{6}, x_2=\dfrac{\pi}{3}$;

(2) $y=\sin u, u=2x, x_1=\dfrac{\pi}{8}, x_2=\dfrac{\pi}{4}$;

(3) $y=\sqrt{u}, u=1+x^2, x_1=1, x_2=2$;

(4) $y=\mathrm{e}^u, u=x^2, x_1=0, x_2=1$;

(5) $y=u^2, u=\mathrm{e}^x, x_1=1, x_2=-1$.

解　(1) $y=\sin^2 x, y_1=\dfrac{1}{4}, y_2=\dfrac{3}{4}$.

(2) $y=\sin 2x, y_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, y_2=1$.

(3) $y=\sqrt{1+x^2}, y_1=\sqrt{2}, y_2=\sqrt{5}$.

(4) $y=\mathrm{e}^{x^2}, y_1=1, y_2=\mathrm{e}$.

(5) $y=\mathrm{e}^{2x}, y_1=\mathrm{e}^2, y_2=\mathrm{e}^{-2}$.

12. 设 $f(x)$ 的定义域 $D=[0,1]$，求下列各函数的定义域：

(1) $f(x^2)$;　　(2) $f(\sin x)$;

(3) $f(x+a)(a>0)$;　　(4) $f(x+a)+f(x-a)(a>0)$.

解　(1) $0\leqslant x^2\leqslant 1\Rightarrow x\in[-1,1]$.

(2) $0\leqslant \sin x\leqslant 1\Rightarrow x\in[2n\pi,(2n+1)\pi], n\in\mathbf{Z}$.

(3) $0\leqslant x+a\leqslant 1\Rightarrow x\in[-a,1-a]$.

(4) $\begin{cases}0\leqslant x+a\leqslant 1,\\ 0\leqslant x-a\leqslant 1\end{cases}\Rightarrow$ 当 $0<a\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，$x\in[a,1-a]$；当 $a>\dfrac{1}{2}$ 时，定义域为 $\varnothing$.

13. 设

$$f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1,\\ 0, & |x|=1,\\ -1, & |x|>1,\end{cases}\quad g(x)=\mathrm{e}^x,$$

求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$，并作出这两个函数的图形.

解

$$f[g(x)]=f(\mathrm{e}^x)=\begin{cases}1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x>0.\end{cases}$$

$$g[f(x)] = e^{f(x)} = \begin{cases} e, & |x| < 1, \\ 1, & |x| = 1, \\ e^{-1}, & |x| > 1. \end{cases}$$

$f[g(x)]$与$g[f(x)]$的图形依次如图 1－2,图 1－3 所示.

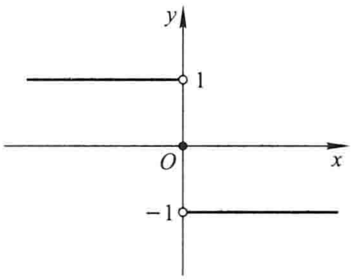

图 1－2

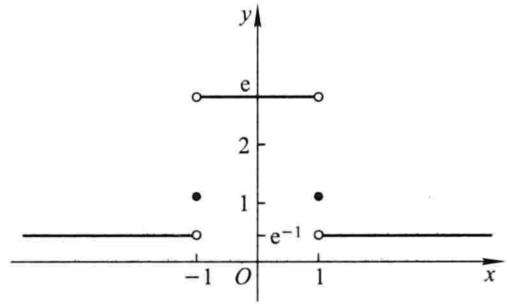

图 1－3

14. 已知水渠的横断面为等腰梯形,斜角 $\varphi = 40°$(图 1－4). 当过水断面 $ABCD$ 的面积为定值 S_0 时,求湿周 $L(L = AB + BC + CD)$与水深 h 之间的函数关系式,并指明其定义域.

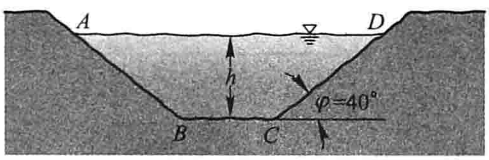

图 1－4

解　$AB = CD = \dfrac{h}{\sin 40°}$,又

$$S_0 = \frac{1}{2}h[BC + (BC + 2\cot 40° \cdot h)],$$

得

$$BC = \frac{S_0}{h} - \cot 40° \cdot h,$$

所以

$$L = \frac{S_0}{h} + \frac{2 - \cos 40°}{\sin 40°}h,$$

而 $h > 0$ 且$\dfrac{S_0}{h} - \cot 40° \cdot h > 0$,因此湿周函数的定义域为$(0, \sqrt{S_0 \tan 40°})$.

15. 设 xOy 平面上有正方形 $D = \{(x,y) | 0 \leqslant x \leqslant 1, 0 \leqslant y \leqslant 1\}$ 及直线 $l: x + y = t(t \geqslant 0)$. 若 $S(t)$表示正方形 D 位于直线 l 左下方部分的面积,试求 $S(t)$与 t 之间的函数关系.

解　当 $0\leqslant t\leqslant 1$ 时，$S(t)=\frac{1}{2}t^2$，

当 $1<t\leqslant 2$ 时，$S(t)=1-\frac{1}{2}(2-t)^2=-\frac{1}{2}t^2+2t-1$，

当 $t>2$ 时，$S(t)=1$.

故

$$S(t)=\begin{cases}\frac{1}{2}t^2, & 0\leqslant t\leqslant 1,\\ -\frac{1}{2}t^2+2t-1, & 1<t\leqslant 2,\\ 1, & t>2.\end{cases}$$

16. 求联系华氏温度(用 F 表示)和摄氏温度(用 C 表示)的转换公式，并求

(1) 90 °F 的等价摄氏温度和 -5 °C 的等价华氏温度；

(2) 是否存在一个温度值，使华氏温度计和摄氏温度计的读数是一样的？如果存在，那么该温度值是多少？

解　设 $F=mC+b$，其中 m,b 均为常数.

因为 $F=32°$ 相当于 $C=0°$，$F=212°$ 相当于 $C=100°$，所以

$$b=32,\quad m=\frac{212-32}{100}=1.8.$$

故 $F=1.8C+32$ 或 $C=\frac{5}{9}(F-32)$.

(1) $F=90°,\quad C=\frac{5}{9}(90-32)\approx 32.2°.$

$C=-5°,\quad F=1.8\times(-5)+32=23°.$

(2) 设温度值 t 符合题意，则有

$$t=1.8t+32,\quad t=-40.$$

即华氏 $-40°$ 恰好也是摄氏 $-40°$.

17. 已知 Rt△ABC 中，直角边 AC、BC 的长度分别为 20、15，动点 P 从 C 出发，沿三角形边界按 $C\to B\to A$ 方向移动；动点 Q 从 C 出发，沿三角形边界按 $C\to A\to B$ 方向移动，移动到两动点相遇时为止，且点 Q 移动的速度是点 P 移动的速度的 2 倍. 设动点 P 移动的距离为 x，△CPQ 的面积为 y，试求 y 与 x 之间的函数关系.

解　因为 $AC=20$，$BC=15$，所以，$AB=\sqrt{20^2+15^2}=25$.

由 $20<2\cdot 15<20+25$ 可知，点 P、Q 在斜边 AB 上相遇.

令 $x+2x=15+20+25$，得 $x=20$. 即当 $x=20$ 时，点 P、Q 相遇. 因此，所求函数的定义域为 $(0,20)$.

(1) 当 $0<x<10$ 时，点 P 在 CB 上，点 Q 在 CA 上(图 1-5).