

湍流附面层分析

(上册)

〔美〕Tuncer Cebeci & A.M.O.Smith 著

皇甫贵真 朱培烨 译

曹起鹏 校

南京航空学院

1982.2.

校 者 前 言

美国加州大学教授 Cebeci 与英国帝国科学技术学院教授 P. Bradshaw 都是国际上知名的研究湍流附面层理论的学者，各自发展了求解湍流附面层的二大流派。

1978 年在杭州召开的计算空气动力学大会上，我应邀作了有关这二个学派的学术报告，特别对 Cebeci 与 Keller 的 Box 差分解法作了较多的介绍，引起了到会同志的兴趣。事后 631 所二位同志皇甫贵真与朱培焯利用空余时间将 T. Cebeci 教授等原著本书译成中文，并要我代为校译。

鉴于目前这方面参考书不多，中文的更少；而本书内容丰富，材料新颖，基本上概括了 70 年代初期以前湍流附面层一些研究成果，又有自己的特色；再加上译文又比较流畅。为此已作为 1983~1985 年度编译教材上报，并征得系院教务部门同意，院印刷厂的大力支持，先铅印一批，以供研究生使用，并作为本专业高年级生的参考书，可以达到人手一册。希望由于此书的付印，使湍流附面层有关概念、理论、方法能广为流传学习，为我们在这方面研究作出某些贡献。最后，对我院印刷厂的大力协助，以及铎版原图绘制者曹名同志与尤金明同志以及参与校对的蒋大椿同志表示衷心的感谢！

1981 年 12 月 7 日校者识

绪 言

流体力学的困难在于人们写运动控制方程的能力远远超过解答它们的能力。这种困难就湍流流动来说是尤其令人烦恼的障碍。控制方程是 Navier-Stokes 方程和描述如热或物质等标量的传输方程。如果不考虑更精细的特点和像稀薄气体流动那样的极端情形, 这些方程可以认为是精确的, 甚至可以用于可观察出的最小的湍流涡流。由于湍流流动是三维的, 甚至在一维的整体流动中, 控制方程也是三维和非定常的。加之方程是非线性的, 以致由牛顿第二运动定律相当容易导出的原始方程组是四个独立变量 x 、 y 、 z 和 t 的三维非线性偏微分方程组。时间的涉及是因为在任一点的流动总是非定常的。

运动是如此复杂, 以致要完全在这种流动的分析中取得任何进展就必须借助统计的经验的相关法。由气体分子运动学理论启发的统计手法是解决这一问题的较好途径。可以说这是物理学家或科学家的方法。但是, 由于基本流动过程的细小部分没有完全解决, 困难很快就发展了, 尤其在湍流场有梯度的时候, 例如在附面层流动里那样。特别是这个方法无助于工程师在实际问题中要寻求的那种资料, 即关于表面摩擦、热传导率等的的数据, 以及在流动机械、宇航飞行器、飞船和其它相对流体运动的运载工具上的流动分离。

另一种方法, 即本书的方法是建立比较基本又常常是精巧的经验工程关系, 然后把这种关系引进各种形式的描述方程里以求得最终解。在为了得到答案的艰苦努力中, 经验关系式常常严重忽视了湍流流动的某些已知的基本属性。但这种方法中的最好方法却对非常广泛的流动状态给出了非常精确的答案。作者们回想起这种情景时不禁涌起强烈的幸运感, 因为现在基本上还不知道如何解释这些工程方法及作者的方法成功的原因。

显然, 对这一问题, 统计或科学的方法与经验或工程的方法之间是截然分开的, 在上个世纪里, 理论流体动力学和水力学也有类似的分立。随着科学知识的逐步发展, 这两个学科一同前进, 现在它们几乎已经合并了。人们期望在湍流流动这一领域里也将发生类似的合并, 看来的确正在发生。

湍流通常出现在相当规模的流动里, 也就是说, 那里的惯性力与粘性力相比是主要的。所以, 这一课题的任何完整的论述都必须考虑各种流动, 从星座里的流动到等离子体流动、多相流动、灰尘状气体的流动、气象流动、化学反应流动, 一直到通常的流体力学流动, 在这最后一种流动中化学是不重要的。鉴于流动情况有着这么广的范围, 本书的目的是很有限的。

我们的目的只是考虑符合附面层或薄剪切层近似要求的湍流流动。虽然可压缩性和传热影响是本文完整的一部分, 但是对涉及马赫数大于 8 或 10 的流动问题不能有多大帮助。在这么高的速度下, 离解、物质的湍流扩散、幅射、烧蚀及其类似的现象所带来的影响, 从任何基本实验方面来看我们知道得还很少。这一通常的领域看来为本书的范围画出了一个很好的界限。

本书可称专论, 它只限于论述通常的附面层并叙述一种计算它们的有效方法。它不讨论出

现的许多专门问题，例如分离气泡，激波附面层干扰，转变或三维流动。三维流动理应属于本书范围，但由于它正处在发展变化的状态，我们认为最好还是就此为止，而仅限于至少包括二维定常流动的计算方法，包括通常的二维流动和轴对称流动。当然，理论的颇大部分适用于三维问题，但我们只限于基本方程的介绍。

本书假定读者具备了流体力学的初级课程，其中包括附面层理论知识及这一课程所必需的数学知识。本书有两个基本目标，一是阐述明有关湍流附面层分析的知识现状，这个方面的目的是针对兴趣广泛的本专业学生；另一目标是叙述计算二维和轴对称附面层的一种多用途的有效而精确的方法，这是想帮助对重要设计问题必须找到答案的工程师的。精度要求的范围从希望使用简单计算尺或心估直至在当前知识现状内所能做到的最精确的计算。

高度精确的情况也许出现在能推进技术发展水平的主要工程的关键性设计里。例如，如何很快使大批生产的新巨型运输机机身尾部能够流线化，而不引起流动的分离？空间、重量和长度的考虑迫使要用最短的可能流线型外廓，但不容许工程师失败，因为错误可能花费数百万美元。在这种“费时”的应用中，计算费用不是很重要的，而求助于规模大的计算机和偏微分方程是正常的，只要这样做能提高精度就行。

简单的解法常常可以表达成一两个参数。如果真行，几张图或表格就足以给出解答的范围。相似层流附面层的解法就是一例。另一个例子是把平衡温度图表用于绕平板的高速流动。但在实际生活中很少遇到相似附面层，而且著者知道，没有绕平板的高速飞行！所以，当寻求最可能的答案时，人们抛开这些“标杆”解法而使用像本书叙述的方法。因此，我们只包括极少数标准和经典的解法，如锥流、平板流动等解法。这些早已是现成的，很容易在文献中找到。

由于流动可以是层流，湍流或二者的混合，转变的预测问题就产生了。转变问题甚至处于比湍流更含混的情况。部分是由于这个原因，部分是由于篇幅所限，本书不包括转变问题。除了偶尔涉及到，转变位置的确定问题留到别处。但是应当指出，任何二维或轴对称附面层流动在驻点总是作为层流开始的。所以，任一湍流附面层计算方法都必须也能分析层流，转变点显然也是整个计算过程的一个组成部分。本书的方法符合这些要求。

感 谢

本书是原来在道格拉斯飞机公司空气动力研究室所作工作的产物，但在长滩的加利福尼亚州立大学进行的补充工作也具有重要的贡献。

不少人对本书的成长给予了相当大帮助。我们尤其要感谢皇家学院的彼得·布莱德萧，他审阅了全书，提出了许多有价值的建议。墨尔本大学的托尼(A.E.)培理，喷气发动机研究室的劳埃德·贝克，密执安大学的曾外纳和兰利研究中心的NASA的丹尼斯·布西纳尔审阅第2、3、4、6章给予了很大的帮助，C.I.T.的赫伯特·凯勒审阅了第七、八章，提出了许多宝贵意见。我们还要感谢多里斯·戈尔顿的编辑工作，感谢空气动力研究组的苏·席木克，贾·德雷，乔治·摩新斯克司，卡尔·高波斯等人的许多计算和描图工作。最后，我们对克里斯·本茨对原稿杰出的打字表示感谢。

此外，第一作者T.C.还要感谢他的妻子西尔维亚和他们的孩子们拉比亚、莉拉和奥玛，感谢他们的谅解和支持，感谢他们给了他时间。最后，当然并不是最少的，他要向他的父母表示感谢，他们总是在梦中信任自己的儿子并为帮助他达到目的做了力所能及的一切。

目 录

结 言	I
感 谢	II
主要符号	I
第一章 引 论	
1.1. 湍流的各种评述	5
1.2. 湍流的普遍存在	8
1.3. 连续介质假设	8
1.4. 湍流的度量——强度	9
1.5. 湍流的度量——尺度 (Scale)	12
1.6. 湍流的度量——能谱	15
1.7. 湍流的度量——间歇性	17
1.8. 湍流的扩散性质	18
1.9. 最重要的一些参数	20
1.10. 湍流的一些结果	23
1.11. 不能用第一原理计算湍流流动	28
1.12. 基础文献	30
第二章 可压缩湍流流动的守恒方程	
2.1. 引言	32
2.2. Navier—Stokes 方程	32
2.3. 一般时间平均法和质量加权平均法	33
2.4. 一般时间平均量和质量加权平均量间的关系	36
2.5. 连续性方程和动量方程	37
2.6. 能量方程	37
2.7. 平均动能方程	38
2.8. 雷诺应力传输方程	40
第三章 附面层方程	
3.1. 引言	44
3.2. 可压缩流动的附面层近似	45
3.3. 连续性方程、动量方程和能量方程	51
3.4. 平均动能方程	58
3.5. 雷诺应力传输方程	59

3.6. 附面层积分方程	62
第四章 湍流附面层的一般特性	
4.1. 引言	65
4.2. 湍流附面层的组合性	65
4.3. 涡流粘度和混合长度概念	72
4.4. 光滑表面上不可压缩流动的平均速度和剪应力分布	79
4.5. 无压强梯度粗糙表面上不可压缩湍流流动的平均速度分布	89
4.6. 无压强梯度光滑多孔表面上的平均速度分布	95
4.7. 湍流附面层的 Crocco 积分	98
4.8. 无压强梯度可压缩流动的平均速度和温度分布	100
4.9. 压强梯度对不可压缩流动的平均速度分布的影响	107
第五章 湍流附面层计算的各种方法	
5.1. 引言	115
5.2. 积分法	115
5.3. 微分法	117
5.4. 简捷算法	131
第六章 湍流附面层的传输系数	
6.1. 引言	148
6.2. 动量传输系数	148
6.3. 热传输系数	168
6.4. 小结	180
第七章 Cebeci-Smith 法	
7.1. 引言	182
7.2. 控制方程	182
7.3. 方程的变换	183
7.4. 空气的流体属性	186
7.5. Keller 盒式法	187
7.6. 动量方程的 Keller 盒式法	188
7.7. 动量差分方程的解法	190
7.8. 能量方程的 Keller 盒式法	198
7.9. 能量差分方程的解法	199
7.10. 联立求解动量和能量方程的方法	206

湍流附面层分析

Tuncer Cebeci A. M. O. Smith 著

皇甫贵真 朱培烨译

曹起鹏 校

主要符号

我们只定义比较常用的符号, 在有些情况还给出它首次在其中出现的方程的编号, 但是应当指出, 下面所列的某些符号也许多于一个的含意, 我们只规定最通用的或本书最常用的含意。

- A 面积; Van Driest 阻尼长度参数, 方程 (6.2.12)
- A^+ Van Driest 阻尼常数。
- B 传热阻尼长度参数, 方程 (6.3.16)
- B^+ 传热阻尼常数
- c_f 局部表面摩擦系数, 方程 (1.9.1)
- $\bar{c}_f$ 平均表面摩擦系数, 方程 (1.9.2)
- c_l 剖面升力系数。
- c_p, c_v 分别是定压比热和定容比热
- C_D 耗散积分系数, 方程 (3.6.12b); 总阻力系数。
- C_p 压力系数
- d 管道直径
- D 阻力; 耗散积分, 方程 (3.6.11)
- E Eckert 数, 方程 (3.3.20)
- E_1 频谱分布函数, 方程 (1.6.1)
- f 无量纲流函数, 方程 (7.3.6)
- F 质量交换参数, $\rho_w v_w / \rho_e u_e$
- g 总焓比率, 方程 (7.3.11)
- h 薄膜传热系数; 静焓
- h_1 可变格网系统中的第一个 η 步长, 方程 (9.1.1)
- H 总焓, 方程 (2.2.6); 形状因子, δ^*/θ
- k 热传导系数; 粗糙高度; 湍流动能, $q^2/2$

- k^+ 无量纲粗糙高度, $k^+ = ku_\tau/\nu$, 方程 (4.5.2)
 K 两个相邻 η 区间的比, 方程 (9.1.1); 层流化参数, 方程 (4.9.1)
 l 混合长度, 方程 (4.3.7); 长度尺度
 L 修改了的混合长度, 方程 (6.2.4); 长度
 M 马赫数
 N_u Nusselt 数, 方程 (6.3.33)
 p 压强
 p^+ 无量纲压强梯度参数, 方程 (6.2.24)
 Pe Peclet 数, 方程 (6.3.34)
 Pr Prandtl 数, $c_p\mu/k$
 Pr_t 湍流 Prandtl 数, $\varepsilon_m/\varepsilon_h$, 方程 (6.3.2)
 q 动压强: $\frac{1}{2}\rho u^2$; 热通量
 $q^2/2$ 湍流动能, 方程 (5.3.57)
 r 温度恢复因子, 方程 (4.8.16); 径向距离
 r_o 旋转体半径
 Re, R_L 基于参考长度的雷诺数 $u_\infty c/\nu$ 和 $u_\infty L/\nu$
 Re_d 基于直径的雷诺数, 方程 (6.3.35)
 Re_E Euler 时间相关系数, 方程 (1.5.2)
 Re_i Richardson 数, 方程 (6.2.75)
 Re_{ij} 雷诺应力张量, 方程 (5.3.3)
 Re_l 湍流雷诺数, ql/ν
 Re_x 雷诺数, xu_e/ν ; 纵向相关系数
 Re_{xtr}, Re_{xt} 分别在转变起点和终点的 x 雷诺数
 Re_y 横向相关系数
 Re_δ^* 基于位移厚度的雷诺数, $u_e\delta^*/\nu$
 Re_θ 基于动量厚度的雷诺数, $u_e\theta/\nu$
 S 曲率修正项, 方程 (6.2.75)
 St Stanton 数, 方程 (6.3.36)
 t 时间
 T 温度
 u, v, w 流体速度的 x, y, z 分量
 u^+ 无量纲速度, u/u_τ
 u_τ 摩擦速度, $(\tau_w/\rho)^{1/2}$
 v^+ 壁面法向无量纲速度, v_w/u_τ
 w Coles 尾流函数, 方程 (4.4.23)
 x, y, z 笛卡尔坐标
 y^+ 雷诺数 $y^+ = yu_\tau/\nu$
 z $(2/c_f)^{1/2}$

α	攻角; 外层涡流粘性系数, 方程 (6.2.3)
β	压强梯度参数, 方程 (4.4.22)、(7.3.11a)
$\bar{\beta}$	压强梯度参数, $(2\xi/u_e)(du_e/d\xi)T_o/T_e$
β_c	冷却参数, 方程 (4.9.2)
γ	间歇性因子, 方程 (1.7.1)
γ_{tr}	转变间歇性因子, 方程 (6.2.79)
δ	附面层厚度
δ^*	位移厚度, 方程 (1.9.7)、(1.9.11)
δ^{**}	能量厚度, 方程 (1.9.17)
ε_h	涡流传导系数
ε_h^+	无量纲涡流传导系数, ε_h/ν
ε_m	涡流粘度
ε_m^+	无量纲涡流粘度, ε_m/ν
η	变换后的 y 坐标, 方程 (7.3.2)
θ	动量厚度, 方程 (1.9.15)
κ	von Karman 混合长度常数
κ_h	传热混合长度常数
λ	体粘度; 总表面积和粗糙面积的比
λ_g	湍流微尺度
$\mathcal{A}$	纵向曲率半径
A_l	湍流纵向积分尺度, 方程 (1.6.4)
A_g	湍流横向积分尺度, 方程 (1.5.4)
μ	动力粘性系数
ν	运动粘性系数
ξ	变换后的 x 坐标, 方程 (7.3.2)
Π	Coles 分布参数, 方程 (4.4.23)
ρ	质量密度
σ	湍流的相对水平, 方程 (1.4.5)
τ	剪应力
ϕ	耗散函数, 方程 (3.5.5)
ω	频率, 方程 (6.2.6); 无量纲比, u_e/u_τ
下标	
aw	绝热壁
e	附面层边缘
i	内部的
l	层流的
o	外部的; 驻点状态
t	湍流的; 转变的终点
tr	转变的起点

TE	后缘
W	壁
∞	无穷
上标	
$'$, $''$	脉动量; f , g 对 η 的导数
$-$	时均量
$\sim$	质量加权平均量

第一章 引 论

因为我不完全了解消化过程就不吃饭了吗？

——Oliver Heaviside

(根据 von Karman and Biot)

和 Heaviside 早年的运算微积分学一样，湍流流动理论缺乏坚实的依据。若要等到我们确立了这些依据以后再进行应用计算，那一定得等很长的时间。在大约半个世纪前的一次重要讲演中，Prandtl (1929) 开始讲道：

“我正要讲的湍流流动现象离作出定论还差得很远。说得确切一些，这里只涉及到一种新途径的最初几步，希望将接着有许多其它步。

“遗憾的是，在 Gottingen 从事了约五年的湍流问题研究表明，透彻了解湍流的希望很小。照片和活动电影片只向我们表明了这种流动复杂得令人绝望……”在经过将近五十年收集资料、发展理论并取得重大进展后的今天，普朗特的说法大体上还是正确的。所以我们应该注意 Heaviside 的忠告：

“首先要用任何可能的方法取得进展，而让逻辑推理留在以后去做。”

在某种程度上，这一忠告表征了讨论湍流流动各书的特点——致力于提供工程上的答案。愿我们也在这一工作中取得成功吧！

1.1. 对湍流的各种评论

本章旨在给出湍流的一些基础材料，这并不是本书必须的。我们从“什么是湍流？”这一问题开始。在名为“湍流”的第二十五届 Wilbur Wright 纪念讲演会上，von Karman (1973) 引用 G.I. Taylor 的话这样定义湍流：

湍流是一种不规则运动，它通常在流体（液体或气体）流过过体表面或者是同一流体的邻近流彼此流过或超越时出现的。

这个定义从目前的情况看是可用的。但价值并不很大，许多不规则流动不能认为是湍流的。凡是湍流流动就必须具有些稳态的统计特性，即类似于把流体看作是分子规模时的那些特性。Hinze (1959) 指出了 von Karman 定义的缺陷，提出了下述定义：

湍流流体运动是流动的一种无规律状态，在那种状态里，各种量呈现出随时间和空间坐标的随机变化，致使可以辨认在统计上明显的平均值。

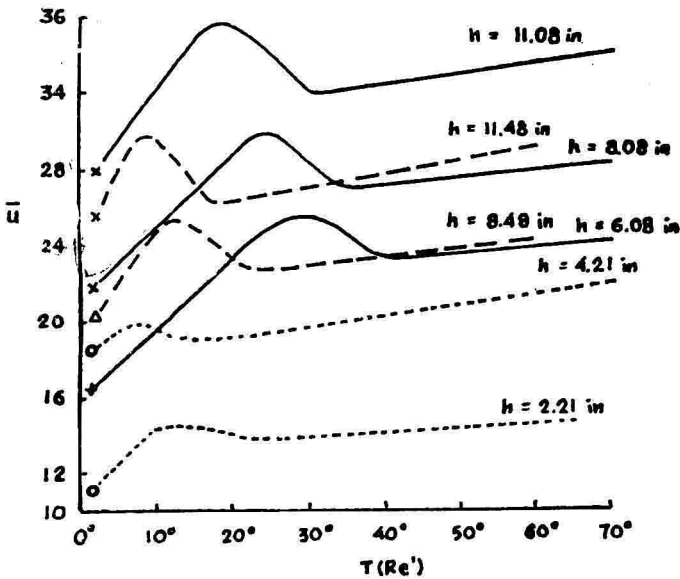
除此之外，Bradshaw 还指出，湍流具有很大的波长范围。把这三种陈述合起来就构成了湍流的确切定义。

Hagen (1839) 叙述了大概是在科学意义下对湍流流动的第一次观察。他研究水通过圆

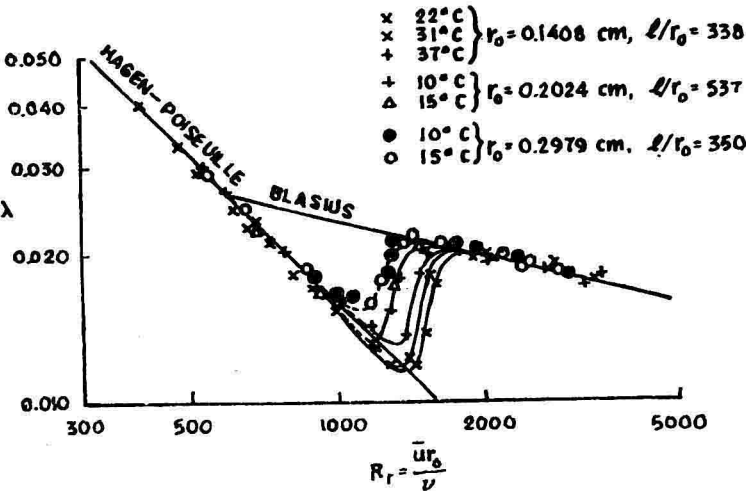
管的流动,观察到现在称为层流 (Hagen-Poiseuille 流动) 和湍流的两种不同类型的流动。当流体离开管子时,如果流动是层流,它象玻璃一样清晰透彻;如果是湍流,流动看起来是不透明的,雾状的。用家家都有的水龙头就可以实际生成这两类流动。15 年后的 1854 年, Hagen 发表了第二篇论文,说明粘性及速度对两种流动状态分界的影响。他在文章中说,管子里的平均速度 $\bar{u}$ 是水头和水温的函数(当然,温度唯一确定粘性)。图 1.1 示出了他对几种管道直径的结果。该图分别包含速度 $\bar{u}$ 、管道半径 r_o 和运动粘性 ν 的隐式变化。这种表示形式显示不出数据的条理性。大约 30 年后, Reynolds (1883) 引进了现在称为雷诺数的参数 $R_r \equiv \bar{u} r_o / \nu$ 。这一参数把 Hagen 的数据几乎变成了单一的曲线。新参数 R_r 连同无量纲摩擦系数 λ (它是这样定义的,使得压降 $\Delta p = \lambda (\rho \bar{u}^2 / 2) \frac{l}{r_o}$) 把图 1.1 的图线变成了

图 1.2 的样子。这里 l 是管道长度,其它量具有通常的含意。雷诺数这一普遍参数于是产生了。在这些早期研究中还没有使用“湍流流动”的术语;当时用的修饰词是“Sinuous”(起伏的)。“湍流流动”是 1887 年 Lord Kelvin 引进的。

湍流的定义指出了流动是不规则的,图 1.3 里举例说明了不规则性的剧烈程度。若把一根细导线垂直放在流动着的水里,给一个很短的电脉冲,只要极性正确,就发生电解,微小的氢气泡就附在在导线上

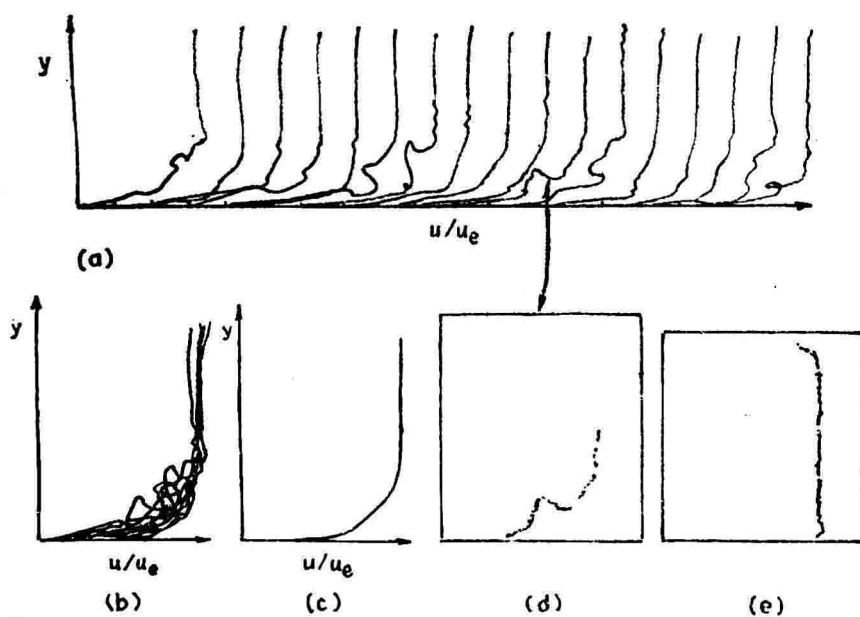


(图 1.1.)



(图 1.2.)

给水标上了记号。这些气泡和水流一起流动并标记出了水的流动情况。在简单的直线流动里, 位移 $\Delta x = u \Delta t$, 更一般地说, 由于 u 、 v 和 w 可以变化, $\Delta \mathbf{r} = \int_0^t \mathbf{v} d\tau$, 这里的 $\mathbf{r}$ 是位移向量, $\mathbf{v}$ 是速度向量, t 和 τ 是时间。若时间不太长, 位移与速度成正比。图 1.3a 中的一系列分布图都是用氢气泡技术得到的, 它们都对应于附面层内的同一点, 但在不同的瞬时情况。不同瞬时的变化是显著的。作为迭加的结果, 图 1.3b 示出了 17 个分布图的时间平均位移; 图 1.3c 示出了一般的理论分布形状。这个平均分布形状随时间保持平稳而且正是统计值的这种平稳性, 从而有可能进行分析研究。但是, 图 1.3 令人信服地表明, 流动决不是定常的, 甚至, 无疑也不是小扰动型的流动。



(图 1.3)

雷诺数参数有许多解释, 最基本的一个即, 雷诺数是惯性力和粘性力之比的一种度量。众所周知, 惯性力和 ρV^2 成正比, 而对于给定的几何形状, 粘性力和型如 $\partial u / \partial y$ 的项成正比, 近似地和 $\mu v / l$ 成正比。这两个量的比

$$\rho v^2 / (\mu v / l) = \rho v l / \mu \equiv R_l \quad (1.1.1)$$

是一个雷诺数。当特征雷诺数 R_l 高的时候, 湍流流动差不多总是出现。在图 1.2 的实验里, R_l 低于 1000 左右的所有状态, 流动是层流的, R_l 大于 2000 左右的是湍流。而 R_l 在这两个值之间时是转变区域。转变区域的准确预测是基本上无法解决的复杂问题。

这里叙述一个对予测转变区常常有所帮助的事实。已经有了大量的管流实验, 它们具有各种入口条件或来流的湍流程度。Preston (1957) 根据这些资料指出, 在 R_l 小于约 1300—2000 的管道里看来不可能得到完全的湍流流动。图 1.2 的数据证实了他的说法。考虑到管道和平板壁流动的相似性, 他把这一结果用到低速平板流并得出结论: 附面层雷诺数 $R_\theta \equiv u_\theta \theta / \nu$ 低于约 320 时, 不可能存在湍流流动。这里的 θ 是用式 (1.9.15) 定义的动量厚度, u_θ 是外缘

速度。若附面层由平板的起点自然增长， $R_0=320$ 时的 x 雷诺数 $R_x=u_c x/\nu$ 约是 230000。而在经过声学处理的风洞里极低湍流度的状态下， x 雷诺数可达 5000000 (Wells, 1967)。这说明有一个比 20:1 大的比例范围，这个范围里的流动既可以是层流的，也可以是湍流的。在风洞试验里，当借助某种粗糙度使层流结束而导致湍流附面层时，Preston 的观察是重要的。如果模型尺寸很小，粗糙带处的 R_0 可能小于 320，那末粗糙就必须反常的大，大到足以达到 R_0 等于 320，幸好雷诺数常常是足够大的，所以不会出问题。

1.2 湍流的普遍存在

下面一组图是说明湍流流动普遍存在的一些例子。在图 1.4 的积云里可以清楚地看到涡流和波浪状的翻腾。图 1.5 示出了混合两种不同气体（烟和空气）的湍流，甚至在天体的量级上湍流似乎也出现（图 1.6）。湍流运动可以在各种条件和任何速度时出现：在 $M \approx 0$ 的水中，在高超音速流动里，在水道里，在火箭排气管或诸如飞机的翼面上或翼面的附近。图 1.7 展示在不同航道的湍流，示出了拖水箱里小旋转圆柱体的尾迹，并借助铅粉末使它变成可见的。虽然尾流太靠近圆柱体以致不能产生完全发展的湍流，但反复无常的路径的确表示出湍流及其惊人的复杂性。图 1.8 和 1.9 以弹道靶场拍摄的照片揭示出高超音速的湍流尾迹。

1.3 连续介质假设

下面几节介绍种种资料以便提供附面层理论的专门术语，使读者熟知附面层理论之所以被公认的基础。任何附面层理论的基础都是 Navier-Stokes 方程，如果包括化学和热扩散性的话，还有别的守恒方程。这些方程都是在把流动看作是连续介质的情况下，通过研究在无穷小元素周围的流动和力推导出来的。虽然湍流的涡流也许非常小，但绝不是无穷小。怎么好使用连续介质假设呢？

Avogadro 数指出，一个克分子重气体里有 6.025×10^{23} 个分子，它在标准温度 0°C 和 760 毫米汞柱压力时占有 22414cm^3 。这意味着每立方厘米有 2.7×10^{19} 个分子。所以，边长只有 0.001cm 的立方体里包含 2.7×10^{10} 个分子。在这些标准条件下，象空气这样的气体的平均自由程大约是 10^{-5}cm ，这大大小于上述立方体的边长。 1cm^3 里分子每秒钟的碰撞总数 $\gamma = \bar{v} \bar{c} / 2\lambda$ ，其中 $\bar{v}$ 是每立方厘米里的分子数， $\bar{c}$ 是平均速度（对空气来说约等于 $5 \times 10^4\text{cm/sec}$ ）， λ 是 10^{-5}cm 。对于这些有代表性的数字， $\gamma = 6.75 \times 10^{23}$ ，碰撞/ $\text{sec} \cdot \text{cm}^3$ ，分子碰撞频率是 $5 \times 10^9/\text{sec}$ ；或者说，在边长 0.001cm 的立方体中， $\gamma = 6.75 \times 10^{19}$ 碰撞/ sec 。所以，在标准状况下，即使非常小的涡流也应当服从连续介质力学定律。由于每秒钟碰撞的数目非常大，反作用或重新调整的时间必须很小。看来是，由于分子数目和碰撞数目很大，即使对于适当稀薄的气流，连续介质假设仍将成立。

什么是**最小涡流尺寸**？微尺度 (microscale) 通常认为是最小涡流平均值的一种度量。这在 1.5 节和 1.6 节里叙述。1.11 节给出了稍大尺度流动的一个值，即 0.05 吋 或者说 约

1mm。所以，就这样的数或边长 1mm 的立方体而论，流动实际上是作为连续介质起作用的。

在最终的耗散过程的研究中，Kolmogoroff (见Hinze, 1959) 推演出一种更小的长度尺度及速度尺度

$$\eta=(\nu^3/\phi)^{1/4}, \quad v=(\nu\phi)^{1/4}, \tag{1.3.1}$$

其中 ϕ 是湍流引起的能量耗散速率的一种度量 (见 3.5 节)。这两个量构成的雷诺数 $\eta v/\nu$ 是 1。通过写出运动粘性系数的定义 $\nu=0.499\bar{\epsilon}\lambda$ ；可以得到 Kolmogoroff 长度尺度 η 和平均自由程 λ 间的关系式，使用这个关系式，根据式 (1.3.) 有

$$\eta/\lambda=\bar{\epsilon}/2\nu \tag{1.3.2}$$

ϕ 的一个典型值在图 4.7b 里通过 $(\phi\delta/u_e^3)$ 以无量纲的形式给出。我们使用 $\phi=20$ 。对该试验来说， $u_e/\bar{u}_e$ 约是 $(0.0015)^{1/2}=0.04$ (见图 4.17)。对于这样的试验条件， ϕ 近似地有

$$\phi\approx 12\times 10^{-4}u_e^3/\delta \tag{1.3.3}$$

利用式 (1.3.3) 可以把方程 (1.3.2) 写为

$$\eta/\lambda\approx 3R_\delta^{1/4}/(u_e/\bar{u}_e) \tag{1.3.4}$$

其中 $R_\delta=u_e\delta/\nu$ 。这时，湍流附面层厚度粗略等于动量厚度的 10 倍。因此，在 1.1 节所给的 $R_\delta=320$ 的情况下， R_δ 的极小值约为 3000，根据式 (1.3.4) η 那时是很小的，但是也比平均自由程大得多。应当指出，通过 $u_e/\bar{u}_e$ 项已实际上引入了马赫数。相应地，仅当马赫数变得非常大的时候，有关连续介质假设的各种疑问才可能出现。

1.4 湍流的度量—强度

图 1.10 说明，在 108 吋弦长的平板上一个特定点的湍流随风洞的速度 (因而，是随弦长雷诺数) 增大时的发展。在这个变化系列里，通过改变风洞的速度使转变从热导线旁而过。这一方法往往比保持风洞风速不变而移动热导线通过转变区域的方法更方便。直到最后的或完全发展的湍流轨迹达到了，脉动量是否满足 Hinze 要求这一点是值得怀疑的，Hinze 的要求是用于鉴别统计学的不同平均值 (见 1.1 节)。当然，这些轨迹对表示统计学的规律来说是不够长的。但最后一个轨迹看来已表明达到了完全湍流状态。肉眼可见的一些特性有：(1) 速度脉动量的平均值；(2) 这些脉动量的数值范围或分布；(3) 频率或波长的大概类别或分布 (在 0.1 秒中是振荡几千次还是只有几次？)；(4) 最短波长；(5) 平均波长；等等。已研究了许多有用的度量，在这里我们只想让读者熟悉其中最重要的几个。

考虑图 1.10 最下面的轨迹，通过每 0.1 秒或 0.01 秒，甚至更短的时间不偏不倚地周期性取瞬时值进行时间平均，或者用随机抽样法也行。如果抽取 u 的脉动量，则

$$u_{mean}=\bar{u}=\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^nu_i \tag{1.4.1}$$

令 $\bar{u}$ 的单纯脉动量是 $u'_1=u_1-\bar{u}$ ， $u'_2=u_2-\bar{u}$ ，……等等。根据平均的定义， u' 的平均值为 0，即