

# 機動學

Applied Kinematics

原著者：A. J. Ramous

譯述者：劉昌明

科技圖書股份有限公司

# 機動學

Applied Kinematics

原著者：A. J. Ramous

譯述者：劉昌明

科技圖書股份有限公司

這是一本簡明而實用的運動學與機械學，用極多的線圖、照相及例題來說明，每章後附習題，着重在理論的瞭解。

本公司經新聞局核准登記  
登記證局版台業字第 1123 號

書名：機動學  
原著者：A. J. Ramous  
譯述者：劉昌明  
發行人：趙國華  
發行者：科圖書股份有限公司  
台北市博愛路 185 號二樓  
電話：3110953  
郵政劃撥帳號 15697

七十年一月三版    特價新台幣 85 元

# 序 言

本書專為就學於工業專科、技術學院、大學工科等學生學習“機動學”而編寫之緒論程度的教科書。毋需預習大專物理與微積分即能順利學習。

書中附有大量圖示、照片以及例題演算。此種示範性例題用以補充理論之討論與應用之擴張。又為減少誤解，每例均有“已知”與“求解”之說明。大多數例題之“已知”項下附有圖說，使讀者對每題所給之資料有清晰而正確之概念。在所有例題中分列步驟，依序推算，以求解答。

其中最重要者，在本書每章之末附有大量習題。大多數係摘自實際之工程設計。習題難易不一，講授者請按班級程度自行調整。若為大學學院程度宜選取其中較難者演習之。專科學生可選取其中適中者演習之。若干冗長繁雜之習題，則作為指定課程之用。

讀者務必將本書所舉之例題作澈底的瞭解，並將指定之習題勤加演習，則將獲得最大之效用。

多數講授者感到“機動學”課程之講授時間過短，認為應將加速度一章略去。因之，在本書中之第六、七、八章中凡涉及加速度部分均儘量減少其份量。如有必要，講授者可將第五章（加速度）略去不講。

謝辭從略

A. J. Ramous 勞慕斯

# 目錄

## 1 機構運動

1.1 簡介	3
1.2 連桿之定義	4
1.3 常用之連桿組	5
1.4 比例尺因子	7
1.5 滑塊曲柄	8
1.6 四連桿機構運動之例題	10
1.7 四連桿	13
1.8 死點	15
1.9 四連桿機構之運動合成	17
1.10 聯結點曲線	20
1.11 偏心凸輪	22
1.12 機構之運動分析	24

## 2 向量之應用

2.1 無向量	43
2.2 有向量	44
2.3 向量表示法	44
2.4 有向量之介引	44
2.5 向量加法	45
2.6 向量多邊形	48
2.7 平行向量之加法	49
2.8 角位移	49
2.9 分向量	51
2.10 向量減法	53
2.11 向量被無向量乘或除之法	55

### 3 運動概念

66

3.1 相對運動	66
3.2 平面運動	67
3.3 平面上之平移運動	67
3.4 平面上之迴轉運動	68
3.5 平面上之綜合運動	69
3.6 弧度	70
3.7 角位移	71
3.8 相對角位移	76
3.9 線位移	80
3.10 相對線位移	81

### 4 速度

91

4.1 簡介	91
4.2 平均角速度	91
4.3 瞬時角速度	93
4.4 角速度	94
4.5 線速度	98
4.6 線速度與角速度之關係	99
4.7 分速度	103
4.8 迴轉瞬心	105
4.9 瞬心位置求法	105
4.10 利用瞬心求速度法	109
4.11 相對線速度	113
4.12 純滾動	114
4.13 滑動	118
4.14 同一物體上兩點之相對速度	126

### 5 加速度

145

5.1 簡介	145
5.2 角加速度	145
5.3 線加速度	147
5.4 法線加速度	149
5.5 法線與切線加速度	151
5.6 齒輪之加速度	153
5.7 連桿上固定點之線加速度	156
5.8 相對加速式之應用	157
5.9 純滾動時之加速度	162
5.10 科科里氏加速度	165

### 6 凸輪

183

6.1 簡介	183
6.2 凸輪之種類	183
6.3 凸輪之位移圖	186
6.4 凸輪用術語	187



6.5	凸輪之圖解法	188
6.6	確動凸輪	198
6.7	從動件之運動	198
6.8	簡諧運動	201
6.9	擺線運動	203
6.10	從動件運動之位移表	204
6.11	壓力角與凸輪尺寸	207
6.12	壓力角諾模圖求解凸輪	209
6.13	過切	214
6.14	凸輪之製造	217

## 7 齒輪

233

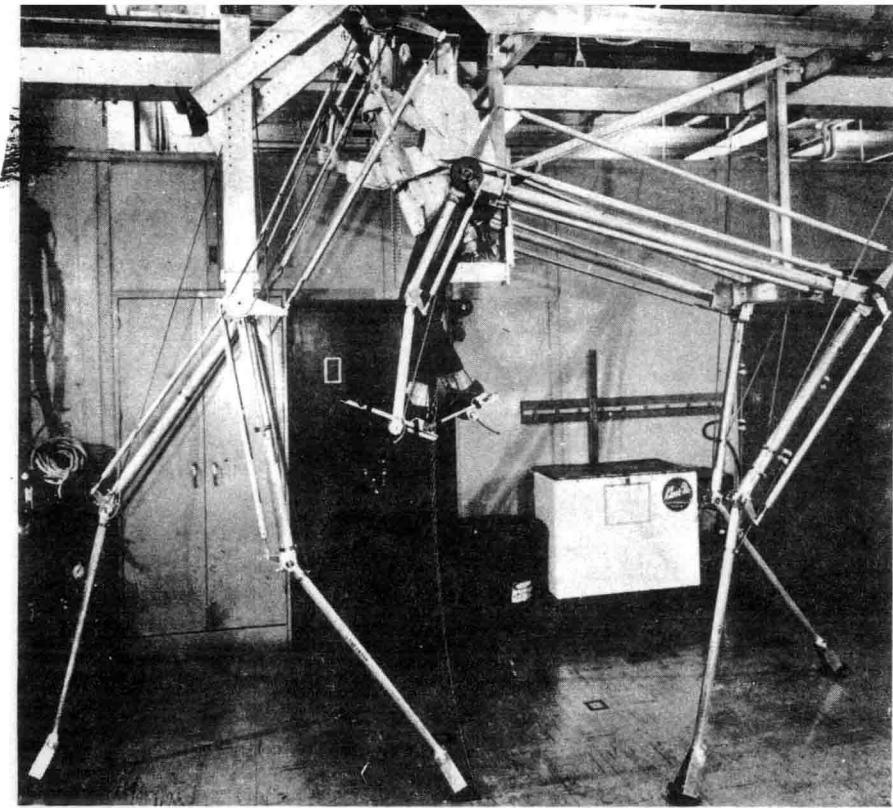
7.1	簡介	233
7.2	齒輪之分類	233
7.3	漸開線齒形	237
7.4	漸開線之性質	237
7.5	正齒輪用術語	239
7.6	速率比	244
7.7	節圓半徑	245
7.8	接觸比	247
7.9	干擾	247
7.10	標準齒輪制	249
7.11	正齒輪對之設計	254
7.12	螺旋齒輪及人字齒輪	259
7.13	橫交螺旋齒輪	264
7.14	蝸桿與蝸輪	267
7.15	斜齒輪	270
7.16	背隙	271
7.17	齒輪之等級及品質號數	273
7.18	綜合誤差	274
7.19	齒輪之製造	276

## 8 齒輪系

287

8.0	簡介	287
8.2	單齒輪系	287
8.3	複式齒輪系	289
8.4	變速裝置—普通齒輪系方式	292
8.5	手動汽車變速器	295
8.6	複式齒輪系之設計	298
8.7	回歸齒輪系之設計	301
8.8	行星齒輪系之公式	303
8.9	行星齒輪系	306
8.10	變速器—行星齒輪式	312
8.11	行星齒輪系之設計	316

—機動學—



照片中之行走機構，係用以證明“機械舵手”(mechanism-cybernetic)控制觀念可行性之實驗裝置。操縱者成為機械之一部份。操縱者感覺之力量與作用於機構之力量成正比。

# 第一章

## 機構運動

### 1.1 簡介

機動學 (kinematics) 係一種討論運動但不涉及產生運動之力量的科學。本書主要係在討論機械元件 (machine members) 與 機構 (mechanisms) 之運動情形。

所謂“機構”係指由兩種或兩種以上之機械元件所組成，而能產生預定運動之裝置。至於“機械”(machine)，其定義則較“機構”(mechanism)為廣泛。所謂機械係指包含有數個機構，而可將“能”變為“功”之裝置。最常見之內燃機，即係機械之一種，因內燃機之作用，係將化學能(汽油)變成迴轉運動。此外如圖 1.1 所示之自動切螺絲機。此裝置中，係將迴轉之能量轉變為有用之機械加工操作，如車削、鑽孔、紋孔及車牙等。從照片中我們可看出這些工作是由許多機構如連桿 (linkages)、凸輪 (cams)、鏈 (chains)、齒輪 (gears)、皮帶 (belts) 等之組合所完成。

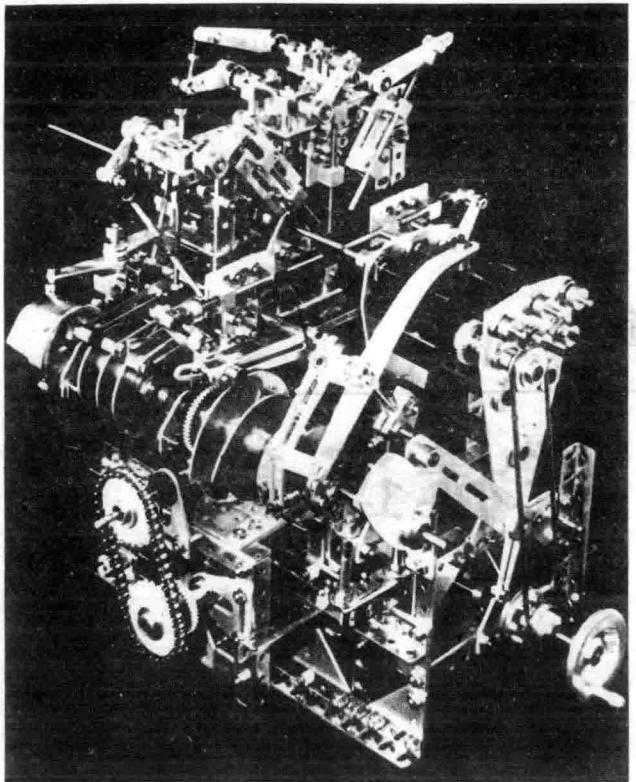


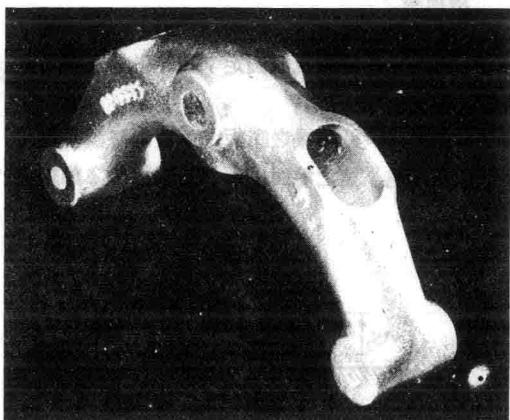
圖 1.1 自動切螺絲機。該機係瑞士 Solothurn 鐘錶學校用以訓練青年工程師之設備

## 1.2 連桿之定義

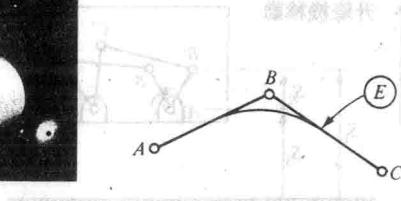
構成機構各機械元件稱為連桿 (link)。故連桿可能是齒輪、凸輪或皮帶。

圖 1.2 (a) 所示，為一機構之連桿。圖 1.2 (b) 則為表示此連桿之簡化圖形。線上 A、B、C 各點相當於該連桿之迴轉或樞軸中心位置。連桿則以 ABC、AB 或 BA 稱之。為方便計，我們稱此 ABC 框為 ① 或機體 ①。字母周圍之圓圈以表示連桿之意。在此處 ① 亦可表示一均衡桿 (equalizer bar)。另有一種常用的符號為  $\overline{AB}$ ；字母上頂加之直線則用以強調直線之距離。此距離並不僅在單一連桿上，亦可包括數桿。

為簡化機動學之解析，通常各連桿均假設為不產生變形，亦即將各桿假設為剛體。其所以作如此假設，係因受力各桿之變形通常均甚微小。至於機構之實際應用時必須顧及連桿之變形。故連桿視為剛體之假設，可用來作第一步驟之近似解析。



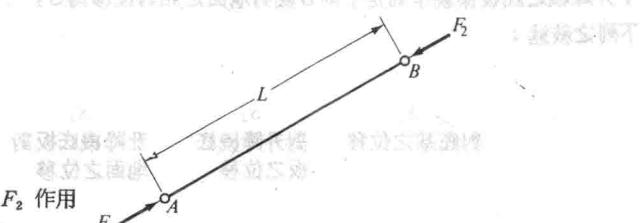
(a)



(b)

圖 1.2 (a)連桿(均衡桿)實物照片,(b)機動學之連桿表示法

圖 1.3 所示，係一連桿受到力  $F_1$  及  $F_2$  作用，其長度  $L$  有減縮趨勢之情形。在機動學上分析時， $L$  係假設為定長。記住，在強度分析時，機械元件 AB 之長度  $L$  是會減少的。

圖 1.3 受力  $F_1$  與  $F_2$  作用之連桿 AB。

### 1.3 常用之連桿組

圖 1.4 所示，為一常用之機構，稱為四連桿 (four-bar linkage) A 點及 D 點係連接於支座，此支座最終固定於地面。

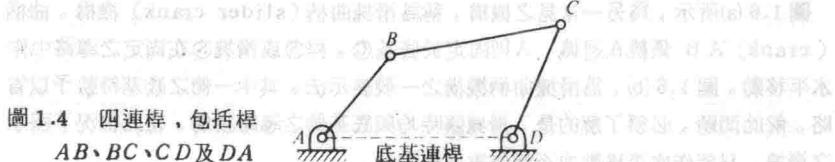


圖 1.4 四連桿，包括桿

$AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  及  $DA$

底基連桿

為方便計，通常底基連桿（ground link）A D均視成固定，在此必須強調的是，實際情形，底基連桿可能是“移動”的。

例如圖 1.5(a)所示，四連桿 A B C D 係裝於一升降機之底板上。當升降機垂直向上移動時，B 點移動至 B'。此外假設底基為地下室之地面，則 B 點對地面之相對移動距離則為 S<sub>1</sub>。

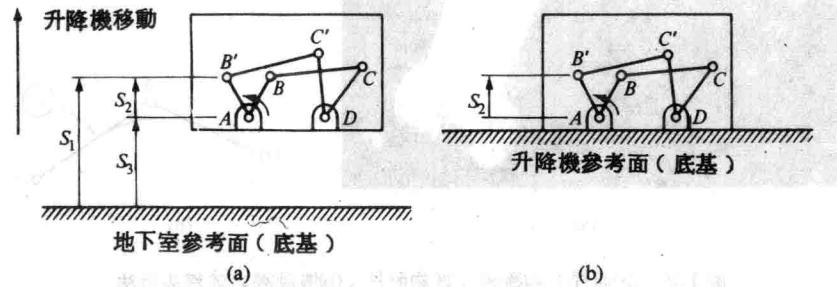


圖 1.5 (a) 移動升降機及四連桿機構。假設地下室為其參考面。

(b) 桿 AD 或升降機底板設為參考面。

如欲研討四連桿對升降機底板之相對位移，參閱圖 1.5(b)可更易了解。在該圖中，升降機之底板係視作固定，則 B 點對地面之相對位移為 S<sub>2</sub>；由上述之討論可得下列之敘述：

$$S_1 = S_2 + S_3$$

對底基之位移      對升降機底  
板之位移      升降機底板對  
地面之位移

上述之例子，係說明通常為了方便計，連桿（或物體）之一可視作固定。此固定桿（或物體）通常以地面為參考面。當然，如以物理學家之觀念考慮，欲確定“固定”的觀念，是十分困難的。因地球表面上可說無一物體是靜止的，事實上地球本身在宇宙間也是隨時都在移動的。

圖 1.6 (a) 所示，為另一常見之機構，稱為滑塊曲柄 (slider crank) 機構。曲柄 (crank) A B 係繞 A 回轉，A 則固定於底基 (ground link)。桿 (link) ⑤ 或滑塊 (slider) 在固定之導路中作水平移動。圖 1.6 (b)，為滑塊曲柄機構之一般表示法。其中一側之底基符號予以省略。解此問題，必須了解的是，滑塊隨時均與底基側之導路接觸。在此情況下所示之滑塊，只能作水平移動而不能作垂直移動的。

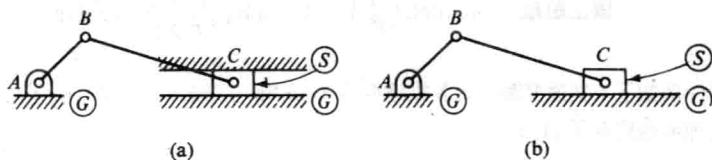


圖 1.6 (a) 滑塊曲柄, (b) 滑塊曲柄(簡化)

## 1.4 比例尺因子

讀者在繪圖時，最好使用類似下圖所示之刻度尺。尺之一側刻分成分數制，其最小

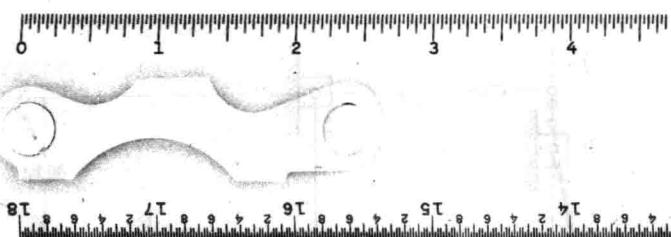


圖 1.7 機械製圖尺之一端

之刻度為  $\frac{1}{16}$  in, 另一側則為十進位制，最小之刻度為 0.02 in，再以目視估計方式則可讀至 0.01 in。如繪製機構圖之尺寸較實際尺寸為小或大時，可用建築師比例尺或機械工程師比例尺。利用這些比例尺，可避免煩複的尺寸變換折算。

解析有關加速度問題時，可能需用三個解析圖（機構圖、速度圖及加速度圖）。為求簡便起見，各圖均可設定其比例尺因數（scale factor）。例如某機構之比例尺因數用 2 in / 1 in，表示圖上尺寸為實際尺寸之一半。亦即機械元件之長度為 2 in 時，在圖上之長度為 1 in。機構比例尺因數通常以  $K_m$  表示；即  $K_m = 2 \text{ in} / 1 \text{ in}$ 。

下列為常用之比例尺因數

$K_m$  = 機構比例尺因數

$K_v$  = 速度比例尺因數

$K_a$  = 加速度比例尺因數

為說明比例尺因數之用途，茲舉例如下：假設 A 點之速度為  $16 \text{ mph}$ ，如欲將此數值繪於圖上，應以若干距離來表示  $16 \text{ mph}$ ？設  $K_v = 5 \text{ mph}/1 \text{ in}$ ，則：

$$\text{圖上距離} = 16 \text{ mph} \left( \frac{1}{K_v} \right) = 16 \text{ mph} \left( \frac{1 \text{ in.}}{5 \text{ mph}} \right) = 3.2 \text{ in.}$$

再舉一例如下：某速度圖上之X點速度為3.65 in.。若 $K_v = 8 \text{ ft/S}/1 \text{ in.}$ ，則X點之速度應為若干ft/S。

$$X\text{點之速度} = 3.65 \text{ in.} (K_v) = 3.65 \text{ in.} \left( \frac{8 \text{ ft/sec}}{1 \text{ in.}} \right) = 29.20 \text{ ft/sec}$$

## 1.5 滑塊曲柄

滑塊曲柄機構，可在甚多處發現，如幫浦、內燃機、急回機構及夾具等。

圖1.8所示，為當曲柄AB繞A點作順時針走向迴轉(cw)時滑塊之各種位置。

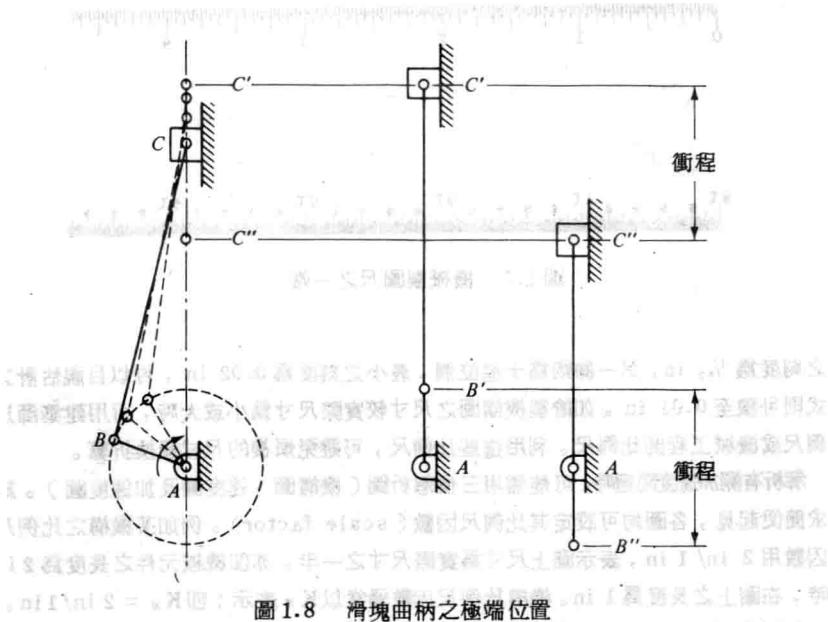


圖1.8 滑塊曲柄之極端位置

如曲柄AB迴轉360度後，則滑塊之中心C將往復移動於兩極端位置間。即圖中之C'與C''之距離，稱為衝程(stroke)，通常設計時，為避免桿AB與BC間之撞擊起見，必須將連桿稍予偏位(offset)。參閱圖1.8，由於衝程長度等於B'B''，且因 $2(\overline{AB}) = \overline{B'B''}$ ， $\overline{AB} = \frac{1}{2}$ (衝程)。

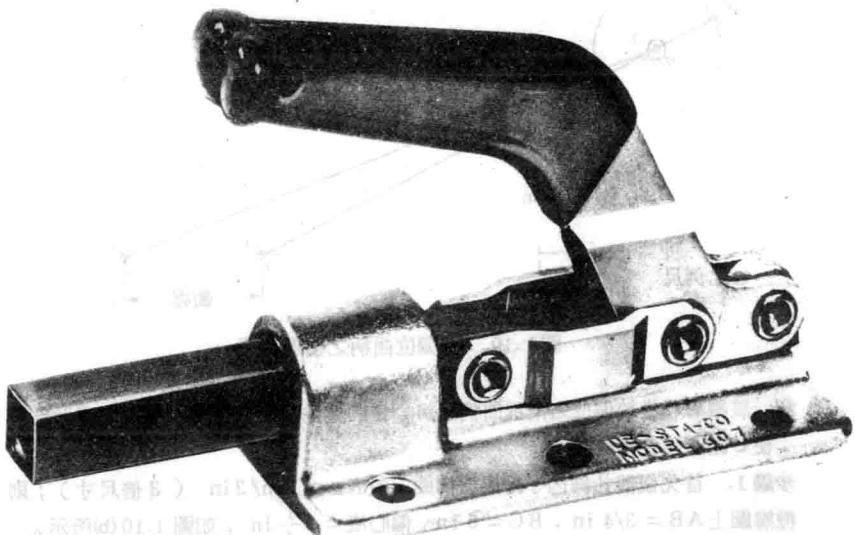


圖 1.9 此夾具在基本上屬於滑塊—曲柄機構

在此種情形下，曲柄滑塊並無偏位。所謂偏位之滑塊曲柄機構，係指 C 點之移動路線不通過樞軸之中心 A 點（圖 1.10）。

求圖 1.9 所示之夾具的曲柄長度，已知衝程為 6 in。使用  $AB = \frac{1}{2}$ （衝程）關係，得曲柄  $AB = \frac{1}{2}(6) = 3$  in。

### 例題 1.1

已知：圖 1.10 (a) 所示為經簡化之幫浦機構圖。 $AB = \frac{1}{4}$  in,  $BC = 2$  in,

偏心距  $= \frac{3}{4}$  in。求：活塞之衝程（用圖解法）

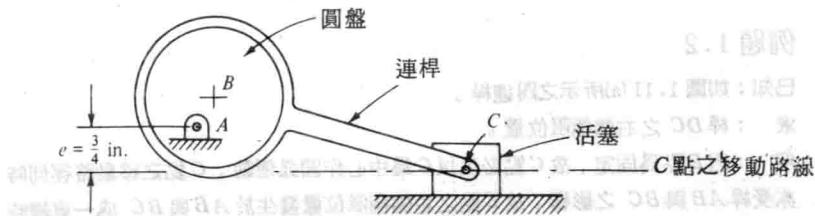


圖 1.10 (a)幫浦機構

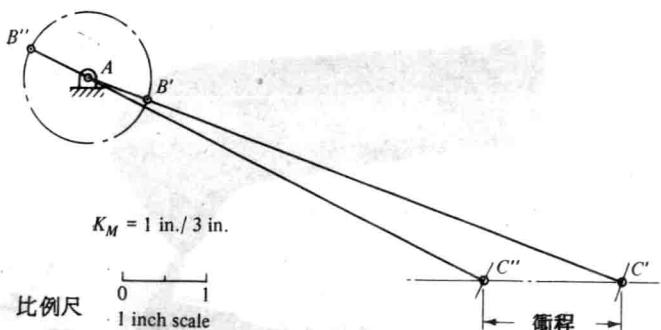


圖 1.10 (b) 偏位曲柄之極限位置

解 該機構相當於偏位之滑塊曲柄機構。當圓盤繞 A 點迴轉時，連桿之環形部份，使 C 點產生往復運動。

步驟 1. 首先假設比例因子繪出機構圖。設  $K_M = 1 \text{ in.} / 3 \text{ in.}$  (3 倍尺寸)；則機構圖上  $AB = 3/4 \text{ in.}$ ,  $BC = 6 \text{ in.}$ , 偏心度  $= 2\frac{1}{4} \text{ in.}$ ，如圖 1.10(b) 所示。

步驟 2. C 點之右側極限位置，發生於 BC 與 AB 成一直線時，即  $\overline{AC'} = BC + AB = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4} \text{ in.}$ 。注意此處未使用比例因子，此處各尺寸均指實際尺寸。然後再以  $\overline{AC'}$  為半徑，以 A 為圓心作一圓弧與 C 點之移動線相交，求得 C' 點。

步驟 3. C 點之左側極限位置發生於 BC 與 AB 重疊時，即  $\overline{AC''} = BC - AB = 2 - \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4} \text{ in.}$ ；再以  $\overline{AC''}$  為半徑，以 A 為圓心作圓弧與 C 點之移動線相交，求得 C'' 點。

步驟 4. 從所作圖中量取  $C'C''$  長度， $C'C'' = 1.63 \text{ in.}$  實際之尺寸為  $1.63 \text{ in.}$  ( $1 \text{ in.}/3 \text{ in.}$ )  $= .54 \text{ in.}$ ，即衝程為  $.54 \text{ in.}$ 。

### 1.6 四連桿機構運動之例題

例題 1.2 至 1.4，係介紹有關 1.7 節之“四連桿組”。

#### 例題 1.2

已知：如圖 1.11(a) 所示之四連桿。

求：桿 DC 之右側極限位置。

解：因 D 點為固定，故 C 點必須以 C 為中心作圓弧運動，C 點之移動路徑同時亦受桿 AB 與 BC 之影響，故 C 點之右側極限位置發生於 AB 與 BC 成一直線時其距離為  $AB + BC$ 。