1986

高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

陈云烽　吴澧旸　龙宝泉　温兆清

广东科技出版社

1986高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

陈云烽　吴澧旸　龙宝泉　温兆清

广东科技出版社

1986 Gaokao Shiti Jiefa Fenxi
1986高考试题解法分析
（数学·物理·化学·生物）
陈云烽　吴澧函　龙宝泉　温兆清
广东科技出版社出版发行
广东省新华书店经销
广东新华印刷厂印刷
787×1092毫米　32开本　8.375印张　170,000字
1987年4月第1版　1987年4月第1次印刷
印数1—51,700册
统一书号 13182·163　定价 1.20元

出版说明

本书是1986年高考数学（包括理工农医类和文史类）、物理、化学、生物试题的解答和解题分析，分别由中山大学数学系副教授陈云烽、华南师范大学附中副校长吴澧旸（特级教师）、广州市三中副校长龙宝泉、华南师范大学生物系副教授温兆清等同志撰写．

高考标准化命题是我国高考制度改革的重要内容之一．经国家教委批准，1986年广东省高考数学、物理等科进行了标准化命题改革试验．为使读者了解标准化命题的题型特点和解题方法，本书数学、物理两科试题为这次改革试验的试题，化学、生物两科试题为全国统一命题的试题．

本书内容的重点是解题方法分析，各科均按试题的顺序分题予以阐述．在给出每一道试题的详细答案（包括不同解法的答案）的同时，着重阐述解题的思路、解题的方法要领、解题时应注意的问题和易犯的错误及原因，力图从思路分析和错误分析两方面，向读者提供解题方法技巧的有益启发．这些分析的内容，既注意到中学教育的实际，又结合了高考评卷的情况，便于读者学习领会和吸取经验教训．

我们希望本书有助于青年学生掌握正确的学习方法和解题方法，有助于促进提高中学教学质量．本书适合高中学生阅读，也可供中学教师教学时参考．

目　录

广东省数学试题解答与分析

陈云烽 撰写

【说明】

经国家教委批准，1986年广东省高考数学试题继续进行标准化命题改革试验（1985年进行过第一次试验），仍分理工农医和文史两类分别命题，每一类试题都由第一卷和第二卷组成，每个考生要在150分钟内完成两卷的解答，全卷满分为120分（第一卷占70分，第二卷占50分）。第一卷由25道选择题和10道填充题组成，并要求考生在开考后，用不多于70分钟的时间完成25道选择题的解答。第二卷由四道论述式的传统数学题组成，不设附加题。

（一）理工农医类（第一卷）

第 一 题

（本题满分50分）本题共有25个小题，每一个小题都给出代号为A，B，C，D，E的五个结论，其中只有一个结论是正确的。请把正确结论的代号选出，并在答题卷中的相应位置上涂黑（每个小题选对得2分，不选、选错或者选出的代号超过一个，一律得0分）。

1．通过点（0,2）且倾斜角为15°的直线的方程是

A. $y=(\sqrt{3}-2)x+2$.

B. $y=(\sqrt{2}-1)x+2$.

C. $y=(2-\sqrt{3})x+2$.

D. $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)x+2$.

E. $y=(\sqrt{3}-1)x+2$.

【答案】

C

【解题要领】

给出的五个方程所表示的直线都通过点（0,2），但斜率不同。依题设，所求直线的斜率$k=\mathrm{tg}15^{\circ}$。根据正切函数的性质，有

$$0<\mathrm{tg}15^{\circ}<\frac{1}{3}\mathrm{tg}45^{\circ}=\frac{1}{3}.$$

即有$0<k<\frac{1}{3}$，由于

$$\sqrt{3}-2<0;$$

$$\sqrt{2}-1>0.4>\frac{1}{3};$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}-1<0;$$

$$\sqrt{3}-1>0.7>\frac{1}{3};$$

所以，结论A，B，D，E均可排除，只有C正确。

上述解法，充分利用选择支的提示作用，可不作确切的计算，提高解题速度。

解答本题，也可利用三角公式或几何方法求出tg15°的值，然后进行判断。具体算法有多种，这里仅举一例：设$k=\text{tg}15°$，

$$\because \quad \text{tg}30°=\text{tg}(2\times15°)=\frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\text{tg}2\alpha=\frac{2\text{tg}\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha},$$

$$\therefore \quad \frac{2k}{1-k^2}=\frac{1}{\sqrt{3}},$$

即 $$k^2+2\sqrt{3}k-1=0,$$

解得 $$k=-\sqrt{3}\pm2,$$

舍去负值，得$k=2-\sqrt{3}$，故应取C作答。

2. 设α，$\beta\in\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$且$\text{tg}\alpha=\frac{4}{3}$，$\text{tg}\beta=\frac{1}{7}$，则$\alpha-\beta=$

A. $\frac{\pi}{3}$。　B. $\frac{\pi}{4}$。　C. $\frac{\pi}{6}$。

D. $\frac{\pi}{8}$。　E. $-\frac{\pi}{3}$。

【答案】

B

【解题要领】

$$\because \quad \text{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\text{tg}\alpha-\text{tg}\beta}{1+\text{tg}\alpha\text{tg}\beta}=\frac{\frac{4}{3}-\frac{1}{7}}{1+\frac{4}{21}}=\frac{25}{25}=1,$$

$$0<\alpha<\frac{\pi}{2},\ 0<\beta<\frac{\pi}{2},$$

$\therefore\quad \alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$。

8．侧面为等边三角形的正三棱锥，其侧面与底面所成的二面角的余弦值是

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$。　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$。　　C．$\frac{1}{2}$。

D．$\frac{1}{3}$。　　E．$\frac{\sqrt{2}}{3}$。

【答案】

D

【解题要领】

题设的正三棱锥实际上是棱长都相等的四面体，如图1，取底棱AB的中点D，则$\angle SDC$是侧面SAB与底面ABC所成二面角的平面角．不妨设棱长为2，则有

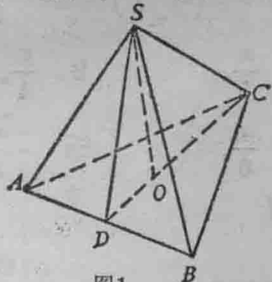

图1

$$SD=DC=\sqrt{3},\ SC=2.$$

由余弦定理有

$$SC^2=SD^2+DC^2-2SD\cdot DC\cos\angle SDC,$$

$$\therefore\quad \cos\angle SDC=\frac{3+3-4}{2\times 3}=\frac{1}{3}.$$

4. 参数方程

$$\begin{cases} x = 1 - 2\sin\varphi \\ y = \cos\varphi \end{cases} \quad (\varphi\text{为参数})$$

所表示的曲线是

A. 圆。

B. 焦点在x轴上的双曲线。

C. 焦点在y轴上的双曲线。

D. 焦点在x轴上的椭圆。

E. 焦点在y轴上的椭圆。

【答案】

D

【解题要领】

根据圆锥曲线参数方程的标准形式，由给出的参数方程可看出它表示一个椭圆，其中心坐标为（1，0），长轴在x轴上，因而焦点在x轴上，故D为正确结论。

若对参数方程不熟悉，也可化为直角坐标方程

$$\frac{(x-1)^2}{4} + y^2 = 1,$$

由此方程作出判断。

5. 复数$\sin 95° + i\cos 95°$的一个幅角是

A. $-85°$。　　B. $-5°$。　　C. $5°$。

D. $85°$。　　E. $95°$。

【答案】

B

【解题要领】

$\because$ $\sin 95° + i\cos 95°$

$$=\cos(90°-95°)+i\sin(90°-95°)$$

$$=\cos(-5°)+i\sin(-5°).$$

∴ 幅角$\theta=-5°$.

6．若复数$(\sqrt{3}+i)^n$是一个纯虚数，则n的一个可能的值是

A．5． B．6． C．7．

D．8． E．9．

【答案】

E

【解题要领】

∵ $\sqrt{3}+i=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$,

∴ $\left(\sqrt{3}+i\right)^n=2^n\left(\cos\frac{n\pi}{6}+i\sin\frac{n\pi}{6}\right)$.

当$n=5$，6，7，8时，$\cos\frac{n\pi}{6}$均不为零，而$n=9$时，

$$\cos\frac{9\pi}{6}=\cos\frac{3\pi}{2}=0.$$

7．在复平面上，设动点Z对应的复数为z，Z到复数$-i$和$1+i$所对应的点的距离之和等于5，则动点Z的轨迹方程为

A．$|z+i|+|z-1-i|=5$.

B．$|z-i|+|z+1+i|=5$.

C．$(z+i)+(z-1-i)=5$.

D．$(z-i)+(z+1+i)=5$.

E．$(z+i)^2+(z-1-i)^2=25$.

【答案】

A

【解题要领】

根据复数运算的几何意义，可直接判断。

8. 要从8名男医生和7名女医生中选5人组成一个医疗小组，如果医疗小组中至少有2名男医生和至少有2名女医生，则不同选法的种数是

A. $\left(C_8^3+C_7^2\right)\cdot\left(C_7^3+C_8^2\right)$.

B. $\left(C_8^3+C_7^2\right)+\left(C_7^3+C_8^2\right)$.

C. $C_8^2\cdot C_7^3$.

D. $C_8^2\cdot C_7^2\cdot C_{11}^1$.

E. $C_8^2\cdot C_7^3+C_8^3\cdot C_7^2$.

【答案】

E

【解题要领】

依题意，5人的医疗小组可能由2名男医生与3名女医生组成，也可能由3名男医生与2名女医生组成，此外没有别的组成形式。根据乘法原理，前者的不同选法有$C_8^2\cdot C_7^3$种，后者的不同选法有$C_8^3\cdot C_7^2$种，再根据加法原理，选派医疗小组的不同选法种数为$C_8^2C_7^3+C_8^3C_7^2$。

9. 要排一张有5个独唱节目和3个合唱节目的演出节目表，如果合唱节目不排头，并且任何两个合唱节目不相邻，则不同排法的种数是

A. P_8^8.　　　B. $P_5^5\cdot P_8^3$.

C. $P_5^5\cdot P_6^3$.　　　D. $P_5^5 P_6^3$.

E. $P_8^5\cdot P_8^3$.

【答案】

C

【解题要领】

先排独唱节目，再插入合唱节目排出节目表．独唱节目的排法共有 P_5^5 种，对应每一种独唱节目的排法，只有5个空位可插入合唱节目(因为合唱节目不能排头)，而且每个空位至多只能插入一个合唱节目(因为两合唱节目不能相邻)，故共有P_5^3 种插入排法．最后由乘法原理，得节目单的编排法共有 $P_5^5\cdot P_5^3$种．

10．设a，b为实数且$a+b=3$．则2^a+2^b的最小值是

A. 6．　　B. $4\sqrt{2}$．　　C. $2\sqrt{2}$．

D. $2\sqrt{6}$．　　E. 8．

【答案】

B

【解题要领】

由基本不等式，得

$$2^a+2^b\geqslant 2\sqrt{2^a\cdot 2^b}$$
$$=2\sqrt{2^{a+b}},$$

$\because$ $a+b=3$，

$\therefore$ $2^a+2^b\geqslant 2\sqrt{2^3}=4\sqrt{2}$．

且当$a=b=\frac{3}{2}$时等号成立，故2^a+2^b的最小值为$4\sqrt{2}$。

11．若$\mathrm{ctg}\theta=3$，则$\cos^2\theta+\frac{1}{2}\sin2\theta$的值是

A．$-\frac{6}{5}$．　　B．$-\frac{4}{5}$．　　C．$\frac{4}{5}$．

D．1．　　E．$\frac{6}{5}$．

【答案】

E

【解题要领】

$$
\begin{aligned}
&\cos^2\theta+\frac{1}{2}\sin2\theta\\
&=\cos^2\theta+\sin\theta\cos\theta\\
&=\cos^2\theta(1+\mathrm{tg}\theta)\\
&=\frac{1+\mathrm{tg}\theta}{1+\mathrm{tg}^2\theta}\\
&=\frac{1+\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{9}}\\
&=\frac{6}{5}.
\end{aligned}
$$

12．若$\theta\in\left(\frac{5\pi}{4},\ \frac{3\pi}{2}\right)$，则$\sqrt{1-\sin2\theta}=$

A．$\cos\theta-\sin\theta$．　　B．$\sin\theta+\cos\theta$．

C．$\sin\theta-\cos\theta$．　　D．$-\cos\theta-\sin\theta$．

E. $|\cos\theta|-|\sin\theta|$。

【答案】

A

【解题要领】

$\because\ 1-\sin 2\theta$

$=\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$=(\cos\theta-\sin\theta)^2$,

$\therefore\ \sqrt{1-\sin 2\theta}=|\cos\theta-\sin\theta|$,

$\because\ \dfrac{5\pi}{4}<\theta<\dfrac{3\pi}{2}$,

$\therefore\ \cos\theta>\sin\theta$,

$|\cos\theta-\sin\theta|=\cos\theta-\sin\theta$。

13. 函数 $y=\cos x-\sin^2 x-\cos 2x+\dfrac{7}{4}$ 的最大值是

A. $\dfrac{7}{4}$。 B. 2。 C. $\dfrac{9}{4}$。

D. $\dfrac{17}{4}$。 E. $\dfrac{19}{4}$。

【答案】

B

【解题要领】

$\because\ y=\cos x-\sin^2 x-\cos 2x+\dfrac{7}{4}$

$=\cos x-\sin^2 x-\cos^2 x+\sin^2 x+\dfrac{7}{4}$

$=-\left(\cos x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{1}{4}+\dfrac{7}{4}$

$$=2-\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)^2$$
$$\leqslant 2,$$

且 $x=\dfrac{\pi}{3}$时，$y=2$，故y的最大值是 2。

14．arctg $(1-\sqrt{2})=$

A．$-\dfrac{5\pi}{8}$。 B．$-\dfrac{3\pi}{8}$。 C．$-\dfrac{\pi}{8}$。

D．$\dfrac{\pi}{8}$。 E．$\dfrac{3\pi}{8}$。

【答案】

C

【解题要领】

$\because \quad 1-\sqrt{2}<0,$

$\therefore \quad \mathrm{arctg}(1-\sqrt{2})<0$。

排除D和E。其次，

$$\mathrm{tg}\left(-\frac{5\pi}{8}\right)<\mathrm{tg}\left(-\frac{3\pi}{8}\right)<\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-1$$

而 $\quad 1-\sqrt{2}>-1,$

所以，应排除A和B。只有C正确。

15．椭圆$\dfrac{(x+1)^2}{4}+y^2=1$与抛物线$y=1-(x+1)^2$的交点的个数是

A．0。 B．1。 C．2。

D．3。 E．4。

【答案】

D

【解题要领】

解答本题可用几何方法：在直角坐标系上，画出两条曲线的草图，据图便可作出判断。

画曲线的草图时，要把能反映曲线特征的点描出来。例如，从椭圆方程可看出，该椭圆中心坐标为$(-1, 0)$；长轴在x轴上，左、右两端点坐标为$(-3, 0)$，$(1, 0)$；短轴在直线$x=-1$上，两端点坐标为$(-1, 1)$，$(-1, -1)$。从抛物线方程可看出，该抛物线的对称轴为$x=-1$，顶点坐标为$(-1, 1)$，与x轴相交两点的坐标为$(-2, 0)$和$(0, 0)$。作出草图如图2。

也可用代数方法：由

$$\begin{cases} \dfrac{(x+1)^2}{4}+y^2=1, \\ y=1-(x+1)^2, \end{cases}$$

得 $$4y^2-y-3=0,$$

$$y=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{8}=\frac{1}{8}(1\pm7),$$

即有 $$y_1=1, y_2=-\frac{3}{4},$$

由 $$1-(x+1)^2=1$$

得重根-1。

由 $$1-(x+1)^2=-\frac{3}{4}$$

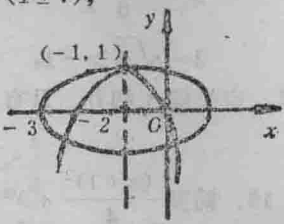

图 2

得相异实根$-1+\dfrac{\sqrt{7}}{2}$和$-1-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$。