ZHT 中世鸿图

新题型

奥数题库

一日三练

主编/[illegible]

七年级

内蒙古人民出版社

新题型

奥数题库

一日三练

主编/曾家铎 尹秀华

七年级

编委 特级教师（排名不分先后）

徐志明 孙恒运 臧怀成 苗凯鹰 杨同华 郭方明
夏京春 周一军 孔祥林 冯祝国 胡自强 王开顺
丁永乐 沈学军 张建治 刘 振 崔利弓 王浴梅
周延发 胡光燊 贾云锦 王护城 李广义 陈永凌
常振新 张桂如 蓝哲文 张艺军 姜光明 栗兆庆
李 霞 翁顺华

内蒙古人民出版社

奥数题库一日三练

雷家骅　尹秀华　主编

*

内蒙古人民出版社出版发行
(呼和浩特市新城区新华大街祥泰大厦　邮编:010010)
淄博恒业印务有限公司印刷
开本:880×1230　1/32　印张:80　字数:1300 千
2006 年 3 月第 1 版　2006 年 3 月第 1 次印刷
印数:1－10000 册
ISBN 7－204－08096－3/G・2015
定价:106.80 元(全十册)

新题型

奥数题库

YIRISANLIAN

顾　　问　曹秀云　国家教学奥林匹克竞赛委委员

主　　编　雷家骅　北京师范大学教授

执行主编　尹秀华　北京师范大学副教授

执行副主编　陈　冷　北京师范大学副教授　硕士生导师

雷家骅简介

LEIJIAHUA JIANJIE

1950年生，北京师范大学教授。中国数学奥林匹克首批高级教练员。长期从事数学竞赛的命题、解题、辅导和理论研究工作。已为全国小学联赛、初高中联赛提供多道正式命题。曾受到中国教学奥委会与中国数学普委会的联合表彰。主编的小学、中学、大学数学奥赛丛书受到广泛欢迎。其主要代表作有《中小学数学奥林匹克教材读本》《奥林匹克数学教材》《奥林匹克数学举一反三教程》《数学竞赛导论》。

新题型 奥数题库 一日三练

培养解决实际问题的能力
提高学生对数学的兴趣和爱好

前　言

奥数竞赛是当前中小学开展数学学科素质教育的高层次的学科知识技能竞赛。奥数试题命题思想新颖，思路开阔，内容广泛，重视启迪学生思维，开发学生智力，培养学生的探究、创新和实践能力；奥数题反映了当今深入开展素质教育的要求，试题内容与当今世界先进的数学教学接轨，所提供的各种信息极大地丰富了数学的教学内容，对调动学生学习数学的积极性，推动数学课程改革、深化课堂教学改革，提高数学课堂教学效率和质量都具有积极的意义。

奥数不是每个学生都要参加，但要强调兴趣。关键是学生有了兴趣，即能学好课内知识，在课内基础上学习课外知识。有兴趣，他们自然就不会感到有负担。其次，奥数的原则是强调课内课外的结合与一致，课内是基础，课外是补充；第三，奥数不要让参于活动的学生感到高不可攀，而是让每个参与的学生，不同层次其础的学生，均获得收获和提高。第四，奥数竞赛活动的目的是为学生营造一个环境和氛围，提供处理方法上的指导，使学生在积极参与的基础上，通过典型的、探索性很强的问题的认识有一个"升华"，其必然就是素质的提高。

本书具有以上所述的双重作用和效力，它不仅仅是学生参加奥数的辅导用书，也是平时课堂课本数学内容、知识应用的补充与深化。

本书主编，由培养了众多国际奥林匹克金牌、银牌得主的全国一流奥赛教练联袂特级教师、教练编写，必将为同学们参加奥数竞赛或各种考试起到相当大的辅导作用。

本书编写得到曹秀云老师、雷家骅教授、尹秀华副教授、徐志明特级教师等的热情关怀和精神上的鼓舞，谨向他们致以衷心的感谢。

编　者

Contents

奥数题库

一日三练

第 1 讲 代数初步

学法指导

学习负数以后，使数的概念扩充到有理数集. 学习了用字母表示数，又将算术推广到代数. 这是两次质的飞跃，大大开阔了我们的思维空间.

用字母表示数，可以简化运算，使关系、法则、公式、定理等的表述更加简洁，为以后我们学习列方程解应用题带来了方便. 更重要的是用字母表示数，能提高我们的抽象思维能力和概括总结的能力.

因此，要学好数学，必须学好用字母表示数，既要能将日常用语翻译成数学语言，利用代数式进行推理，也要能对所给的代数式理解它的意义，将数学语言表述成日常语言.

例 1 求下列代数式的值：

(1) $5ab-4\frac{1}{2}a^3b^2-2\frac{1}{4}ab+\frac{1}{2}a^3b^2-2\frac{3}{4}ab-a^2b-5$，其中 $a=1$，$b=-2$；

(2) $3x^2y-\{xyz-(2xyz-x^2z)-4x^2z+[3x^2y-(4xyz-5x^2z-3xyz)]\}$，其中 $x=-1$，$y=2$，$z=-3$.

【分析与解答】 上面两题均可直接代入求值，但会很麻烦，容易出错. 我们可以利用已经学过的有关概念、法则，如合并同类项，添、去括号等，先将代数式化简，然后再求值，这样会大大提高运算的速度和结果的准确性.

(1) 原式 $=\left(5ab-2\frac{1}{4}ab-2\frac{3}{4}ab\right)+\left(-4\frac{1}{2}a^3b^2+\frac{1}{2}a^3b^2\right)-a^2b-5$

$=0-4a^3b^2-a^2b-5$

$$=-4\times1^3\times(-2)^2-1^2\times(-2)-5$$
$$=-16+2-5=-19$$

(2)原式 $=3x^2y-xyz+(2xyz-x^2z)+4x^2z-[3x^2y-(xyz-5x^2z)]$

$=3x^2y-xyz+2xyz-x^2z+4x^2z-3x^2y+(xyz-5x^2z)$

$=(3x^2y-3x^2y)+(-xyz+2xyz+xyz)+(-x^2z+4x^2z-5x^2z)$

$=2xyz-2x^2z$

$=2\times(-1)\times2\times(-3)-2\times(-1)^2\times(-3)$

$=12+6=18$

名题训练1

1. 有三个数,第一个数为 a,第二个比第一个的 2 倍多 1,第三个比第二个的 2 倍多 1,则第三个数为________.

2. 甲、乙两车分别用 v_1 千米/小时和 v_2 千米/小时的速度从相距 s 千米的 A、B 两地相向而行,求:(1)两车同时出发几小时后相遇?(2)如果甲车先行 2 小时,则在甲车开出几小时后两车相遇?(3)如果甲车先行 2 千米,则在甲车开出几小时后两车相遇?

3. 用 m 元买 10 分、20 分、50 分的三种邮票,已知 10 分邮票与 20 分邮票总面值相同,用 50 分邮票的张数 x 表示 10 分邮票的张数.

例2 已知 $a-b=-1$,求 $a^3+3ab-b^3$ 的值.

【分析与解答】 由已知条件 $a-b=-1$,我们无法求出 a,b 的确定值,因此本题不能代入 a,b 的值求代数式的值.

方法一:由 $a-b=-1$ 得 $a=b-1$,代入所求代数式化简

$$a^3+3ab-b^3=(b-1)^3+3(b-1)b-b^3$$
$$=b^3-3b^2+3b-1+3b^2-3b-b^3$$
$$=-1.$$

方法二： 因为 $a-b=-1$，所以

原式 $=(a^3-b^3)+3ab=(a-b)(a^2+ab+b^2)+3ab$
$$=-1\times(a^2+ab+b^2)+3ab=-a^2-ab-b^2+3ab$$
$$=-(a^2-2ab+b^2)=-(a-b)^2$$
$$=-(-1)^2=-1.$$

方法三： 因为 $a-b=-1$，所以

原式 $=a^3-3ab(-1)-b^3=a^3-3ab(a-b)-b^3$
$$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$$
$$=(-1)^3=-1.$$

方法四： 因为 $a-b=-1$，所以

$(a-b)^3=(-1)^3=-1$，

即 $a^3+3ab^2-3a^2b-b^3=-1$，

$a^3-b^3-3ab(a-b)=-1$，

所以 $a^3-b^3-3ab(-1)=-1$，

即 $a^3-b^3+3ab=-1$.

方法五： $a^3+3ab-b^3$
$$=a^3+3ab^2-3a^2b-b^3-3ab^2+3a^2b+3ab$$
$$=(a-b)^3+3ab(a-b)+3ab$$
$$=(-1)^3+3ab(-1)+3ab$$
$$=-1.$$

名题训练2

❶ 根据下面 a、b 的值，求代数式 $a^2-\frac{b^2}{a}$ 的值.

(1) $a=2$，$b=1$.　　(2) $a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{1}{9}$.

一日三练

2. 已知 a 为 3 的倒数，b 为最小的正整数，求代数式 $(a+b)^2-2(a+b)+3$ 的值.

3. 已知 $x=\left(-1\div\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{6}\right)^3$，求代数式 $x^{1999}+x^{1998}+x^{1997}+\cdots+x+1$ 的值.

例 3 已知 $\frac{xy}{x+y}=2$，求代数式 $\frac{3x-5xy+3y}{-x+3xy-y}$ 的值.

【分析与解答】 由已知，$xy=2(x+y)$，代入所求代数式中，消去 xy，然后化简.

所以 $\frac{3x-5xy+3y}{-x+3xy-y}=\frac{3x+3y-5\times2(x+y)}{-x-y+3\times2(x+y)}$

$=\frac{3(x+y)-10(x+y)}{-(x+y)+6(x+y)}$

$=\frac{-7(x+y)}{5(x+y)}=-\frac{7}{5}$.

名题训练 3

1. 当 $x=3$ 时，代数式 ax^3+bx+8 的值是 12，求当 $x=3$ 时，代数式 ax^3+bx-5 的值.

2. 若 $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$，且 $4x-5y+2z=10$，求 $2x-5y+z$ 的值.

3. 已知 $a=3b$，$c=\frac{2a}{3}$，求代数式 $\frac{a+b+c}{a+b-c}$ 的值.

例 3 已知 m,x,y 满足条件：(1) $\frac{2}{3}(x-5)^2+5|m|=0$；(2) $-2a^2b^{y+1}$ 与 $3a^2b^3$ 是同类项. 求代数式 $0.375x^2y+5m^2x-\left\{-\frac{7}{16}x^2y+\right.$

$\left[-\frac{1}{4}xy^2+\left(-\frac{3}{16}x^2y-3.475xy^2\right)\right]-6.275xy^2\Big\}$的值.

【分析与解答】 因为$(x-5)^2$,$|m|$都是非负数,所以由(1)有

$$\begin{cases}(x-5)^2=0,\\|m|=0.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=5,\\m=0.\end{cases}$

由(2)得 $y+1=3$,所以 $y=2$.

下面先化简所求代数式,然后再代人求值.

$$\begin{aligned}原式&=0.375x^2y+5m^2x+\frac{7}{16}x^2y-\\&\quad\left[-\frac{1}{4}xy^2+\left(-\frac{3}{16}x^2y-3.475xy^2\right)\right]+6.275xy^2\\&=0.375x^2y+5m^2x+\frac{7}{16}x^2y+\frac{1}{4}xy^2\\&\quad-\left(-\frac{3}{16}x^2y-3.475xy^2\right)+6.275xy^2\\&=\left(0.375x^2y+\frac{7}{16}x^2y+\frac{3}{16}x^2y\right)+5m^2x\\&\quad+\left(\frac{1}{4}xy^2+3.475xy^2+6.275xy^2\right)\\&=x^2y+5m^2x+10xy^2\\&-5^2\times2+0+10\times5\times2^2\\&=250\end{aligned}$$

名题训练4

❶ 已知$\frac{a-b}{a+b}=3$,求代数式$\frac{2(a+b)}{a-b}-\frac{4(a-b)}{3(a+b)}$的值.

❶ 已知$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=2$,求代数式$\frac{3x-2xy+3y}{5x+3xy+5y}$的值.

一日三练

❸ 已知 $x=2002$，$y=-1$，n 为自然数，求代数式 $(x^{2n}+y^{2n}+x^ny^n)(x^n-y^n)-(x^{2n}-x^ny^n+y^{2n})(x^n+y^n)$ 的值.

例 5 当 $x=2\frac{17}{31}$ 时，求代数式 $|x|+|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+|x-5|$ 的值.

【分析与解答】 所求代数式中六个绝对值的分界点，分别为：0,1,2,3,4,5. 其中比 $x=2\frac{17}{31}$ 大的有 3 个，比 $x=2\frac{17}{31}$ 小的有 3 个，所以根据绝对值的意义去掉绝对值的符号，将有 3 个 x 和 3 个 $-x$，这样将抵消掉 x，使求值变得容易.

由于 $x=2\frac{17}{31}$，所以

$$
\begin{aligned}
\text{原式}&=x+(x-1)+(x-2)-(x-3)-(x-4)-(x-5)\\
&=-1-2+3+4+5\\
&=9.
\end{aligned}
$$

名题 训练 5

❶ 已知 $(a+5)^2+|b-4|=0$，求代数式 $(a+b)^{2002}+(a+b)^{2001}+\cdots+(a+b)^2+(a+b)$ 的值.

❷ $y=ax^4+bx^2+c$，当 $x=-5$ 时，$y=3$，求当 $x=5$ 时，y 的值.

❸ 已知 $x=\left(-1\div\frac{1}{3}\div\frac{1}{2}\times\frac{1}{12}\times2\right)^5$，求代数式 $x^{1999}+2x^{1998}+3x^{1997}+\cdots+1998x^2+1999x$ 的值.

例 6 若 $x:y:z=3:4:7$，且 $2x-y+z=18$，那么 $x+2y-z$ 的值是多少？

【分析与解答】 $x:y:z=3:4:7$ 可以写成$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{7}$的形式，对于等比，我们通常可以设它们的比值为常数 k，这样可以给问题的解决带来便利.

设$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{7}=k$，则有 $x=3k, y=4k, z=7k$.

因为 $2x-y+z=18$，所以 $2\times 3k-4k+7k=18$，

所以 $k=2$，所以 $x=6, y=8, z=14$，所以

$$x+2y-z=6+16-14=8.$$

名题训练 6

❶ 设$(2x-1)^5=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$

求：(1)$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$.

(2)$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5$.

(3)$a_0+a_2+a_4$.

❷ 已知 $a+\frac{1}{b}=1, b+\frac{1}{c}=1$，求 $c+\frac{1}{a}$的值.

❷ 若$\frac{x}{a-b}=\frac{y}{b-c}=\frac{z}{c-a}$，求 $x+y+z$ 的值.

例 7 已知 $x=y=11$，求$(xy-1)^2+(x+y-2)(x+y-2xy)$的值.

【分析与解答】 本题是可直接代人求值的.下面采用换元法，先将式子改写得较简洁，然后再求值.

设 $x+y=m, xy=n$.

原式$=(n-1)^2+(m-2)(m-2n)$

$=(n-1)^2+m^2-2m-2mn+4n$

$=n^2-2n+1+4n-2m-2mn+m^2$

$=(n+1)^2-2m(n+1)+m^2$

$=(n+1-m)^2$

$=(11\times 11+1-22)^2$

$=(121+1-22)^2$

$=100^2=10000.$

名题训练 7

1. 若 a、b、c、d 是四个正数，且 $abcd=1$，求

$$\frac{a}{abc+ab+a+1}+\frac{b}{bcd+bc+b+1}+\frac{c}{cda+cd+c+1}+\frac{d}{dab+da+d+1}$$的值.

2. 已知 $a^4+a^3+a^2+a+1=0$，求 $a^{-1000}+a^{-2000}+a^{-3000}+1$ 的值.

3. 已知 $x^2-x-1=0$，证明 $x^3=2x+1$，$x^5=5x+3$.

例 8 设 $abc=1$，试求 $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$ 的值.

【分析与解答】 本题求 3 个代数式的和，已知条件是 3 个字母的积为 1，而每个代数式中的分母不同，考虑将异分母问题凑成同分母的问题，不妨以第一个代数式中分母 $ab+a+1$ 为参照，将其他 2 个代数式中的分母也化成 $ab+a+1$.

$\because \frac{b}{bc+b+1}=\frac{ab}{abc+ab+a}=\frac{ab}{ab+a+1}$

$\frac{c}{ca+c+1}=\frac{abc}{ab\cdot ca+abc+ab}=\frac{1}{ab+a+1}$

$\therefore \frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}$

$=\frac{a}{ab+a+1}+\frac{ab}{ab+a+1}+\frac{1}{ab+a+1}=1$

名题训练 8

1 已知 $x=\frac{2}{3}$，$y=\frac{1}{5}$，求代数式 $x^2-3xy+5y^2$ 的值.

2 若 x 为 $\frac{1}{3}$ 的倒数，y 为偶质数，求代数式 $(x-y)^5+3(x-y)^4+(x-y)^2-3$ 的值.

3 已知当 $x=7$ 时，代数式 ax^5+bx-8 的值为 4，求当 $x=7$ 时，代数式 $\frac{a}{2}x^5+\frac{b}{2}x+3$ 的值.

例 9 当 $a<b<c$，$x<y<z$ 时，下面 4 个代数式的值最大的是（　　）

A. $ax+by+cz$　　　　B. $ax+cy+bz$

C. $bx+ay+cz$　　　　D. $bx+cy+az$

【分析与解答】 条件与结论之间的联系不明显，题目本身很抽象，如何变抽象为具体，根据题目所给的条件，用一些特殊值替代抽象的字母进行计算，从而选择出正确的答案.

$a=x=-1$，$b=y=0$，$c=z=1$，得 A 的值为 2，B 的值为 1，C 的值为 1，D 的值为 -1.

故选 A.

名题训练 9

1 代数式 ax^5+bx+c，当 $x=-3$ 时的值为 8，当 $x=0$ 时的值为 1，求当 $x=3$ 时，该代数式的值.

2 若 a、b 均为正数，且 $a\cdot b=1$，试求 $\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}$ 的值.