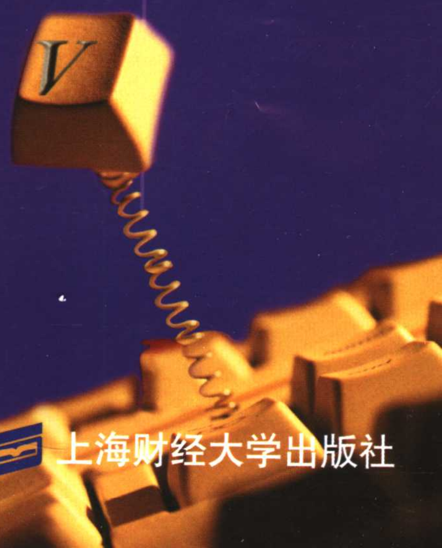
中国精算师资格考试辅导用书

中国精算师资格考试全真模拟试题

主编　邹公明



上海财经大学出版社

中国精算师资格考试辅导用书

中国精算师资格考试
全真模拟试题

主编　邹公明

编者　周俊所　邹公明　王　波

张林枫　邹友红

上海财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中国精算师资格考试全真模拟试题/邹公明主编. —上海:上海财经大学出版社,2005.8

(中国精算师资格考试辅导用书)

ISBN 7-81098-423-3/F·380

Ⅰ.中… Ⅱ.邹… Ⅲ.精算学-资格考核-习题 Ⅳ.F224.0-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第084147号

□特约编辑 李 飞
□责任编辑 徐 超
□封面设计 周卫民

ZHONGGUO JINGSUANSHI ZIGE KAOSHI QUANZHEN MONI SHITI

中国精算师资格考试全真模拟试题

主编 邹公明

上海财经大学出版社出版发行

(上海市武东路321号乙 邮编200434)

网 址:http://www.sufep.com

电子邮箱:webmaster@sufep.com

全国新华书店经销

江苏省句容市排印厂印刷装订

2005年8月第1版 2005年8月第1次印刷

850mm×1168mm 1/32 8.625印张 216千字

印数:0 001—4 000 定价:22.00元

序　言

选择中国精算师资格考试就像是选择了一条充满荆棘的黄金之路,如何排除行进路上的一个个荆棘,是一项具有一定技术的事情。许多考生认为在具有一定数学基础的情况之下,只要勤奋就足够了,事实上这是错误的观点。不少勤奋的考生可以说是饱尝了精算考试的苦痛,另有一部分考生也可能顺利地拿到了精算师证书,可是他们并没有感受到精算的深刻内容,当然更没有感受到他们期望的精算赋予他们的神奇本领。该停下来反省一下了,忙碌的学子们!

本书丰富的习题试图给学习者暗示了以下排除荆棘的技术,那就是博览群书以弥补精算实务的欠缺以及某一具体精算技术应用的广泛性提示。精算是要在实务中做的,可是芸芸考生之中有几个有机会接触到精算实务呢?而我们国家的精算实务也不过只是个开端而已。博览中外精算专家的著作,文章有助于解决这一学习障碍,研读著名公司编制的财务精算软件说明书,也能窥到一些先进的精算分析方法。本系列丛书中来源广泛的习题力求做到各种知识在精算学科中的应用,并且有些习题甚至就可扩充为一个险种,为实务中的产品开发者提供灵感。因此本书百科全书般的习题可以引领考生步入缤纷多彩的精算实务世界。另外就事论事是学不好精算学的,只会是一叶障目,不见树林,更难见到生态多样的森林。譬如生命表的构造理论中的人口数学并不仅仅是构造生命表之用,其中的人口规划或人口模型应用于保险微观规划可谓是巧夺天工。然而更为深远的用处是该系列模型可应用于保险险种乃至宏观保险经济的规划及预测。即便

是生命表的构造理论也不只是仅用于构造生命表之用，这种方法也可应用于某些非寿险领域，还可应用于疾病保险的开发等等。这系列丛书会给读者暗示某一具体精算技术的广泛性应用，而不是一叶障目的就事论事。这样学习精算的哥伦布们不仅发现了美洲大陆，而且缔造了一个伟大的国家——美国。效用何其大也。

也就是说，如果读者得到了本书的真传，在学习精算的过程中，读者将会在闪着金光的但是充满荆棘的坦途中感受着艰辛带来的乐趣，之后的若干年，读者会充分享受精算给你带来的收益和快乐。在快乐之余，希望读者能原谅和理解这套丛书由于编者的水平局限及时间仓促带来的学习不便，并且记住曾经有那么几个作者不失时机地给读者提供的精算教育。

邹公明

2005年7月8日

目　　录

01 数学基础Ⅰ模拟试题及解答

1. 函数 $f(x)=\dfrac{\cos\frac{\pi}{2}x}{x^2(x-1)}$，讨论函数 $f(x)$的间断点，其结论为(　　)。

A. 不存在间断点　　B. 第一类间断点 $x=1$

C. 第一类间断点 $x=0$　　D. 第二类间断点 $x=1$

E. 以上说法都不正确

解　在 $x=0,x=1$ 处函数无定义

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos\frac{\pi}{2}x}{x^2(x-1)}\to\infty \qquad x=0\text{ 为第二类间断点}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\cos\frac{\pi}{2}x}{x^2(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}x\right)}{x-1}=-\frac{\pi}{2}$$

所以　$x=1$ 为第一类间断点。

选 B。

2. 人口数据估计的 Logistic 模型为 $p(t)=\dfrac{1}{A+Be^{-kt}}$，此函数的拐点为(　　)。

A. $\left(-\dfrac{\ln(A/B)}{K},\dfrac{1}{2A}\right)$　　B. $\left(\dfrac{\ln(A/B)}{K},\dfrac{1}{2A}\right)$

C. $\left(\dfrac{\ln(A/B)}{K},\dfrac{1}{A}\right)$　　D. $\left(-\dfrac{\ln(A/B)}{K},\dfrac{1}{A}\right)$

E. $\left(\dfrac{\ln(A/B)}{K},-\dfrac{1}{A}\right)$

解　$p(t)=\dfrac{1}{A+Be^{-kt}}$

$$p'(t)=\frac{Bk\cdot e^{-kt}}{(A+Be^{-kt})^2}$$

$$p''(t)=\frac{Be^{-kt}\cdot k\cdot(-k)\cdot(A+Be^{-kt})^2-Be^{-kt}\cdot k\cdot 2(A+Be^{-kt})Be^{-kt}(-k)}{(A+Be^{-kt})^4}$$

令 $p''(t)=0$ 得

$$t=-\frac{\ln(A/B)}{K} \quad 此时, p(t)=\frac{1}{2A}。$$

选 A。

3. 设 $f(x)+f\left(\frac{x-1}{x}\right)=4x$，其中 $x\neq0, x\neq1$，则 $f(x)=$ (　　)。

A. $2x+\frac{2}{x-1}+\frac{2}{x}-2$　　B. $2x+\frac{2}{x+1}+\frac{2}{x}-2$

C. $2x+\frac{2}{1-x}+\frac{2}{x}-2$　　D. $2x+\frac{2}{x+1}+\frac{2}{x-1}-2$

E. $2x+\frac{2}{x+1}+\frac{2}{1-x}-2$

解　令 $t=\frac{x-1}{x}$ 即 $x=\frac{1}{1-t}$，代入原方程得

$$f\left(\frac{1}{1-t}\right)+f(t)=\frac{4}{1-t}$$

即 $$f(x)+f\left(\frac{1}{1-x}\right)=\frac{4}{1-x} \qquad ①$$

再令 $$\frac{1}{1-x}=\frac{u-1}{u},$$

即 $x=\frac{1}{1-u}$，代入①得 $f\left(\frac{1}{1-u}\right)+f\left(\frac{u-1}{u}\right)=\frac{4(u-1)}{u}$

即 $$f\left(\frac{1}{1-x}\right)+f\left(\frac{x-1}{x}\right)=\frac{4(x-1)}{x} \qquad ②$$

令原方程为③，则(①+②+③)/2−②便得到 $f(x)$：

$$f(x)=2x+\frac{2}{1-x}+\frac{2}{x}-2$$

选 C。

4. 确定正数 a 与 b，使 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2}{bx-\sin x}\int_0^x \dfrac{t^2}{\sqrt{a+t^2}}\mathrm{d}t = 1$。( )

A. $a=12 \quad b=2$　　B. $a=16 \quad b=2$

C. $a=12 \quad b=1$　　D. $a=8 \quad b=1$

E. $a=16 \quad b=1$

解 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\int_0^x \dfrac{t^2}{\sqrt{a+t^2}}\mathrm{d}t}{bx-\sin x}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\dfrac{2x^2}{\sqrt{a+x^2}}}{b-\cos x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2x^2}{(b-\cos x)\sqrt{a+x^2}}$$

当 $x\to 0$ 时 $2x^2\to 0$，$\lim\limits_{x\to 0}(b-\cos x)=0$，$b=1$

原极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^2}{(1-\cos x)\sqrt{a+x^2}}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2x^2}{\frac{1}{2}x^2\sqrt{a+x^2}}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{a}}=1$$

$a=16$，$b=1$。

选 E。

5. 设某产品的成本为 $C=aQ^2+bQ+c$，需求函数为 $Q=\dfrac{1}{e}(d-p)$，其中 C 为成本，Q 为需求量（即产量），P 为单价；a、b、c、d、e 都是正的常数，且 $d>b$，则最大利润（利润 = 总收益 − 总成本）是（　　）。

A. $\dfrac{(d-b)^2}{4(e+a)}-C$　　B. $\dfrac{(d+b)^2}{4(e+a)}-C$

C. $\dfrac{(d+b)^2}{4(e-a)}-C$　　D. $\dfrac{(d-b)^2}{4(e+a)}+C$

E. $\dfrac{(d+b)^2}{4(e+a)}+C$

解　利润函数 $L=PQ-C=(d-eQ)Q-(aQ^2+bQ+c)$

$$=(d-b)Q-(e+a)Q^2-c$$

则　$L'=(d-b)-2(e+a)Q$

令　$L'=0$，得 $Q=\dfrac{d-b}{2(e+a)}$

因为　$L''=-2(e+a)<0$

所以　当 $Q=\dfrac{d-b}{2(e+a)}$时，利润最大

$$L_{\max}=\frac{(d-b)^2}{4(e+a)}-C$$

选 A。

6. 设 $f(x)$任意可导，且 $f'(x)=-e^{-f(x)}$，$f(0)=-1$，则 $f^{(n)}(0)=($　　$)$。

A. $(-1)^n\cdot(n-1)!\ e^n$　　B. $(-1)^{n-1}(n-1)!\ e^n$

C. $(-1)^n\cdot(n-1)!\ e^{-n}$　　D. $(-1)^{n-1}(n-1)!\ e^{-n}$

E. 以上都不对

解　$f''(x)=e^{-f(x)}(f'(x))=e^{-f(x)}\cdot(-e^{-f(x)})=-e^{-2f(x)}$

$f'''(x)=e^{-2f(x)}\cdot 2f'(x)=-2e^{-3f(x)}$

$f^{(4)}(x)=(-2)\times(-3)e^{-4f(x)}$

$\vdots$

$f^{(n)}(x)=(-1)^n(n-1)!\ e^{-nf(x)}$

所以　$f^{(n)}(0)=(-1)^n(n-1)!\ e^n$

选 A。

7. 已知$\dfrac{d}{dx}\left[f\left(\dfrac{1}{x^3}\right)\right]=\dfrac{1}{x}$，则 $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)=($　　$)$。

A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{6}$ E. $-\frac{1}{8}$

解 $\int \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[f\left(\frac{1}{x^3}\right)\right]\mathrm{d}x = \int \frac{1}{x}\mathrm{d}x$

$f\left(\frac{1}{x^3}\right) = \ln x + c$，令$\frac{1}{x^3} = t$

则 $f(t) = -\frac{1}{3}\ln t + c$

$f'(t) = -\frac{1}{3t}, f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6}$

选 D。

8．设 $f(x) = [(1+x)^{\frac{1}{x}}\mathrm{e}^{-1}]^{\frac{1}{x}}$，则$\lim\limits_{x\to 0}f(x) = ($ $)$。

A. e^{-1} B. $\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$ C. $\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}$ D. e^{-2} E. e^{-4}

解 $\ln f(x) = \frac{1}{x}[\ln(1+x)^{\frac{1}{x}} - 1] = \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$

由于 $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + 0(x^2)$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x) - x}{x^2} = -\frac{1}{2}$

所以 $\lim\limits_{x\to 0}f(x) = \mathrm{e}^{\lim\limits_{x\to 0}\ln f(x)} = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$

选 B。

9．设 $F(x)$为 $f(x)$的原函数，且当 $x \geqslant 0$ 时，$f(x)F(x) = \frac{x\mathrm{e}^x}{2(1+x)^2}$，已知 $F(0) = 1, F(x) > 0, f(1) = ($ $)$。

A. $\frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{2}$ B. $\frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{3}{2}}}$ C. $\frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{5}{2}}}$ D. $\frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{7}{2}}}$ E. $\frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{9}{2}}}$

解 因为 $F'(x) = f(x)$

所以 $F(x)F'(x) = \frac{x\mathrm{e}^x}{2(1+x)^2}$

$$\int F(x)F'(x)\mathrm{d}x = \int \frac{x\mathrm{e}^x}{2(1+x)^2}\mathrm{d}x$$

$$\frac{F^2(x)}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\mathrm{e}^x}{1+x} + c$$

$$F^2(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{1+x} + 2c$$

$$F^2(0) = 1 + 2c \quad c = 0$$

$$F(x) = \sqrt{\frac{\mathrm{e}^x}{1+x}}$$

$$f(x) = F'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mathrm{e}^x}{1+x}} \times \frac{\mathrm{e}^x(1+x) - \mathrm{e}^x}{(1+x)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{(1+x)^3}}, f(1) = \frac{\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{5}{2}}}$$

选 C。

10. 海萍要购买一套二居室的公房，共 10 万元一次付清，她自己有存款 4 万元，另外 6 万元申请抵押贷款，月利率为 1%，期限为 25 年，她每月还要还(　　)元。

A. 602.73　　B. 615.46　　C. 680.52

D. 631.93　　E. 651.12

解　设每月要还 A 元，贷款 $A_0 = 60\,000$，利率 $r = 0.01$，要还 $t = 25 \times 12 = 300$ 次

$$A_0 = A((1+r)^{-1} + (1+r)^{-2} + (1+r)^{-3} + \cdots + (1+r)^{-300})$$

$$A_0 = A \times \frac{1-(1+r)^{-300}}{r}$$

$$A = A_0\frac{r(1+r)^{300}}{(1+r)^{300} - 1} \approx 631.93$$

选 D。

11. 设函数 $f(x) = x\tan x \cdot \mathrm{e}^{\sin x}$，则 $f(x)$是(　　)。

A. 偶函数　　B. 无界函数　　C. 周期函数

D. 单调函数　　E. 以上说法都不对

解　(1) $f(-x)=(-x)(-\tan x)e^{-\sin x}=x\tan x\cdot e^{-\sin x}\neq f(x)$

(2) $x\to\frac{\pi}{2}, f(x)=\infty$

(3)由函数的形式可知在 $\left(-\frac{k\pi}{2},\frac{k\pi}{2}\right)$ 上函数单调，而在整个区间上不单调。

由(1)、(2)、(3)可知，选 B。

12. $\int_0^\pi \sin^{n-1}x\cos(n+1)x\mathrm{d}x=$ (　　)。

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 0　　E. 2

解　因为 $\cos(n+1)x=\cos x\cos(nx)-\sin x\sin(nx)$

所以原积分 $=\int_0^\pi \sin^{n-1}x\cos(nx)\cdot\cos x\mathrm{d}x-\int_0^\pi\sin^n x\sin(nx)\mathrm{d}x$

$$\int_0^\pi \sin^{n-1}x\cos(nx)\,\mathrm{d}\sin x=\frac{1}{n}\sin^n x\cdot\cos(nx)\Big|_0^\pi+\int_0^\pi\sin^n x\cdot x\sin(nx)\mathrm{d}x$$
$$=\int_0^\pi\sin^n x\cdot\sin(nx)\mathrm{d}x$$

所以原积分 $=0$

选 D。

13. 设 $f(x)$ 为连续函数，且 $F(x)=\int_{\frac{1}{x}}^{\ln x}f\left(\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t$，则 $F'(x)$ $=$ (　　)。

A. $f\left(\frac{1}{\ln x}\right)\cdot\frac{1}{x}+f(x)\frac{1}{x^2}$　　B. $f\left(\frac{1}{\ln x}\right)+f(x)$

C. $f\left(\frac{1}{\ln x}\right)\cdot\frac{1}{x}-f(x)\frac{1}{x^2}$　　D. $f\left(\frac{1}{\ln x}\right)-f(x)$

E. $f\left(\frac{1}{\ln x}\right)\frac{1}{x}-f(x)$

解 $F'(x)=f\left(\frac{1}{\ln x}\right)\frac{1}{x}-f(x)\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$$=f\left(\frac{1}{\ln x}\right)\frac{1}{x}+f(x)\frac{1}{x^2}$$

选 A。

14. 某个多地震的城市，当人口为 x 时，每迁移一个人要花费成本为$\frac{2\,000}{10+x}$个单位，已知该城市现有 10 000 人，问从该城市迁移 6 000 人政府花费成本是(　　)个单位。

A. 1 359　　B. 1 472　　C. 1 503

D. 1 693　　E. 1 830

解 设已经迁移 x 人，此时还剩$(10\,000-x)$，再迁移 Δx 的成本

$$\Delta C=\frac{2\,000}{10+(10\,000-x)}\Delta x$$

所以要迁移 6 000 人成本为

$$C=\int_0^{6\,000}\frac{2\,000}{10+(10\,000-x)}\mathrm{d}x$$

$$=2\,000\times\ln\frac{10\,010}{4\,010}$$

$$=1\,830$$

选 E。

15. $\int\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^{12}-1}}=(\quad)$。

A. $-\frac{1}{6}\operatorname{arsin}\left(\frac{1}{x^6}\right)+C$，$C$ 为任意常数

B. $-\frac{1}{6}\arccos\left(\frac{1}{x^6}\right)+C$，$C$ 为任意常数

C. $-\frac{1}{6}\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x^6}\right)+C$，$C$ 为任意常数

D. $\frac{1}{6}\arccos\left(\frac{1}{x^6}\right)+C$，$C$ 为任意常数

E. $\frac{1}{6}\arcsin\left(\frac{1}{x^6}\right)+C$，$C$ 为任意常数

解　令 $x=\frac{1}{t}$　$dx=-\frac{1}{t^2}dt$

$$\text{原式}=\int\frac{t}{\sqrt{\left(\frac{1}{t}\right)^{12}-1}}\left(-\frac{1}{t^2}\right)dt$$

$$=-\int\frac{t^5}{\sqrt{1-(t^6)^2}}dt$$

$$=-\frac{1}{6}\int\frac{dt^6}{\sqrt{1-(t^6)^2}}$$

$$=-\frac{1}{6}\arcsin(t^6)+C$$

$$=-\frac{1}{6}\arcsin\frac{1}{x^6}+C$$

选 A。

16. 一家保险公司花费 120 000 元来发展和激励拥有新保单的汽车司机，如果 x 元用在“发展”，y 元用在“激励”上，那么将有 $\frac{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{3}{2}}}{400\ 000}$ 保单被卖出，那么保险公司最多能卖出（　　）张保单。

A. 3 678　　B. 8 000　　C. 5 134

D. 6 248　　E. 11 691

解　因为 $x+y=120\ 000$

所以 $f(x)=\frac{x^{\frac{1}{2}}(12\ 000-x)^{\frac{3}{2}}}{400\ 000}$　$0\leqslant x\leqslant 120\ 000$

$$f'(x)=\frac{1}{400\ 000}\left[\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}(120\ 000-x)^{\frac{3}{2}}\right.$$
$$\left.-\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}(120\ 000-x)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= \frac{1}{400\ 000} \times \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} (120\ 000 - x)^{\frac{1}{2}} (120\ 000 - 4x)$$

$$\begin{cases} x = 120\ 000 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 30\ 000 \\ y = 90\ 000 \end{cases}$$

$$\max: \frac{(30\ 000)^{\frac{1}{2}} (90\ 000)^{\frac{3}{2}}}{400\ 000} = 11\ 691$$

选 E。

17. $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x}{\cos^2 x} \mathrm{d}x = (\quad)$。

A. $2\left(\frac{2\pi}{3} - \ln\mathrm{tg}\frac{5\pi}{12}\right)$ B. $2\left(\frac{\pi}{3} - \ln\mathrm{tg}\frac{5\pi}{12}\right)$

C. $2\left(\frac{2\pi}{3} + \ln\mathrm{tg}\frac{5\pi}{12}\right)$ D. $2\left(\frac{\pi}{3} + \ln\mathrm{tg}\frac{5\pi}{12}\right)$

E. $2\left(\frac{\pi}{3} + \ln\mathrm{ctg}\frac{5\pi}{12}\right)$

解 被积函数为偶函数,所以

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x}{\cos^2 x} \mathrm{d}x = 2 \times \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x}{\cos^2 x} \mathrm{d}x$$

$$\begin{aligned} \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x}{\cos^2 x} \mathrm{d}x &= \frac{x}{\cos x}\bigg|_{0}^{\frac{\pi}{3}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}x}{\cos x} \\ &= \frac{\pi}{3\cos\frac{\pi}{3}} - \ln\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\bigg|_{0}^{\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{2\pi}{3} - \ln\tan\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + \ln\tan\frac{\pi}{4} \\ &= \frac{2\pi}{3} - \ln\tan\frac{5\pi}{12} \end{aligned}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x\sin x}{\cos^2 x} = 2\left(\frac{2\pi}{3} - \ln\tan\frac{5\pi}{12}\right)$$

选 A。

18. 已知$\int_0^{x}\frac{\cos x}{(x+2)^2}\mathrm{d}x = A$，$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos x}{x+1}\mathrm{d}x = (\quad)$。

A. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi+2}-A\right)$　　B. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi-2}-A\right)$

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi+2}+A\right)$　　D. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi-2}-A\right)$

E. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi+2}-A\right)$

解　$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos x}{x+1}\mathrm{d}x$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{x+1}\mathrm{d}x \xlongequal{令 u = 2x} \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\frac{\sin u}{u+2}\mathrm{d}u$$

$$= \frac{1}{2}\left[-\frac{\cos u}{u+2}\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi}\frac{\cos u}{(u+2)^2}\mathrm{d}u\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi+2}-A\right)$$

选 E。

19. 设$M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+x^2}\cos^4 x\,\mathrm{d}x$，$N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin^3 x+\cos^4 x)\mathrm{d}x$，

$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^2\sin^3 x-\cos^4 x)\mathrm{d}x$ 则(　　)。

A. $N < P < M$　　B. $P < M < N$

C. $P < N < M$　　D. $N < M < P$

E. $M < P < N$

解　由于积分区间是对称区间，我们只需考虑被积函数的奇偶性，由题设易知

$$M = 0, P = -\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\,\mathrm{d}x < 0, N = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\,\mathrm{d}x > 0$$