

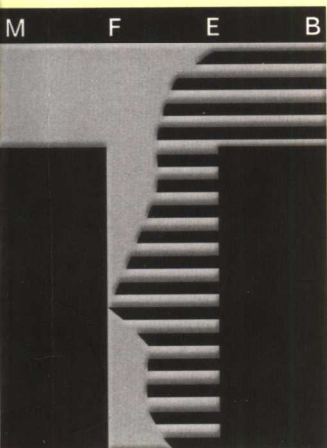
# 高等数学(工专)习题解答

(含全国统一考试试题详解)  
(上下册合订本)

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

姚唐生 / 主编

(公共课程)



海洋出版社



全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

高等数学(工专)  
**习 题 解 答**

(含全国统一考试试题详解)

【上、下册合订本】

主编 姚唐生

海洋出版社

2002年·北京

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学(工专)习题解答/姚唐生主编. —北京:海洋出版社, 2002. 10

全国高等教育自学考试指定教材辅导用书

ISBN 7-5027-1766-8

I. 高… II. 姚… III. 高等数学—高等教育—自学考试—解题 N. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 084626 号

责任编辑 陈泽卿

特约编辑 何景阳

责任校对 郑美联

责任印制 刘志恒

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

(100081 北京市海淀区大慧寺路 8 号)

北京新丰印刷厂 新华书店发行所经销

2002 年 11 月第 1 版 2002 年 11 月北京第 1 次印刷

开本: 880×1230 1/32 印张: 15

字数: 386 千字 印数: 1—10000 册

定价: 20.00 元

**海洋版图书印、装错误可随时退换**

# 说 明

本书是全国高等教育自学考试指导委员会组编的指定教材《高等数学（工专）》（上、下册）（陆庆乐、马知恩主编，高等教育出版社出版）的配套用书。

本书的特点：

1. 本书将指定教材全部章节的习题逐一做出详细的解答，且解答的思路清晰，方法简便，易于读者理解和掌握。针对有些习题还列出了多种解法。

2. 每一章后都列有 2000~2001 年的全国统一考试试题，并按考核内容归纳分类，一一进行详细解答，解题过程详细，既有解题思路的分析，对选择题还给了选与不选的理由。

本书旨在帮助应试者全面掌握本课程的内容，熟悉相关知识的统考题型，掌握应试中所必需的技巧，从而取得理想的应试效果。

本书由中国人民大学姚唐生副教授编写，姚唐生副教授多年来从事高等教育自学考试的教学工作，积累了一整套行之有效的教学经验，并多次编写与高等数学相关的辅导教材。其他负责的教学班的及格率和优秀率远远超出社会上的平均水平，受到广大师生的好评。相信本书的出版，对广大考生学习本课程具有切实的指导意义，从而帮助考生为顺利通过考试打下良好的基础。

一分耕耘，一分收获，祝广大考生在考试中取得优异的成绩。

编 者

2002 年 10 月

# 目 录

## 上 册

|                   |      |
|-------------------|------|
| 第一章 函数            | (1)  |
| 习题 1—1 解答         | (1)  |
| 习题 1—2 解答         | (2)  |
| 习题 1—3 解答         | (4)  |
| 习题 1—4 解答         | (9)  |
| 习题 1—5 解答         | (10) |
| 习题 1—6 解答         | (11) |
| 习题 1—7 解答         | (13) |
| 总习题解答             | (13) |
| 2000~2001 年统考试题详解 | (15) |
| 第二章 极限与连续         | (18) |
| 习题 2—1 (一) 解答     | (18) |
| 习题 2—1 (二) 解答     | (20) |
| 习题 2—1 (三) 解答     | (20) |
| 习题 2—1 (四) 解答     | (20) |
| 习题 2—2 (一) 解答     | (25) |
| 习题 2—2 (二) 解答     | (26) |
| 习题 2—3 解答         | (31) |
| 习题 2—4 (一) 解答     | (35) |
| 习题 2—4 (二) 解答     | (37) |

|                   |       |
|-------------------|-------|
| 习题 2—5 解答         | (39)  |
| 总习题解答             | (43)  |
| 2000~2001 年统考试题详解 | (51)  |
| <b>第三章 导数与微分</b>  | (55)  |
| 习题 3—1 解答         | (55)  |
| 习题 3—2 解答         | (56)  |
| 习题 3—3 解答         | (59)  |
| 习题 3—4 解答         | (61)  |
| 习题 3—5 解答         | (62)  |
| 习题 3—6 解答         | (64)  |
| 习题 3—7 解答         | (70)  |
| 习题 3—8 解答         | (73)  |
| 习题 3—9 解答         | (75)  |
| 习题 3—10 解答        | (80)  |
| 习题 3—11 解答        | (83)  |
| 习题 3—12 解答        | (86)  |
| 总习题解答             | (86)  |
| 2000~2001 年统考试题详解 | (93)  |
| <b>第四章 微分学应用</b>  | (98)  |
| 习题 4—1 解答         | (98)  |
| 习题 4—2 解答         | (101) |
| 习题 4—3 解答         | (112) |
| 习题 4—4 解答         | (116) |
| 习题 4—5 解答         | (123) |
| 习题 4—6 解答         | (125) |
| 总习题解答             | (130) |
| 2000~2001 年统考试题详解 | (135) |
| <b>第五章 不定积分</b>   | (138) |
| 习题 5—1 解答         | (138) |
| 习题 5—2 (一) 解答     | (143) |
| 习题 5—2 (二) 解答     | (167) |

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| 习题 5—3 解答 .....         | (179) |
| 习题 5—4 (一) 解答 .....     | (184) |
| 习题 5—4 (二) 解答 .....     | (190) |
| 习题 5—4 (三) 解答 .....     | (193) |
| 习题 5—5 解答 .....         | (195) |
| 总习题解答 .....             | (198) |
| 2000~2001 年统考试题详解 ..... | (211) |
| <b>第六章 定积分</b> .....    | (215) |
| 习题 6—1 解答 .....         | (215) |
| 习题 6—2 解答 .....         | (217) |
| 习题 6—3 解答 .....         | (221) |
| 习题 6—4 解答 .....         | (223) |
| 习题 6—5 (一) 解答 .....     | (227) |
| 习题 6—5 (二) 解答 .....     | (234) |
| 习题 6—6 解答 .....         | (239) |
| 习题 6—7 (一) 解答 .....     | (247) |
| 习题 6—7 (二) 解答 .....     | (253) |
| 习题 6—7 (三) 解答 .....     | (256) |
| 习题 6—7 (四) 解答 .....     | (260) |
| 习题 6—7 (五) 解答 .....     | (261) |
| 习题 6—7 (六) 解答 .....     | (262) |
| 总习题解答 .....             | (262) |
| 2000~2001 年统考试题详解 ..... | (271) |

## 下 册

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| <b>第七章 空间解析几何</b> ..... | (272) |
| 习题 7—1 解答 .....         | (272) |
| 习题 7—2 解答 .....         | (274) |
| 习题 7—3 解答 .....         | (279) |
| 习题 7—4 解答 .....         | (286) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| 习题 7—5 解答 .....          | (295) |
| 总习题解答 .....              | (298) |
| 2000~2001 年统考试题详解 .....  | (309) |
| <b>第八章 多元函数微分学</b> ..... | (311) |
| 习题 8—1 解答 .....          | (311) |
| 习题 8—2 解答 .....          | (313) |
| 习题 8—3 解答 .....          | (316) |
| 习题 8—4 解答 .....          | (318) |
| 习题 8—5 解答 .....          | (324) |
| 总习题解答 .....              | (329) |
| 2000~2001 年统考试题详解 .....  | (342) |
| <b>第九章 多元函数积分学</b> ..... | (345) |
| 习题 9—1 解答 .....          | (345) |
| 习题 9—2 (一) 解答 .....      | (346) |
| 习题 9—2 (二) 解答 .....      | (355) |
| 习题 9—3 解答 .....          | (359) |
| 总习题解答 .....              | (360) |
| 2000~2001 年统考试题详解 .....  | (371) |
| <b>第十章 常微分方程</b> .....   | (379) |
| 习题 10—1 解答 .....         | (379) |
| 习题 10—2 解答 .....         | (383) |
| 习题 10—3 解答 .....         | (388) |
| 习题 10—4 解答 .....         | (394) |
| 习题 10—5 解答 .....         | (395) |
| 习题 10—6 解答 .....         | (398) |
| 习题 10—7 解答 .....         | (400) |
| 习题 10—8 解答 .....         | (403) |
| 总习题解答 .....              | (409) |
| 2000~2001 年统考试题详解 .....  | (424) |
| <b>第十一章 无穷级数</b> .....   | (433) |
| 习题 11—1 解答 .....         | (433) |



|                   |       |
|-------------------|-------|
| 习题 11—2 解答        | (437) |
| 习题 11—3 解答        | (440) |
| 习题 11—4 解答        | (444) |
| 习题 11—5 解答        | (448) |
| 总习题解答             | (451) |
| 2000~2001 年统考试题详解 | (462) |

## 第一章 函 数

### 习题 1—1 解答

(见教材第 4 页)

1. 在把圆钢锻打成圆盘的过程中,圆钢的体积  $V$ ,直径  $D$ ,长度  $L$  这三个量中,哪个是常量?哪个是变量?

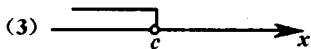
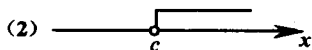
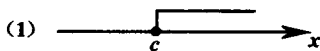
答 体积  $V$  是常量,直径  $D$  和长度  $L$  是变量.

2. 一个人的身高与体重,是常量?还是变量?

答 都是变量.

3. 在数轴上表示下列区间: (1)  $[c, +\infty)$ , (2)  $(c, +\infty)$ , (3)  $(-\infty, c)$ .

解



4. 用不等式或绝对值不等式表示下列区间: (1)  $(-2, 3)$ , (2)  $[-2, 2]$ , (3)  $(-5, +\infty)$ .

解 (1)  $-2 < x < 3$  (2)  $|x| \leq 2$  (3)  $x > -5$

5. 区间  $(1, 3)$  是不是下列各点的邻区?

思路 称包括点  $x_0$  的任意一个开区间  $(a, b)$  为  $x_0$  的邻区.

(1)1.1      (2)2      (3)2.5      (4)3.001

答 区间(1,3) 是 1.1, 2, 2.5 的邻区, 不是 3.001 的邻区.

6. 用绝对值不等式表示 3 的  $\frac{1}{2}$  去心邻区.

思路 称以点  $x_0$  为中心、 $\epsilon$  为半径的邻区  $(x_0 - \epsilon, x_0 + \epsilon)$  为  $x_0$  的  $\epsilon$  邻区, 此邻区内的任一点  $x$ , 可表为  $x_0 - \epsilon < x < x_0 + \epsilon$  或  $|x - x_0| < \epsilon$ .

称去掉中心  $x_0$  的邻区  $(x_0 - \epsilon, x_0) \cup (x_0, x_0 + \epsilon)$  为  $x_0$  的  $\epsilon$  去心邻区, 此邻区内的任一点  $x$ , 可表为  $x_0 - \epsilon < x < x_0 + \epsilon, x \neq x_0$  或  $0 < |x - x_0| < \epsilon$ .

答 3 的  $\frac{1}{2}$  去心邻区可表示为  $0 < |x - 3| < \frac{1}{2}$ .

## 习题 1—2 解答

(见教材第 13、14 页)

1. 两个变量之间有什么特征才构成函数关系?

答 对于两个变量, 若其中之一在某个变域中每取一个值, 另一个按某个规则或法则总有惟一确定的值与之对应, 则这两个变量可构成函数关系.

2. (略)

3. 两个函数应满足什么条件才是相同的? 下列各组两个函数是否相同? 若不同, 区别何在?

答 若两个函数有相同的定义域, 对定义域中的每个值, 两个函数有相同的值. 则两个函数是相同的.

$$(1) y_1 = \frac{x^3 + x}{x} \text{ 与 } y_2 = x^2 + 1$$

答 不相同. 因为定义域不相同,  $D(y_1) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 而  $D(y_2) = (-\infty, +\infty)$

$$(2) y_1 = \lg x^2 \text{ 与 } y_2 = 2\lg x$$

答 不相同. 因为定义域不相同,  $D(y_1) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ,

而  $D(y_2) = (0, +\infty)$

$$(3) y_1 = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2x+1, & x > 0. \end{cases} \text{ 与 } y_2 = \frac{1}{2}(3x + \sqrt{x^2}) + 1$$

答 相同. 由  $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$  得

$$y_2 = \frac{1}{2}(3x + \sqrt{x^2}) + 1 = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2x+1, & x > 0. \end{cases}$$

虽然两个函数的表达式不同,但实质相同,因而定义域及对应的函数值均相同.

4. 设  $g(x) = \sqrt{x}$ ,

$$\text{求证: } \frac{g(x_0 + \Delta x) - g(x_0)}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{x_0 + \Delta x} + \sqrt{x_0}}$$

证 由  $g(x) = \sqrt{x}$ , 得

$$g(x_0) = \sqrt{x_0}, \quad g(x_0 + \Delta x) = \sqrt{x_0 + \Delta x}$$

$$\text{可知 } \frac{g(x_0 + \Delta x) - g(x_0)}{\Delta x}$$

$$= \frac{\sqrt{x_0 + \Delta x} - \sqrt{x_0}}{\Delta x}$$

$$= \frac{(\sqrt{x_0 + \Delta x} - \sqrt{x_0})(\sqrt{x_0 + \Delta x} + \sqrt{x_0})}{\Delta x \sqrt{x_0 + \Delta x} + \sqrt{x_0}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x_0 + \Delta x} + \sqrt{x_0}}$$

5. 求下列各函数在指定点处的函数值:

$$(1) f(x) = \frac{1}{x^2} \left( 1 - \frac{a-x}{\sqrt{a^2 - 2ax + x^2}} \right), a > 0, \text{ 求 } f\left(\frac{a}{2}\right), f(2a).$$

$$\begin{aligned} \text{解 } f\left(\frac{a}{2}\right) &= \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \left( 1 - \frac{a - \frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 - 2a \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} \right) \\ &= \frac{4}{a^2} \left( 1 - \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} \right) = 0 \end{aligned}$$

$$f(2a) = \frac{1}{(2a)^2} \left( 1 - \frac{a - 2a}{\sqrt{a^2 - 2a \cdot 2a + (2a)^2}} \right)$$

$$= \frac{1}{4a^2} \left( 1 - \frac{-a}{a} \right) = \frac{1}{2a^2}$$

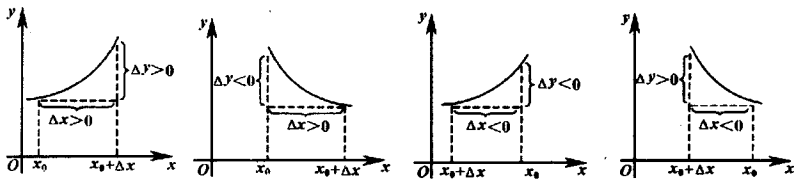
(2)  $f(t) = 2t^2 + \frac{2}{t^2}$ , 求  $f(a), f(\frac{1}{a}), (a \neq 0)$ .

解  $f(a) = 2a^2 + \frac{2}{a^2}$

$$f(\frac{1}{a}) = 2(\frac{1}{a})^2 + \frac{2}{(\frac{1}{a})^2} = \frac{2}{a^2} + 2a^2$$

6. 函数  $y = f(x)$  的自变量的增量  $\Delta x$  是否一定大于零? 若  $\Delta x > 0$ , 则函数的增量  $\Delta y$  是否也一定大于零? 结合函数图形加以说明.

答  $\Delta x$  不一定大于零, 当  $\Delta x > 0$  时,  $\Delta y$  也不一定大于零, 如下图所示.



7. 若变量  $x$  在区间  $(-\infty, +\infty)$  内任意取值时, 变量  $y$  总有同一个数值与之对应, 则  $y$  是不是  $x$  的函数?

答 是. 因为  $y$  与  $x$  的关系符合函数的定义.

### 习题 1—3 解答

(见教材第 18, 19 页)

1. 确定下列函数的单调区间, 并指出其中哪些是单调函数?

(1)  $\sqrt{x}$       (2)  $\sqrt[3]{x}$       (3)  $(\frac{1}{2})^x$       (4)  $\sin x$

思路 以上函数均是基本初等函数, 只要熟悉这些函数的图

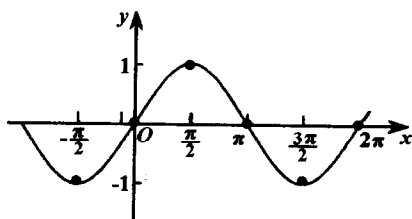
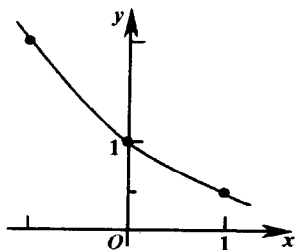
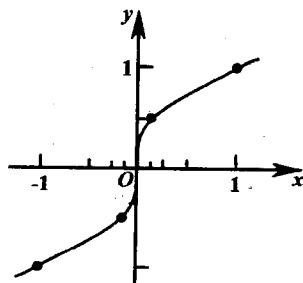
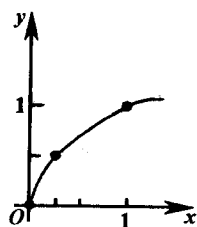
象,即可确定其单调性.

|                |     |   |               |   |
|----------------|-----|---|---------------|---|
| $y = \sqrt{x}$ | $x$ | 0 | $\frac{1}{4}$ | 1 |
|                | $y$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 |

|                   |     |    |                |   |               |   |
|-------------------|-----|----|----------------|---|---------------|---|
| $y = \sqrt[3]{x}$ | $x$ | -1 | $-\frac{1}{8}$ | 0 | $\frac{1}{8}$ | 1 |
|                   | $y$ | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 |

|                       |     |    |   |               |
|-----------------------|-----|----|---|---------------|
| $y = (\frac{1}{2})^x$ | $x$ | -1 | 0 | 1             |
|                       | $y$ | 2  | 1 | $\frac{1}{2}$ |

|              |     |                  |   |                 |       |                  |        |
|--------------|-----|------------------|---|-----------------|-------|------------------|--------|
| $y = \sin x$ | $x$ | $-\frac{\pi}{2}$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
|              | $y$ | -1               | 0 | 1               | 0     | -1               | 0      |



答 基本幂函数  $y = \sqrt{x}$  在其定义域  $(0, +\infty)$  内是单调函数,  $(0, +\infty)$  是它的单调增加区间.

基本幂函数  $y = \sqrt[3]{x}$  在其定义域  $(-\infty, +\infty)$  内是单调函数,  $(-\infty, +\infty)$  是它的单调增加区间.

基本指数函数  $y = (\frac{1}{2})^x$  在其定义域  $(-\infty, +\infty)$  内是单调函数,  $(-\infty, +\infty)$  是它的单调区间.

基本正弦函数  $y = \sin x$  在其定义域  $(-\infty, +\infty)$  内不是单调函数.

$k \in \mathbb{Z}$  时,  $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi)$  是它的单增区间,  $(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi)$  是它的单减区间.

2. 下列函数, 哪些有奇性或有偶性? 哪些没有奇、偶性?

思路 要确定函数的奇偶性, 必须掌握“奇偶性”的定义及奇、偶函数的图形在直角坐标平面上的对称性.

(1) 据函数奇偶性的定义, 先考虑自变量的取值区间是否对称区间, 若不对称, 则不能讨论奇偶性, 再考虑  $f(-x)$  是否等于  $-f(x)$  或  $f(x)$ , 若等于, 则有奇性或偶性, 否则无奇、偶性.

(2) 或观察函数的图象, 若与原点对称, 则有奇性, 若与  $y$  轴对称, 则有偶性, 否则无奇、偶性.

(1) 取  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ,  $y = \tan x$

解 由  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  是对称区间且  $f(-x) = \tan(-x) = -\tan x = -f(x)$ , 可知  $y = \tan x$  在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  内有奇性.

(2) 取  $x \in (-3, 4)$ ,  $y = \frac{1}{1+x^2}$

解 由  $(-3, 4)$  不是对称区间, 不能讨论  $y = \frac{1}{1+x^2}$  在  $(-3, 4)$  内的奇偶性.

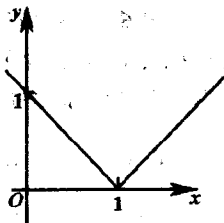
(3)  $y = |x - 1|$

解 由  $y = |x-1| = \begin{cases} 1-x, & x < 1, \\ x-1, & x \geq 1. \end{cases}$

其图形如右,显然与原点或  $y$  轴均不对称,

可知  $y = |x-1|$  在  $(-\infty, +\infty)$  内无奇偶性.

(4)  $f(x) = \lg(x + \sqrt{x^2 + 1})$



解 由  $f(-x) = \lg(-x + \sqrt{(-x)^2 + 1})$   
 $= \lg(\sqrt{x^2 + 1} - x)$   
 $= \lg \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} + x)}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$   
 $= \lg \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lg(\sqrt{x^2 + 1} + x)^{-1}$   
 $= -\lg(\sqrt{x^2 + 1} + x) = -f(x)$

可知此函数有奇性.

(5)  $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

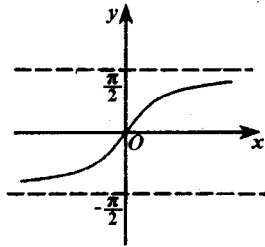
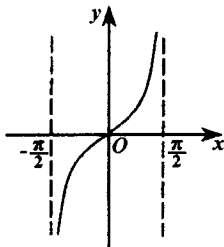
解 由  $f(-x) = \sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1-x)^2}$   
 $= \sqrt[3]{[1+(-x)]^2} + \sqrt[3]{[1-(-x)]^2}$   
 $= \sqrt[3]{(1+x)^2} + \sqrt[3]{(1-x)^2} = f(x)$

可知此函数有偶性.

(6)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1}$

解 由  $f(x)$  在  $x=1$  处无定义,即定义域  $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$  不是对称区间,可知,此函数不能讨论奇、偶性.

3. 单调增加函数是否一定无界?为什么?





**思路** 函数的图形若从左向右总上升且限制在两条水平直线之间,则此函数为单调增加的有界函数.若向右无限上升或向左无限下降,则为单调增加的无界函数.

如  $y = \tan x$  在  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  内是单调增加的无界函数,其图如上.

$y = \arctan x$  在  $(-\infty, +\infty)$  内是单调增加的有界函数,其图如上.

**答** 单调增加的函数未必无界.

4.(略)

5. 下列函数是否为周期函数?若是,指出它的周期.

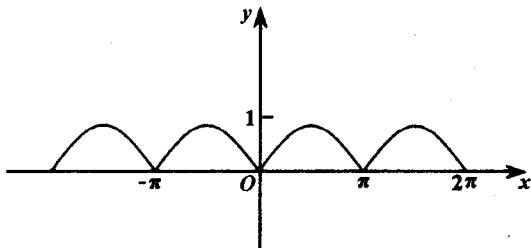
**思路** (1) 据周期函数的定义,若  $f(x+T) = f(x)$ , 则  $f(x)$  是周期函数,周期为  $T$ .

(2) 观察函数图形,由原点沿  $x$  轴向左、右无限延伸时,若一段一段的重复,则有周期性,并称图形在  $x$  轴正半轴上的“第一段”区间长为函数的最小正周期.

(1)  $|\sin x|$

**解** 由  $f(x) = |\sin x|$  且  $f(x+k\pi) = |\sin(x+k\pi)| = |\sin x| = f(x)$ ,

可知  $|\sin x|$  是周期函数;其周期为  $\pi$ ,其图如下.



(2)  $\cos^2 x$

**解** 由  $f(x) = \cos^2 x$  且

$$f(x+k\pi) = \cos^2(x+k\pi) = \cos^2 x = f(x),$$

可知  $\cos^2 x$  是周期函数,其周期为  $\pi$ .

(3)  $x \tan x$

**解** 由  $f(x) = x \tan x$  且  $f(x+k\pi) = (x+k\pi) \tan(x+k\pi) = x \tan x + k\pi \tan x \neq x \tan x = f(x)$ ,