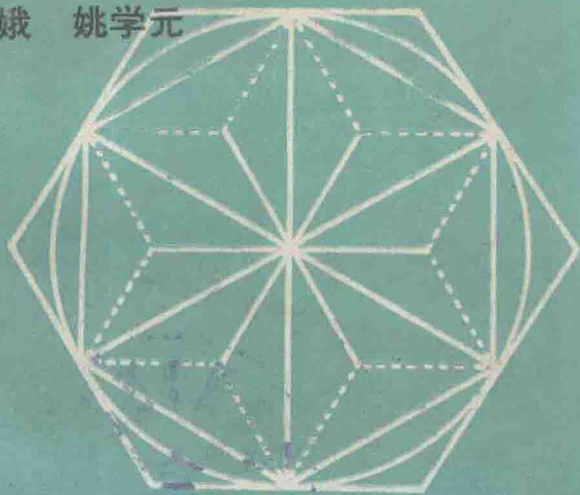


# 实用初中数学 习题解答

阎士文 贾宝清  
盛珍娥 姚学元 编



开明出版社

CHU ZHONG SHU XUE

# 实用初中数学习题解答

阎士文、贾宝清、盛珍娥、姚学元编

**实用初中数学习题解答**

阎士文 贾宝清 盛珍娥 姚学元 编

\*

开 明 出 版 社 出 版

(北京海淀区车公庄西路19号)

河北省永清县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

开本787×1092 1/32印张14.75 字数240千字

1990年12月北京第1版 1990年北京第1次印刷

印数： 0001-18000

书号： ISBN 7-80077-062-1/G·23 定价： 6.80元

# 前 言

本书是依据现行初中教育进程的内容编写的。其目的是供初中学生和自学青年进行系统学习时使用。也可供教师作为平时教学的参考。

本书按由浅入深，循序渐进的原则，着重基础知识和基本技能的训练，指明了各章的重点、难点和要求，以便于开拓学习者的视野提高分析问题和解决问题的能力，各章配备了适量的例题和练习。这些例题和练习注意了知识的横向与纵向联系，覆盖面广，题型灵活多样，综合性强。书中的例题着重分析解题思路，总结基本解题方法和解题技巧，并配备练习加以巩固。为了便于自学，练习题依难易程度分为A组和B组，并给出解答或提示。为节约篇幅，练习中的“判断正误”题，均要求对的打“√”，错的打“×”，“选择答案”题都有且仅有一个答案正误，不再一一重复。

参加本书编写的有：中国人民大学附中阎士文、贾宝清、盛珍妮，北京八一中学姚学元。

由于编者水平有限，有错误和不妥之处恳请广大读者批评指正。

编 者

1990年10月

# 目 录

## 第一部分 代 数

<b>第一章 实数</b> .....	( 1 )
一、实数.....	( 1 )
二、实数比较大小的法则.....	( 2 )
三、实数的运算.....	( 2 )
练习.....	( 6 )
答案.....	( 11 )
<b>第二章 有理式</b> .....	( 13 )
一、代数式的有关概念.....	( 13 )
二、整式的运算.....	( 14 )
三、多项式的因式分解.....	( 15 )
四、分式.....	( 16 )
练习 (A组).....	( 37 )
练习 (B组).....	( 45 )
答案 (A组).....	( 46 )
答案 (B组).....	( 49 )
<b>第三章 根式</b> .....	( 51 )
一、方根的有关概念.....	( 51 )
二、根式的有关概念.....	( 52 )
练习 (A组).....	( 64 )
练习 (B组).....	( 68 )
部分答案与提示 (A组).....	( 69 )
答案与提示 (B组).....	( 71 )
<b>第四章 方程</b> .....	( 74 )
一、方程的有关概念.....	( 74 )
二、方程的同解性.....	( 74 )

三、 方程的增根和减根·····	( 75 )
四、 方程的分类·····	( 76 )
五、 一元一次方程·····	( 76 )
六、 一元二次方程·····	( 79 )
七、 一元二次方程的讨论·····	( 81 )
八、 简单高次方程·····	( 86 )
练习 (A组) ·····	( 99 )
练习 (B组) ·····	( 102 )
答案与提示 (A组) ·····	( 103 )
答案 (B组) ·····	( 105 )
九、 分式方程·····	(106)
练习 (A组) ·····	( 110 )
练习 (B组) ·····	( 111 )
答案与提示 (A组) ·····	( 111 )
答案 (B组) ·····	( 112 )
十、 无理方程·····	(112)
练习 (A组) ·····	( 116 )
练习 (B组) ·····	( 116 )
答案 (A组) ·····	( 117 )
答案与提示 (B组) ·····	( 117 )
<b>第五章 方程组</b> ·····	(118)
一、 方程组的有关概念·····	(118)
二、 二元一次方程组·····	(118)
三、 三元一次方程组·····	(122)
四、 二元二次方程组·····	(124)
五、 二元齐次方程·····	(128)
六、 分式方程组·····	(136)
七、 无理方程组·····	(139)
练习 (A组) ·····	( 140 )
练习 (B组) ·····	( 145 )
答案与提示 (A组) ·····	( 146 )

答案 (B组)	(151)
八、列方程 (或方程组) 解应用题	(151)
练习 (A组)	(157)
练习 (B组)	(158)
答案或提示 (A组)	(159)
答案 (B组)	(160)
<b>第六章 指数与对数</b>	(162)
一、指数	(162)
二、对数	(163)
练习 (A组)	(175)
练习 (B组)	(189)
答案 (A组)	(191)
答案 (B组)	(194)
<b>第七章 函数及其图象</b>	(196)
一、直角坐标系	(196)
二、函数	(196)
练习 (A组)	(208)
练习 (B组)	(218)
答案 (A组)	(218)
答案 (B组)	(220)
<b>第八章 三角函数和解三角形</b>	(222)
一、三角函数	(222)
二、直角三角形的解法	(224)
三、斜三角形的解法	(225)
练习 (A组)	(252)
练习 (B组)	(271)
答案 (A组)	(272)
答案 (B组)	(282)
<b>第九章 不等式</b>	(286)
一、不等式的意义	(286)
二、不等式的性质	(286)

三、不等式解的集合	(287)
四、解不等式	(287)
练习(A组)	(291)
练习(B组)	(292)
答案(A组)	(293)
答案(B组)	(293)

## 第二部分 平面几何

<b>第一章 基本概念、相交线和平行线</b>	(295)
一、直线、射线、线段	(295)
二、角	(295)
三、相交线	(296)
四、平行线	(297)
五、命题、定义、公理、定理	(298)
六、基本作图题(用直尺、圆规)	(298)
练习(A组)	(304)
练习(B组)	(307)
答案(A组)	(308)
答案(B组)	(308)
<b>第二章 三角形</b>	(309)
一、三角形和它的主要性质	(309)
二、几种特殊三角形	(310)
三、全等三角形	(311)
四、轴对称图形	(312)
五、基本作图	(312)
六、逆命题、逆定理	(312)
练习(A组)	(326)
练习(B组)	(330)
答案(A组)	(331)
答案(B组)	(333)



<b>第三章 四边形、面积、勾股定理</b> .....	(336)
一、 四边形和它的分类.....	(336)
二、 几种特殊四边形的判定.....	(336)
三、 几种特殊四边形的性质.....	(337)
四、 几种特殊四边形的面积公式.....	(338)
五、 多边形.....	(339)
六、 平行线等分线段.....	(339)
七、 基本作图题.....	(340)
练习 (A组) .....	(362)
练习 (B组) .....	(366)
答案或提示 (A组) .....	(367)
答案 (B组) .....	(369)
<b>第四章 相似形</b> .....	(374)
一、 比例线段.....	(374)
二、 相似形.....	(375)
三、 位似形.....	(377)
四、 基本作图题.....	(377)
练习 (A组) .....	(396)
练习 (B组) .....	(401)
答案或提示 (A组) .....	(402)
答案 (B组) .....	(405)
<b>第五章 圆</b> .....	(409)
一、 圆的概念和基本性质.....	(409)
二、 直线与圆的位置关系.....	(411)
三、 圆和圆的位置关系.....	(411)
四、 圆和多边形.....	(412)
五、 圆的有关计算公式.....	(413)
六、 基本作图题.....	(414)
七、 基本轨迹.....	(417)
练习 (A组) .....	(439)

练习 (B组) .....( 443 )

答案或提示 (A组) .....( 444 )

答案或提示 (B组) .....( 445 )

1983~1987年初中升学统一考试试卷

# 第一部分 代 数

## 第一章 实 数

### 一、实 数

1. 整数：正整数、零、负整数统称整数。其中把正整数和零合称非负整数。零既不是正整数，也不是负整数。

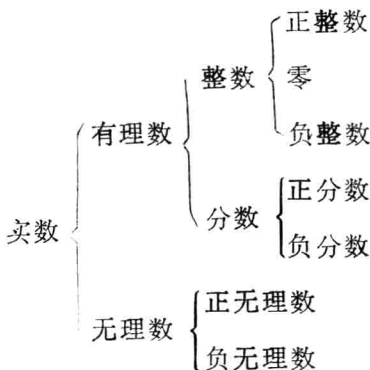
2. 有理数：整数和分数统称有理数。任何有理数都可以表示成  $p/q$  的形式，其中、 $p$ 、 $q$  为整数， $q \neq 0$ 。如果把有理数表示成小数形式，那末一定是有限小数或无限循环小数。

3. 无理数：无限不循环小数叫无理数。

### 4. 实数

(1) 实数的概念：有理数和无理数统称实数。

(2) 实数的分类：



(3)数轴：规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。数轴上的点与实数存在着——对应关系。

(4)相反数：实数  $a$  和  $-a$  叫做互为相反数。

(5)绝对值：一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$$

(6)倒数：1 除以一个数的商叫做这个数的倒数。零没有倒数。

## 二、实数比较大小的法则

1. 正数都大于零。
2. 负数都小于零。
3. 正数大于一切负数。
4. 两个正数，绝对值较大的正数大。
5. 两个负数，绝对值较大的反而小。

总之，在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数较大。

## 三、实数的运算

### 1. 运算定律

- (1)加法交换律： $a + b = b + a$
- (2)加法结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$
- (3)乘法交换律： $ab = ba$
- (4)乘法结合律： $(ab)c = a(bc)$
- (5)乘法对加法的分配律： $a(b + c) = ab + ac$

### 2. 运算顺序

加和减为一级运算，乘和除为二级运算，乘方和开方为

三级运算。计算时首先进行第三级运算，然后第二级，再第一级。如果有括号，先进行括号里面的运算。如果只有同一级运算，就从左到右依次进行运算。当然根据运算定律可以变更上述的运算顺序。

**例1 求解**

(1) 已知： $|p + q - 3|$ 与 $\sqrt{p - 3q - 1}$ 互为相反数，求  $p$  与  $q$  的值。

(2) 已知： $|a| = 3$ ， $|b| = 2$ ， $|a - b| = b - a$ ，求  $\log_{25}(b - a)$ 。

(3) 求使 $\sqrt{(x - 5)^2} + |x - 1| = (5 - x) + (x - 1)$ 成立的  $x$  的取值范围。

解：(1)  $\because |p + q - 3|$ 与 $\sqrt{p - 3q - 1}$ 互为相反数，

$$\therefore |p + q - 3| + \sqrt{p - 3q - 1} = 0.$$

$$\text{又} \because |p + q - 3| \geq 0, \sqrt{p - 3q - 1} \geq 0.$$

$$\therefore \begin{cases} p + q - 3 = 0, \\ p - 3q - 1 = 0, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} p = 2\frac{1}{2}, \\ q = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\therefore p = 2\frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2}$$

$$(2) \because |a| = 3, \therefore a = \pm 3;$$

$$|b| = 2, \therefore b = \pm 2.$$

$$|a - b| = b - a, \therefore b \geq a.$$

为此，当  $b = 2$  时， $a = -3$ ， $\log_{25}(b - a) = \log_{25} 5$   
 $= \frac{1}{2}.$

当  $b = -2$  时， $a = -3$ ，

$$\lg_{0.5}(b-a) = \lg_{0.5} 1 = 0.$$

$$(3) \because \sqrt{(x-5)^2} = 5-x$$

$$|x-5| = x-1$$

$$\therefore \begin{cases} x-5 \leq 0, \\ x-1 \geq 0. \end{cases} \quad \text{解得 } 1 \leq x \leq 5$$

故  $x$  的取值范围是  $1 \leq x \leq 5$ 。

**说明：**算术根与绝对值概念贯穿于整个数学中，这两个概念容易一做就错，故在复习时应加强练习，不但学会，做对，而且应认识  $\sqrt{a^2}$  与  $|a|$  的一致性。

**例2** 化简：

$$(1) \sqrt{1g3^2 - 41g\sqrt{3} + 1g10} \quad (2) |\sin 160^\circ + \cos 160^\circ|$$

解：(1) 原式 =  $\sqrt{(1g3 - 1)^2} = 1 - 1g3.$

(2) 原式 =  $|\sin 20^\circ - \cos 20^\circ| = |\sin 20^\circ - \sin 70^\circ|$   
 $= \sin 70^\circ - \sin 20^\circ = \cos 20^\circ - \sin 20^\circ.$

**说明：**带绝对值或根号的化简题的关键是如何去掉绝对值或根号，这就需要判断绝对值或根号内的数值正负，从而达到化简目的。

**例3** 计算：

$$(1) \quad 3(-1)^{10} + (-2^2) \times |(-2)^3| \div 4 \div 2$$

$$- \sqrt{(-3)^4} \div (-3)^2 \times (-1)^{11}$$

$$(2) \quad 3.34 \times (-2^2) + 5.84 \times 2\sqrt{(-2)^2} - \left(\frac{5}{12} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3}\right)$$

$$\times 12$$

解：(1) 原式 =  $3 - 4 \times 8 \div 4 \div 2 - (-3)^2 \div (-3)^2 \times (-1) = 3 - 4 + 1 = 0.$

**说明：**(1) 注意括号的作用， $-2^2 \neq (-2)^2$ 。

(2) 计算  $-4 \times 8 \div 4 + 2$  时, 注意运算顺序。

$$\begin{aligned}(2) \text{原式} &= 3.34 \times (-4) + 5.84 \times 4 - (5 - 9 + 8) \\ &= 4(-3.34 + 5.84 - 1) \\ &= 4 \times 1.5 = 6.\end{aligned}$$

说明: 运用运算定律, 可使运算简便。

例4 已知  $x, y$  是有理数, 且  $(x - y\sqrt{2})^2 = 6 - 4\sqrt{2}$   
求  $x, y$  的值。

$$\begin{aligned}\text{解:} \quad \because (x - y\sqrt{2})^2 &= 6 - 4\sqrt{2} \\ \therefore x^2 + 2y^2 - 2xy\sqrt{2} &= 6 - 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

$\because x, y$  都是有理数。

$$\therefore \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 6, & (1) \\ 2xy = 4. & (2) \end{cases}$$

由 (2) 得  $y = \frac{2}{x}$ , 代入(1) 得  $x^2 + \frac{4}{x^2} = 6$ 。

$$\therefore (x^2 - 4)(x^2 - 2) = 0.$$

$\because x$  为有理数,  $\therefore x_1 = 2, x_2 = -2$  分别代入  $y = \frac{2}{x}$

得  $y_1 = 1, y_2 = -1$ 。

$$\therefore \begin{cases} x_1 = 2, \\ y_1 = 1, \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x_2 = -2, \\ y_2 = -1. \end{cases}$$

说明: 有理数的和、差、积、商(除数不为零)仍是有理数。

例5 求证:

(1) 奇数平方减去1能被8整除;

(2)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  是无理数。

证明: (1) 设奇数为  $2n + 1$  ( $n$  为整数),

$$\begin{aligned} \therefore (2n+1)^2 - 1 &= 4n^2 + 4n + 1 - 1 \\ &= 4n(n+1). \end{aligned}$$

$\therefore$  它会被 4 整除。

又  $n$  与  $n+1$  是两个连续整数，其中必有一个是偶数，

$\therefore n(n+1)$  会被 2 整除。

$\therefore 4n(n+1)$  会被 8 整除，即奇数平方减去 1 会被 8 整除。

**说明：**一般证  $A$  会被  $B$  整除，基本方法是将  $A$  分解出含  $B$  的因式。

(2) 设  $\sqrt{3} + \sqrt{2} = m$  是有理数，则  $\sqrt{3} = m - \sqrt{2}$

$$\therefore 3 = m^2 - 2\sqrt{2}m + 2$$

$$\sqrt{2} = \frac{m^2 - 1}{2m}$$

上式左边是无理数，右边是有理数，这是不可能的。

$\therefore \sqrt{3} + \sqrt{2}$  是无理数。

**说明：**有关无理数的一些证明题，往往用到反证法，一般设求证的无理数为  $p/q$  ( $p$ 、 $q$  是互质的整数且  $q \neq 0$ ) 或  $m$  ( $m$  为有理数)。

## 练 习

1. 填空：

- (1).  $\lg 0.5$  的相反数是 \_\_\_\_\_，倒数是 \_\_\_\_\_，绝对值是 \_\_\_\_\_。
- (2). \_\_\_\_\_ 绝对值和它的倒数之和是零。
- (3). 写出比  $3\sqrt{3} - 2$  的相反数大的所有负整数 \_\_\_\_\_。
- (4). 如果  $|a - 5| = 2$ ，则  $a =$  \_\_\_\_\_。



(5). 下列各数  $\lg_2 8, \sqrt{3} + \sqrt{2}, -\sin 150^\circ, -3, \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}, \frac{1}{2}$  中, 互为相反数的有\_\_\_\_\_。

(6). 数轴上的点  $A$  表示  $-5\frac{1}{2}$ , 那么与  $A$  相距 4 个长度单位的点所表示的数是\_\_\_\_\_。

(7). 绝对值不大于 2 的整数是\_\_\_\_\_。

(8). 比  $-1\frac{1}{2}$  大而小于  $3\frac{1}{2}$  的非负整数是\_\_\_\_\_。

(9). 一个数的平方大于这个数, 那么这个数的范围\_\_\_\_\_。

(10). 比  $-\frac{3}{2}$  的倒数小 2 的数是\_\_\_\_\_, 这个数的倒数与  $-\frac{5}{2}$  的绝对值之和是\_\_\_\_\_。

(11). 一个数的倒数的相反数是  $2\frac{1}{4}$ , 则这个数是\_\_\_\_\_。

(12).  $240000 =$  \_\_\_\_\_ (保留一个有效数字);  
 $0.4996 =$  \_\_\_\_\_ (精确到千分位)。

(13). 如果  $2.41^2 = 5.808, 5.197^3 = 140.4$ , 则  $2410^2 =$  \_\_\_\_\_,  $0.05197^3 =$  \_\_\_\_\_。

(14). 如果  $|a + 4| + (b - 2)^2 = 0$ , 则  $\frac{6}{a + b} =$  \_\_\_\_\_。  
\_\_\_\_\_。  $a^b =$  \_\_\_\_\_,  $\log_8(b - a) =$  \_\_\_\_\_。

(15). 如果  $\sqrt{2y - 24} + |ax - y| = 0$ ,  $a$  \_\_\_\_\_ 0 时  $x$  为负数。