大学物理实验简明教程

DAXUEWULISHIYAN JIANMING JIAOCHENG

唐纯青 隋 峰 主编

陕西人民出版社

陕西师范大学教材建设基金资助出版

大学物理实验简明教程

（非物理专业用）

主编　唐纯青　隋　峰

陕西人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学物理实验简明教程/唐纯青，隋峰主编 .—西安：陕西人民出版社，2006

ISBN 7-224-07774-7

Ⅰ. 大... Ⅱ. ①唐... ②隋... Ⅲ. 物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 123201 号

大学物理实验简明教程

编　　者　唐纯青　隋　峰

出版发行　陕西人民出版社（西安市北大街 147 号　邮编：710003）

印　　刷　西安市建明工贸有限责任公司

开　　本　787mm×1092mm　16 开　12.5 印张

字　　数　280 千字

版　　次　2006 年 10 月第 1 版　　2006 年 10 月第 1 次印刷

印　　数　1—3000

书　　号　ISBN 7-224-07774-7/O·20

定　　价　18.00 元

内 容 提 要

本书适用于高等院校非物理类各专业大学物理实验课程的教学。全书共分四章，第一章主要介绍测量误差与数据处理的基本知识，并引入不确定度概念及其估算方法；后三章则按照基础、提高和设计研究的顺序，安排了 28 个实验，侧重于基本物理量和物性的测量。全书注重实验的基础知识和基本训练，内容充实，文字简洁流畅，并将 MATLAB 计算语言引进了实验数据处理的过程。

本书可作为综合性大学和高等师范院校的非物理类各专业以及工科大学相关专业的物理实验教学用书及教学参考书。

前 言

当前，非物理类专业的大学物理实验教学面临着以下几方面的挑战：第一，物理实验教学作为整个物理学教学的一部分，它的改革必须与物理理论课程和专业课程的教学改革相适应。第二，物理实验作为物理相关学科的一门重要基础课程，应该尽量贴近这些学科的专业需求，并为各学科之间的交叉与融合做出贡献。第三，国家对学校硬件设施的投入不断加大，实验仪器和设备更新较快，新的实验原理和实验技术不断被应用。与此相应，物理实验的教学内容和要求必须与此匹配。第四，随着计算机技术和科学计算软件的应用与普及，在物理实验中利用计算机和计算软件进行数据处理、结果分析和实验的模拟、仿真将会成为物理实验教学的一个重要内容。

面对这些挑战，从事物理实验教学的教师和实验技术工作者积极探索，大胆实践，为物理实验教学的改革做出了不懈的努力。我们编写这本《大学物理实验简明教程》，就是希望能应对这些挑战，为物理实验课程的教学改革添砖加瓦。作为针对非物理专业学生使用的物理实验教材，我们考虑到计划学时的限制，在原理和方法的叙述上简明扼要，在实验内容的选取上，力求缩小各学科专业对物理实验需求之差距，并尽量使先进的科学技术能在实验中有所反映。

本书共分四章。第一章介绍测量误差与数据处理的基本知识，包括引入了不确定度概念及其估算方法。为了使学生掌握这些基本知识，在每个实验中都贯穿有数据处理的具体要求、不确定度的估算和误差分析等内容，以达到对基本知识反复运用、熟练掌握之目的。第二章是基础物理实验，重点介绍了长度、质量、电压、电流等基本物理量的测量和相应的基本实验仪器的使用。第三章为提高型物理实验，我们精选了13个实验，涵盖了力、热、电、光各个层面的知识点。第四章为设计、研究型实验，侧重于学生自己主动思索，深入开掘，独立自主完成实验。此外，在每个实验后

面都附有思考题和讨论题，以帮助学生进一步拓展和挖掘知识内涵。

引入MATLAB计算软件作为展示实验原理和处理实验数据的辅助工具是本书的一个突出特色。MATLAB 作为当今最优秀的计算软件之一，其最大特点是功能强大且易于掌握。在经过简短的学习后，学生完全能够利用该软件进行数据处理和图形绘制，也可在该软件提供的 Notebook 中完成实验报告。我们在本书中第一章安排了一节内容，专门介绍用 MATLAB 处理随机误差分布、数据分析、测量公式的误差传递和逐差法等问题的命令函数和程序；在一些实验中还给出了具体的数据处理、图形绘制以及模拟仿真的程序，并附有详细注释。

本书是在陕西师范大学原《普通物理实验》(非物理专业用)讲义的基础上，经过精选、充实，编撰完成的，这其中凝聚了几代人的心血和劳动，是实验室多年来的共同成果。全书由唐纯青和隋峰主编，有关 MATLAB 的函数介绍和程序由钞曦旭编写，全书的插图由卢永智绘制完成，张军平参与了部分内容的校对和修改。由于时间仓促和编者水平所限，书中难免有不足和疏漏之处，恳请读者批评指正。

在本书的出版过程中，得到了陕西师范大学教材建设基金的资助以及教务处、评建办和陕西人民出版社的大力支持。在编写过程中，我们还参阅了许多兄弟院校的教材，汲取了宝贵的经验，在此一并致谢。

编者

2006年3月

目 录

一 绪 论

大学物理学和大学物理实验课是目前全国高等院校非物理类院系的基础课程。这样做的目的有二：一、物理学本身的发展和规律，是开启通向未知世界的一把钥匙，掌握了这样一把钥匙，可以帮助我们探索世界，探索未来；二、科学发展、技术进步使得物理学科愈发与其他学科互相交叉，紧密结合，不可分割。因此，物理学发展着未来技术进步所需的基本知识，物理学教育提供着各种学有所成、训练有素的专门人才，是培养化学家、生物学家、工程师以及计算机科学家等其他学科工作者的重要组成部分。学好物理学的重要性是不言而喻的。

物理学是一门实验科学。无论是物理规律的发现，还是物理理论的验证，都离不开实验。实验让我们发现真理，实验帮助我们检验真理。但是，在相当一部分青年学生和教育工作者中都存在着“重视理论，轻视实验”的思想。缩减实验学时，减少实验项目，以理论讲授代替实验操作的现象也时有发生。这种状况发展下去将不利于我国的科技创新战略和科技人才培养，应当引起高度关注。我们要充分认识到物理实验课的重要性，教师要力争教好，学生也要力争学好，师生共同努力上好每一节实验课。

大学物理实验是一门基础实验课，以教学为目的，有别于科学研究实验。在多数情况下，它已经确定了具体的研究对象，并给出了实验所需要的仪器。其主要任务是：

1. 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，使学生获得必要的实验知识和操作技能的训练，掌握物理实验的基本方法和基本技能。

2. 培养并提高学生的科学实验能力。包括：自学能力——预习实验内容，查阅相关资料；动手能力——正确调试、使用仪器进行测量；思维能力——运用物理学原理，对实验现象进行初步分析和判断；书写能力——正确记录和处理实验数据，绘制图线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；简单的设计能力——根据实验要求，自行确定实验方法，合理选择仪器，拟定实验步骤。

3. 培养学生实事求是的科学作风，严肃认真的工作态度，不怕困难、主动进取的探索精神，团结协作、爱护公物的优良品德。

学好大学物理实验课的关键在于把握住以下三个基本环节：

1. 课前预习并写好预习报告

每次实验前都要搞清楚：测量内容是什么？用什么方法来测？只有提前预习，仔细阅读教材才能回答这些问题。不能毫无准备就进实验室。预习报告要按照格式来写，它包括：

（1）实验目的

（2）实验原理 主要写测量公式，画原理图，并指出公式中各物理量的意义以及公式的使用条件等。

2. 实验测量并记录数据

在实验过程中，要遵守实验室的规章制度，培养良好的实验习惯。记录数据时，一般用列表法，并注明物理量的单位，不得随意伪造、涂改数据。

3. 完成实验报告

记录的数据要进行处理，得出实验结果，写成书面报告。实验报告的内容及格式要求除了预习报告中的两项内容外，后几项为：

（3）仪器 写出主要测量仪器的名称及规格，便于对仪器进行选择。

（4）数据记录

（5）数据处理 包括绘制出的图线、公式的计算以及不确定度的估算等，这些过程完成后必须以醒目的方式表示出实验结果。

（6）实验结果的讨论与分析 既可以分析实验现象和方法，也可以分析结果及误差原因，亦可以提出自己的实验建议及意见。

实验报告是实验成果的文字报道，应该做到：字迹清楚；文理通顺；图表正确；数据完备和结论明确。不仅实验者本人以后能看懂，而且方便别人也能看懂。

总之，物理实验课有着自己的特点和规律。希望学生在学习过程中不断提高对它的兴趣，打好基础，努力使自己成为优秀的科学技术人才。

第 1 章

测量误差与数据处理的基本知识

在大学物理实验中，测量误差理论及数据处理方法理论在整个实验中占有非常重要的地位，也是正确处理实验中得到的数据、正确表达测量结果的理论基础。由于这部分理论涉及面广，数学计算要求很高，已经超出了本课程的教学范畴。因此，本章中仅作测量误差与数据处理基本知识的介绍，有些结论和计算公式是直接引用的，初期学习接受起来会有一定的困难。学生一定要在教师的指导下，下工夫学习这部分内容，并且在以后每次实验数据处理时反复运用，以达到熟练掌握的目的。

第 1 节　测量与误差

本节介绍测量与误差的基本概念，包括测量与误差的定义与分类、随机误差的估算及测量结果表示。

一、测量

1．测量

一切物理量都是通过测量得到的。做实验的过程也就是测量的过程。

测量，就是用一定的量具或仪器，通过一定的方法，与被测物比较，由测量所得数值和计量单位组成测量结果。其表达形式为：

$$数值\times单位=物理量$$

2．测量的分类

（1）直接测量

如果被测物的量值是由仪器仪表直接读出的，这类测量称为直接测量。所测得的物理量称为直接测量量。例如：用米尺测长度，用秒表测时间等。

（2）间接测量

如果被测物的量值是由若干个直接测量量经一定的函数关系运算后得到的，称为间接测量，相应的物理量称为间接测量量。例如：圆柱体的体积 V，重力加速度 g 等。

3．等精度测量与不等精度测量

在相同的测量条件下（仪器、方法、环境、实验者均无改变），对某一物理量进行多次重复测量，被认为是等精度的多次测量。所测得的一组数据：x_1，x_2，…，x_i，…，x_n称为测量列。

如果在测量条件中，有一项发生了变化，此时的测量就成为不等精度的测量。为了简化问题的讨论，本章仅限于等精度测量。

二、误差

1．误差

物理量在客观上都有着确定的数值，称为"真值"。测量的目的是为了获得这个真值。然而，由于测量总是由实验者在一定条件下通过一定的方法和仪器去完成的，受这些因素的影响和限制，测得的结果与真值之间总有一定的差异，这种差异就是测量误差。

测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。

设被测量的真值为 a，测量值为 x，测量的绝对误差为 Δ，则

$$\Delta = x - a \tag{1-1-1}$$

Δ 值的大小反映了测量值偏离真值的程度。

如果相对误差用 ε 表示，则

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{a} \times 100\,\% \tag{1-1-2}$$

ε 值的引入可以评价测量值 x 的优劣程度。

2．偏差

所谓的"真值"只是一个理想化结果，真正的真值一般是不可知的，因而误差也无法确切表达。在实际测量中，通常用这样的数值来取代真值：（1）理论值；（2）公认值；（3）多次测量的算术平均值。尤其在前两项未知的情况下，第三项的用法比较普遍。

根据式（1-1-1），设测量列的算术平均值为 $\overline{x}$，则

$$\Delta x_i = x_i - \overline{x} \tag{1-1-3}$$

Δx_i 称为第 i 次测量值 x_i 的偏差。$\overline{x}$ 称为最近真值或约定真值[注]。

必须指出：偏差 Δx_i 与误差 Δ 是两个不同的概念，计算的结果也应不同，但由于二者相差不大，故本章未作明显区别。

偏差的相对误差公式

$$\varepsilon = \frac{\Delta x_i}{\overline{x}} \times 100\,\% \tag{1-1-4}$$

〔注〕由误差统计理论可知，当测量次数 $n \to \infty$ 时，算术平均值 $\overline{x} \to a$，故称 $\overline{x}$ 是离真值最近的值，即最近真值。

3．误差分类

误差存在于一切测量中，而且贯穿于测量过程的始终。在误差必然存在的情况下，要设法消除或减小误差，首先要弄清楚误差产生的原因。根据误差的性质和产生原因可将误差分为系统误差、随机误差和粗差三类。

（1）系统误差

系统误差的特征是其具有规律性。在相同测量条件下多次测量同一物理量时，误差的大小和符号保持恒定，或随着测量条件的改变而按确定的规律变化，这一类误差称为系统误差。

系统误差的来源有以下几个方面：

a.理论或方法误差　当测量所依据的理论公式存在近似性或实验无法满足理论条件而引起的误差。例如，单摆周期公式$T=2\pi\sqrt{l/g}$的成立条件是摆角趋于零，而测量中又必须具有一定的摆角。

b.仪器误差　当仪器本身存在一定缺陷或没有按规定使用而造成的误差。例如，千分尺的零点没有校准，等臂天平不等臂等等。

c.环境误差　测量所规定的环境发生变化所引起的误差。例如，用气压计测大气压强时，未进行温度修正；20 ℃ 的标准电池在 30℃下使用等。

d.个人误差　由于实验者个人习惯、偏向及缺乏经验而引入的误差。例如，计时中的反应快慢、斜视等等。

系统误差一般难于发现，而且不能通过多次测量来消除，只能用实验的方法发现并修正。一旦找到了系统误差的原因也就为减小和消除它提供了可能。例如，检查千分尺的零点值对测量结果进行修正；用左称右称法（即交换天平两边被测物和砝码）来消除天平的不等臂因素；用标准值取代被测值（测量条件保持不变）来得到测量结果等等。

系统误差通常是实验中的主要误差来源，能否识别和减小系统误差与实验者的经验和素质有密切关系。如果对实验中的系统误差处理不当也会给测量结果带来重大影响。因此，我们应该注意观察，积累经验，不断提高自己的实验水平。

（2）随机误差

随机误差的特征是其变化无规律性，即随机性。如果排除了系统误差的因素，在相同测量条件下多次测量同一物理量时，仍会出现大小和符号变化不定的误差，称为随机误差。

随机误差是由于测量过程中一些随机的或不确定的因素引起的。例如：人的视觉听觉和触觉等感官能力的限制以及周围环境温度、湿度、电源电压的起伏或者气流波动、振动等偶然因素的干扰。从个别测量值来看，它的数值带有随机性，好像大小和符号杂乱无章，无法把握。但是，如果测量次数足够多的话，就会发现随机误差遵循一定的统计规律，可以用概率理论来估算它。

一般来说，在任何一次测量中系统误差和随机误差都是同时存在的。而且随着测量水平的提高，二者在一定条件下还会相互转化。故严格划分系统误差和随机误差是不可能的，且无必要。

（3）粗差

有些误差明显偏离实验现象，已经超出了通常实验条件下误差的合理范围，这种误差称为粗差。粗差一般发生在测量过程中的人为过失或者仪器失误，实验者应注意观察，并在数据记录和处理时将其剔除。

4．测量仪器的精度

物理实验是依靠测量仪器来进行的，而仪器的使用和测量过程中也会带来误差，这种误差属于系统误差。但是这种误差的大小只能用概率来评定，也就是说，只知其数值的范围，而不知其确切的数值，被称为未定系统误差。通常用仪器的精度和级别来评定未定系统误差的大小。

仪器的精度指它的最小分度值。分度值愈小，仪器的精度愈高，允许的偏差就愈小。由于仪器在制造过程中难免有缺陷，因此会给仪器的精度造成影响，所以测量仪器在出厂时，都对它的最大允许偏差有具体规定，这种最大允差也叫仪器的极限误差或允差，用$\Delta_{仪}$表示。$\Delta_{仪}$可在产品说明书或仪器手册中查找到。常用仪器、量具的最大允差见表1.1.1。

表1.1.1　常用仪器、量具的规格和最大允差

仪器名称	量　程	分度值	允　差
钢板尺	150 mm 500 mm 1 000 mm	1 mm 1 mm 1 mm	±0.10 mm ±0.15 mm ±0.20 mm
钢卷尺	1 m 2 m	1 mm 1 mm	±0.8 mm ±1.2 mm
游标卡尺	125 mm	0.02 mm 0.05 mm	±0.02 mm ±0.05 mm
螺旋测微器（千分尺）	0～25 mm	0.01 mm	±0.004 mm
物理天平	1 000 g 500 g 200 g	0.1 g 0.05 g 0.02 g	±0.05 g ±0.025 g ±0.01 g
电子天平（JA3103）	0～310 g	0.001 g	线性误差 ±0.002 g
普通温度计（水银或有机溶剂） 精密温度计（水银）	0℃～100℃ 0℃～100℃	1 ℃ 0.1 ℃	±1 ℃ ±1 ℃
电　表(0.5级) 电　表(1.0级)			0.5%×量程 1.0%×量程
数字万用表			$a\%\cdot U_x+b\%\cdot U_m$（其中，$U_x$表示测量值即读数，$U_m$表示满度值即量程，$U$、$a$、$b$对不同的测量功能有不同的数值。通常将$b\%\cdot U_m$用“字数”表示，如“2个字”等)

仪器的级别和最大允差有关。如：指针式电表级别分别为 5.0，2.5，1.5，1.0，0.5，0.2，0.1 等。每一量程的最大允差 $\Delta_{仪}$ =量程×级别%，它表示在该量程下正确使用仪器进行测量时可能出现的最大误差。

三、随机误差的估算及测量结果的表示

在等精度多次测量中，随机误差服从统计规律。最典型的统计规律是正态分布律。

1. 正态分布的统计特性

正态分布又叫高斯分布。服从正态分布的随机误差具有下列统计特性：

a. **单峰性**　绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。

b. **对称性**　绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

c. **有界性**　绝对值很大的误差出现的概率趋近于零，即误差的绝对值不超过一定限度。

d. **抵偿性**　随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而趋于零，即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i \to 0$$

虽然测量不可能是无限次的，但在相同测量条件下，增加测量次数可减小测量结果的随机误差，提高测量结果的可靠性。

2. 直接测量量的标准误差

正态分布的特征可以用正态分布曲线形象地表示出来。根据误差理论，正态分布的概率密度函数是

$$f(\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \tag{1-1-5}$$

以 Δ 为横坐标，$f(\Delta)$ 为纵坐标，该函数的曲线分布如图 1.1.1。

曲线形状明显具有单峰、对称、有界等特性，表达了测量值的绝对误差 Δ 出现在区间 Δ — $\Delta+\mathrm{d}\Delta$ 内的概率为 $f(\Delta)\mathrm{d}\Delta$，即曲线与横轴所围阴影面积。式（1-1-5）中的 σ 与实验条件有关，称之为标准误差。

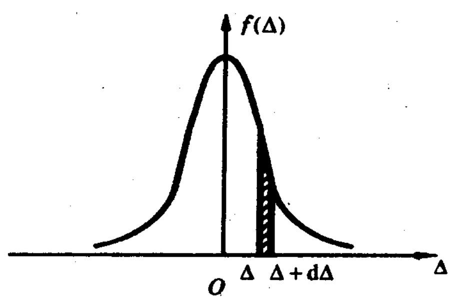

图 1.1.1　正态分布曲线

（1）标准误差及其物理意义

标准误差是各测量值误差的平方和的平均值，再开平方，故又称均方根误差。即

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum\Delta_i^2}{n}} \tag{1-1-6}$$

用偏差表示为

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum\Delta x_i^2}{n-1}} \tag{1-1-7}$$

由式（1-1-5）可知，随机误差正态分布曲线的形状取决于σ值的大小，如图 1.1.2。

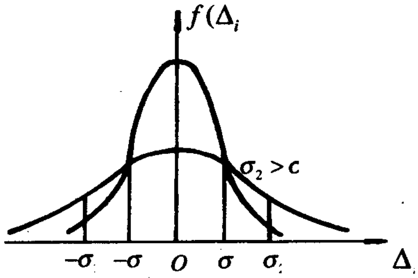

图 1.1.2　随机误差的正态分布

因为误差的总概率密度为 1，所以σ愈小，分布曲线愈陡峭，$f(\Delta)$的峰值愈高，说明绝对值小的误差占多数，且测量值的重复性好，分散性小；反之，σ值愈大，曲线愈平坦，$f(\Delta)$的峰值愈低，说明测量值的重复性差，分散性差。因此，标准误差反映了测量值的离散程度。

根据统计理论可以证明，测量值误差出现在区间（$-\sigma,+\sigma$）的概率是

$$P(-\sigma<\Delta<+\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=68.3\% \tag{1-1-8}$$

这就说明对任一次测量，其测量值误差出现在$-\sigma$到$+\sigma$区间内的概率为 68.3%，也就是说，假如我们对某一物理量在相同条件下进行了 1000 次测量，那么，在这些测量值误差中可能有 683 次落在$-\sigma$到$+\sigma$区间内。

（2）置信概率

式（1-1-8）中的$P(-\sigma<\Delta<+\sigma)$称为置信概率，$\pm\sigma$区间称为置信区间。通常用$\sigma$的倍数来表示随机误差的分布情况。

如：

$$P(-\sigma<\Delta<+\sigma)=\int_{-\sigma}^{+\sigma}f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=68.3\%$$

$$P(-2\sigma<\Delta<+2\sigma)=\int_{-2\sigma}^{+2\sigma}f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=95.5\%$$

$$P(-3\sigma<\Delta<+3\sigma)=\int_{-3\sigma}^{+3\sigma}f(\Delta)\mathrm{d}\Delta=99.7\%$$

显然，随着置信区间的扩大，误差的置信概率也相应增大，与图 1.1.1 相符合。

（3）平均值的标准误差

由于实际测量的次数不可能是无限的，因此算术平均值不可能是真值，它本身也有误差。如各测量值遵从正态分布，可以证明：

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1-1-9}$$

式中，σ是测量列的标准差，n为测量次数，$\sigma_{\bar{x}}$为算术平均值的标准误差。

用偏差表示为

$$\sigma_{\bar{x}}=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{\sum\Delta x_i^2}{n(n-1)}} \tag{1-1-10}$$

由式（1-1-10）可以看出，$\sigma_{\bar{x}}$ 与 $\sqrt{n}$ 成反比，当 n 增加时，$\sigma_{\bar{x}}$ 的减小速率要慢得多。所以，实际测量时 n 不必取得过多，一般取 4 到 10 次即可。

3. 间接测量量的标准误差

间接测量结果是通过直接测量量按一定的函数关系计算得到的。当直接测量含有误差时，误差将随着函数式的运算传递给间接量，称为误差的传递。当估算间接量结果的误差时，必须考虑各直接测量量所传递误差的总的效果，这就是误差的合成。因此，间接量的误差就是函数式中直接测量量误差的传递与合成。

（1）误差传递的基本公式

设间接测量量 N 与直接测量量 X、Y、$Z\cdots$的函数式为

$$N=f(X、Y、Z\cdots) \tag{1-1-11}$$

其全微分为

$$\mathrm{d}N=\frac{\partial N}{\partial X}\mathrm{d}X+\frac{\partial N}{\partial Y}\mathrm{d}Y+\frac{\partial N}{\partial Z}\mathrm{d}Z+\cdots \tag{1-1-12}$$

式中 $\mathrm{d}X$、$\mathrm{d}Y$、$\mathrm{d}Z$ 等分别相当于测量值 X、Y、Z 等的误差，$\frac{\partial N}{\partial X}$、$\frac{\partial N}{\partial Y}$、$\frac{\partial N}{\partial Z}\cdots$称为误差传递系数，而 $\frac{\partial N}{\partial X}\mathrm{d}X$、$\frac{\partial N}{\partial Y}\mathrm{d}Y$、$\frac{\partial N}{\partial Z}\mathrm{d}Z\cdots$则为各分误差项。所以，若直接测量量误差已知，则间接测量量的误差可由上式算出，即总误差 $\mathrm{d}N$ 由各分误差项合成而得，该式称为绝对误差传递公式，用于函数式为和差运算时的情况。

若对式（1-1-11）先取对数，再求全微分，可得

$$\mathrm{d}\ln N=\frac{\partial\ln N}{\partial X}\mathrm{d}X+\frac{\partial\ln N}{\partial Y}\mathrm{d}Y+\frac{\partial\ln N}{\partial Z}\mathrm{d}Z+\cdots \tag{1-1-13}$$

上式称为相对误差的传递公式。通常用于函数式中各量为乘、除运算时的情况。

（2）标准误差的传递公式

如果把式（1-1-12）和（1-1-13）中的各个直接测量量的误差 $\mathrm{d}X$、$\mathrm{d}Y$、$\mathrm{d}Z$ 等用标准误差代替，同时对各项分误差求平方和再开方，即

$$\sigma_N=\sqrt{(\frac{\partial N}{\partial X}\sigma_X)^2+(\frac{\partial N}{\partial Y}\sigma_Y)^2+(\frac{\partial N}{\partial Z}\sigma_Z)^2+\cdots} \tag{1-1-14}$$

$$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{(\frac{\partial\ln N}{\partial X}\sigma_X)^2+(\frac{\partial\ln N}{\partial Y}\sigma_Y)^2+(\frac{\partial\ln N}{\partial Z}\sigma_Z)^2+\cdots} \tag{1-1-15}$$