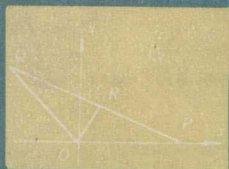
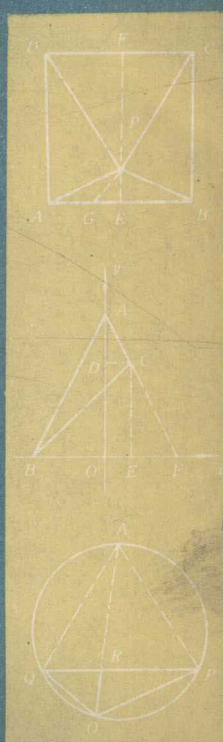


初中数学 难题多解



TONGJIDAXUE CHUBANSHE

初中数学难题多解

初中数学难题多解编写组 编

内 容 提 要

本书所选习题均是初中数学教材中的典型习题或难度较大的习题，并按教材顺序编排，解题所用的知识和能力均不超过初中学生应具备的范围。本书对加强数学基础、开拓知识领域、促进思维发展、提高解题能力均有较大帮助。本书可供初中各年级学生和自学青年参考，也可供初中数学教师教学时使用。

责任编辑 马文瑜

封面设计 陈益平

初中数学难题多解

《编写组》编

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

同济大学印刷厂排版印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 11 字数: 210 千字

1989年4月第1版 1989年4月第1次印刷

印数: 1—32000 定价: 3.10元

ISBN 7—5608—0337—7/O·41

前 言

《初中数学难题多解》是为满足广大初中学生急需解决课本中的典型习题及难度较大的习题而编写的。内容按照初中数学教材的顺序进行编排，并根据初中生应该具备的知识和能力对每道题作出详细的分析和多种解答。本书既可作为学生的同步读物，又可供初中总复习时参考，对初中数学教师的教学也有一定的参考价值。本书也可作为杨玉荣同志编写的《初中数学一题多解》的续集。

本书说理浅显，通俗易懂，适合在校初中生自学阅读。它对加强数学基础教学，开拓知识领域，促进思维发展，提高分析问题和解决问题的能力等方面都有较大的帮助。

参加本书编写的有管训贵、徐发前、夏乃宛、姜启友、胡明根、范玲、殷勤等同志，由张允寿副教授主审。限于编者水平，错误与不妥之处在所难免，敬请广大读者指正。

编 者

一九八九年二月

目 录

初中代数第一册

- 第1题 复习参考题三第20题 (1)
- 第2题 复习参考题三第21题 (2)

初中代数第二册

- 第3题 复习参考题五第6(6)题 (5)
- 第4题 复习参考题五第6(10)题 (7)
- 第5题 复习参考题五第10题 (9)
- 第6题 习题十第4(3)题 (12)

初中代数第三册

- 第7题 复习参考题九第7(6)题 (13)
- 第8题 复习参考题九第8(7)题 (14)
- 第9题 复习参考题九第13(4)题 (17)
- 第10题 复习参考题九第14题 (18)
- 第11题 复习参考题十第6(17)题 (19)
- 第12题 第十一章第2节练习4(2) (21)
- 第13题 习题五第17题 (22)
- 第14题 第十一章第8节练习3(1) (25)
- 第15题 复习参考题十一第1(17)题 (27)
- 第16题 复习参考题十一第20题 (29)

初中几何第一册

第17题	习题九第3题.....	(35)
第18题	第三章第12节定理2.....	(36)
第19题	第四章第11节梯形中位线定理.....	(41)
第20题	第五章第3节定理.....	(45)
第21题	习题十八第14题.....	(49)

初中代数第四册

第22题	第十三章第2节对数的运算性质.....	(52)
第23题	复习参考题十三第2(2)题.....	(53)
第24题	复习参考题十四第10题.....	(54)
第25题	复习参考题十四第11题.....	(57)
第26题	复习参考题十四第12(4)题.....	(58)
第27题	第十五章第9节正弦定理.....	(60)
第28题	复习参考题十六第7(2)题.....	(65)
第29题	初中代数总复习参考题第6(5)题.....	(69)

初中几何第二册

第30题	第六章第1节例2(2).....	(72)
第31题	习题十九第9题.....	(73)
第32题	第六章第3节平行线分线段 成比例定理的推论.....	(75)

第33题	第六章第5节三角形内角 平分线性质定理.....	(76)
第34题	第六章第7节重心性质.....	(84)
第35题	复习参考题第1题.....	(85)
第36题	复习参考题第20题	(94)
第37题	第七章第8节练习3(2).....	(100)
第38题	第七章第13节定理	(104)

课 外 题

第39—44题	证明代数等式.....	(10)
第45题	因式分解.....	(125)
第46—53题	解方程和方程组.....	(123)
第54—59题	证明不等式.....	(146)
第60—72题	求值.....	(162)
第73—82题	证线段或面积相等.....	(197)
第83—94题	证线段或面积的和差倍分关系.....	(230)
第95—99题	证比例关系.....	(313)
第100题	证垂直	(338)

初中代数第一册

第1题. 复习参考题三 第20题(第160页)

两个长方形的长与宽的比都是2:1, 大长方形的宽比小长方形的宽多3厘米, 大长方形的周长是小长方形的周长的2倍, 求两个长方形的面积.

方法1

设小长方形的宽为 x 厘米, 则长为 $2x$ 厘米, 周长为 $6x$ 厘米; 且大长方形的宽为 $(x+3)$ 厘米, 长为 $2(x+3)$ 厘米, 周长为 $6(x+3)$ 厘米.

由题意得方程

$$2 \times 6x = 6(x+3)$$

解之, 得 $x=3$.

这时, 大长方形的长为12厘米, 宽为6厘米, 面积为12厘米 $\times$ 6厘米=72平方厘米; 小长方形的长为6厘米, 宽为3厘米, 面积为6厘米 $\times$ 3厘米=18平方厘米.

答: 大长方形的面积为72平方厘米, 小长方形的面积为18平方厘米.

方法2

$\because$ 两个长方形的长与宽的比都是2:1, 大长方形的宽比小长方形的宽多3厘米, $\therefore$ 大长方形的长比小长方形的长多6厘米. 这时, 大长方形的周长要比小长方形的周长多18厘米. 若设小长方形的周长为 x 厘米, 则大长方形的周长为 $(x+18)$ 厘米.

由题意得方程

$$x+18=2x$$

解之, 得 $x=18$ (厘米)

于是小长方形的长为 $\frac{2}{6} \times 18$ 厘米 = 6 厘米,

宽为 $\frac{1}{6} \times 18$ 厘米 = 3 厘米,

面积为 6 厘米 $\times$ 3 厘米 = 18 平方厘米; 大长方形的长为 12 厘米, 宽为 6 厘米, 面积为 12 厘米 $\times$ 6 厘米 = 72 平方厘米.

答: 大长方形的面积为 72 平方厘米, 小长方形的面积为 18 平方厘米.

方法 3

设大长方形的周长为 x 厘米, 则长为 $\frac{1}{3}x$ 厘米, 宽为 $\frac{1}{6}x$ 厘米; 且小长方形的周长为 $\frac{1}{2}x$ 厘米, 长为 $\frac{1}{6}x$ 厘米, 宽为 $\frac{1}{12}x$ 厘米.

由题意得方程

$$\frac{1}{6}x - \frac{1}{12}x = 3$$

解之, 得 $x = 36$

$\therefore$ 大长方形的长为 12 厘米, 宽为 6 厘米, 面积为 12 厘米 $\times$ 6 厘米 = 72 平方厘米;

小长方形的长为 6 厘米, 宽为 3 厘米, 面积为 6 厘米 $\times$ 3 厘米 = 18 平方厘米.

答: 大长方形的面积为 72 平方厘米, 小长方形的面积为 18 平方厘米.

第 2 题. 复习参考题三 第 21 题 (第 160 页)

(我国古代问题) 用绳子量井深: 把绳三折来量, 井外余绳 4 尺; 把绳四折来量, 井外余绳 1 尺. 求井深和绳长各是多少.

方法 1

设井深 x 尺, 则绳长 $3(x+4)$ 尺或 $4(x+1)$ 尺.

根据题意, 列方程:

$$3(x+4) = 4(x+1)$$

解得 $x=8$

$$\therefore 3(x+4) = 3(8+4) = 36$$

答: 井深 8 尺, 绳长 3 丈 6 尺.

方法 2

设绳长 x 尺, 则井深为 $\left(\frac{x}{3}-4\right)$ 尺或 $\left(\frac{x}{4}-1\right)$ 尺.

根据题意, 列方程:

$$\frac{x}{3}-4 = \frac{x}{4}-1$$

解得 $x=36$

$$\therefore \frac{x}{3}-4 = \frac{36}{3}-4 = 8$$

答: 井深 8 尺, 绳长 3 丈 6 尺.

方法 3

设井深 x 尺, 绳长 y 尺.

根据题意, 列方程组:

$$\begin{cases} y-3x=3\times 4 \\ y-4x=4\times 1 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=8 \\ y=36 \end{cases}$$

答: 井深 8 尺, 绳长 3 丈 6 尺.

根据本题特点, 还可以采取算术方法解.

方法 4

如图所示, 把绳四折后比把绳三折后短 3 尺, 故四折后的绳

长为 $3 \times 3 = 9$ (尺) 从而井深 $9 - 1 = 8$ (尺)

绳长 $(8 + 4) \times 3 = 36$ (尺)

列综合算式就是

井深: $3 \times (4 - 1) - 1 = 8$ (尺)

绳长: $\{[3 \times (4 - 1) - 1] + 4\} \times 3 = 36$ (尺)

答: 井深 8 尺, 绳长 3 丈 6 尺。

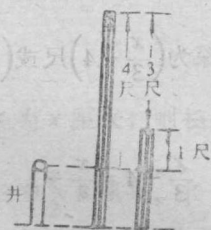


图 1

初中代数第二册

第3题. 复习参考题五 第6(6)题(第37页)

解方程组:

$$\frac{2V+t}{3} = \frac{3V-3t}{8} = 3.$$

方法1

$$\therefore \frac{2V+t}{3} = \frac{3V-2t}{8} = 3,$$

即

$$\begin{cases} \frac{2V+t}{3} = 3, \\ \frac{3V-2t}{8} = 3. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} 2V+t=9, & (1) \\ 3V-2t=24. & (2) \end{cases}$$

(1) $\times 2 +$ (2), 得

$$7V = 42,$$

$$V = 6.$$

把 $V=6$ 代入 (1), 得

$$t = -3.$$

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} V=6, \\ t=-3. \end{cases}$$

方法2

令

$$V = kt,$$

则

$$\frac{2kt+t}{3} = \frac{3kt-2t}{8},$$

即

$$\frac{2k+1}{3} = \frac{3k-2}{8},$$

解之, 得

$$k = -2,$$

$$\therefore V = -2t.$$

又

$$\frac{2V+t}{3} = 3,$$

即

$$\frac{-4t+t}{3} = 3,$$

$$\therefore t = -3,$$

从而

$$V = 6$$

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} V = 6, \\ t = -3. \end{cases}$$

方法 3

$$\therefore \frac{2V+t}{3} = \frac{3V-2t}{8} = 3,$$

$$\therefore \frac{4V+2t}{6} = \frac{3V-2t}{8} = 3.$$

由等比定理, 得:

$$\frac{(4V+2t)+(3V-2t)}{6+8} = 3,$$

即

$$\frac{7V}{14} = 3,$$

$$\therefore V = 6$$

又

$$\frac{2 \times 6 + t}{3} = 3,$$

$$\therefore t = -3.$$

$$\text{即原方程组的解是} \begin{cases} V = 6, \\ t = -3. \end{cases}$$

方法 4

$$\therefore \frac{2V+t}{3} = \frac{3V-2t}{8} = 3,$$

$$\therefore \frac{6V+3t}{9} = \frac{-6V+4t}{-16} = 3.$$

由等比定理, 得:

$$\frac{(6V+3t)}{9-16} = \frac{(-6V+4t)}{-16} = 3,$$

即

$$\frac{7t}{-7} = 3,$$

$$\therefore t = -3.$$

又

$$\frac{2V-3}{3} = 3,$$

$$\therefore V = 6$$

即原方程的解为 $\begin{cases} V=6, \\ t=-3. \end{cases}$

第4题. 复习参考题五 第6(10)题 (第37页)

解方程组:

$$\begin{cases} x+y-z=11, & (1) \\ y+z-x=5, & (2) \\ z+x-y=1. & (3) \end{cases}$$

方法1

由(1), 得

$$z = x + y - 11. \quad (4)$$

(4) 代入(2), 得

$$2y - 11 = 5,$$

$$\therefore y = 8.$$

(4) 代入(3), 得

$$2x - 11 = 1,$$

$$\therefore x = 6.$$

把 $x=6$, $y=8$ 代入() 得

$$z = 3.$$

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x = 6, \\ y = 8, \\ z = 3. \end{cases}$$

方法 2

$$\text{由 (1) + (3), 得 } 2x = 12, \therefore x = 6.$$

$$\text{由 (1) + (2), 得 } 2y = 16, \therefore y = 8.$$

$$\text{由 (2) + (3), 得 } 2z = 6, \therefore z = 3.$$

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x = 6, \\ y = 8, \\ z = 3. \end{cases}$$

方法 3

$$(1) + (2) + (3), \text{ 得}$$

$$x + y + z = 17. \quad (4)$$

$$(4) - (1), \text{ 得 } 2z = 6, \therefore z = 3.$$

$$(4) - (2), \text{ 得 } 2x = 12, \therefore x = 6.$$

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x = 6, \\ y = 8, \\ z = 3. \end{cases}$$

方法 4

$$(1) - (2), \text{ 得 } 2(x - z) = 6,$$

$$\text{即 } x - z = 3,$$

$$\therefore x = z + 3. \quad (4)$$

$$(1) - (3), \text{ 得 } 2(y - z) = 10,$$

$$\text{即 } y - z = 5,$$

$$\therefore y = z + 5. \quad (5)$$

把 (4)、(5) 代入 (1), 得

$$z + 3 + z + 5 - z = 11,$$

$$\therefore z = 3.$$

$$\text{从而 } x = 6,$$

$$y = 8.$$

$$\therefore \text{原方程组的解是 } \begin{cases} x = 6, \\ y = 8, \\ z = 3. \end{cases}$$

第5题. 复习参考题五 第10题 (第38页)

由实验得出, 一块重 148 公斤的铜银合金在水中减轻 $14\frac{2}{3}$ 公斤. 已知 21 公斤的银在水中减轻 2 公斤, 9 公斤的铜在水中减轻 1 公斤. 这块合金含银、铜各多少公斤?

方法 1

设这块合金内含银 x 公斤, 则含铜 $(148 - x)$ 公斤. $\because$ 每 21 公斤的银在水中减轻 2 公斤, 每 9 公斤的铜在水中减轻 1 公斤;

$\therefore$ 每 1 公斤的银在水中减轻 $\frac{2}{21}$ 公斤, 每 1 公斤的铜在水中减轻 $\frac{1}{9}$ 公斤. 由题意得方程

$$\frac{2}{21}x + \frac{1}{9}(148 - x) = 14\frac{2}{3}.$$

解之, 得 $x = 112.$

这时 $148 - x = 138 - 112 = 36.$

答: 这块合金内含银 112 公斤, 含铜 36 公斤.

方法 2

设银在水中减轻 x 公斤, 则铜在水中减轻 $(14\frac{2}{3} - x)$ 公斤.

$\because$ 每 21 公斤的银在水中减轻 2 公斤, 每 9 公斤的铜在水中减轻 1

公斤； $\therefore$ 银在水中每减轻 1 公斤，合金中就含银 $\frac{21}{2}$ 公斤，铜在水中每减轻 1 公斤，合金中就含铜 9 公斤。由题意得方程

$$\frac{21}{2}x + 9\left(14\frac{2}{3} - x\right) = 148.$$

解之，得

$$x = \frac{32}{3}.$$

这时

$$\frac{21}{2}x = \frac{21}{2} \times \frac{32}{3} = 112,$$

$$9\left(14\frac{2}{3} - x\right) = 9\left(14\frac{2}{3} - \frac{32}{3}\right) = 36.$$

答：这块合金内含银 112 公斤，含铜 36 公斤。

方法 3

设这块合金内含银 x 公斤，含铜 y 公斤。

由题意，得方程组：

$$\begin{cases} x + y = 148, \\ \frac{x}{\frac{21}{2}} + \frac{y}{9} = 14\frac{2}{3}. \end{cases}$$

解之，得

$$\begin{cases} x = 112, \\ y = 36. \end{cases}$$

答：这块合金内含银 112 公斤，含铜 36 公斤。

方法 4

设这块合金含银 x 公斤，则含铜 $(148 - x)$ 公斤；又设银在水中减轻 y 公斤，则铜在水中减轻 $\left(14\frac{2}{3} - y\right)$ 公斤。由题意，得方程组：

$$\begin{cases} 21 : 2 = x : y, \\ 9 : 1 = (148 - x) : \left(14\frac{2}{3} - y\right). \end{cases}$$