



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

运筹学 第三版

刁在筠 刘桂真
宿洁 马建华 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,在第二版的基础上修订完善而成。第三版除尽力保持前两版的特点,进一步阐明概念和方法的实际意义,提高了全书的系统性,加强了对学生运用计算机解决实际问题能力的训练。

本书的主要内容为:绪论,线性规划,整数线性规划,非线性规划,动态规划,图与网络分析,网络计划技术,排队论,决策分析,对策论等。第三版增加了有广泛应用的“网络计划技术”一章,对有些章节内容根据需要进行了增删修改,将习题分为(A)、(B)两部分,可供不同的需要选择难度不同的习题。另外将运用多年的应用实例及相关程序整理完善后附书同步发行。

本书可作为数学与应用数学专业的运筹学课程教材,也可作为管理、系统工程等专业的专业课程教材。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/刁在筠等编著. —3版. —北京:高等教育出版社,2007.1

ISBN 978-7-04-020198-7

I. 运... II. 刁... III. 运筹学-高等学校-教材 IV. O22

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第147434号

策划编辑 马丽 责任编辑 宋瑞才 封面设计 张楠 责任绘图 黄建英
版式设计 张岚 责任校对 张颖 责任印制 韩刚

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总机 010-58581000

经销 蓝色畅想图书发行有限公司
印刷 北京市鑫霸印务有限公司

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开本 787×960 1/16
印张 23.5
字数 430 000

版次 1996年4月第1版
2007年1月第3版
印次 2007年1月第1次印刷
定价 31.00元(含光盘)

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

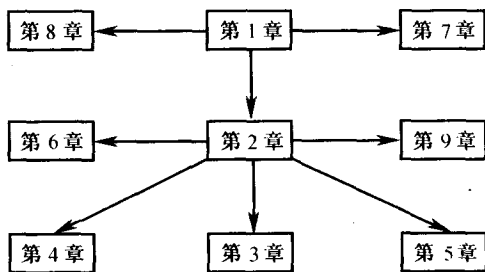
物料号 20198-00

第一版前言

本书是根据国家教委全国高等学校数学与力学教学指导委员会应用数学专业教材建设组所拟“运筹学”基本要求编写的。本书主要针对大学本科应用数学专业的特点及要求,同时兼顾了管理、系统工程等专业的要求,论述了运筹学各主要分支的模型、基本概念与理论、主要算法和应用。它可以作为这些专业“运筹学”课程的教材,也可以作为相关专业研究生的教材,还可供从事运筹学、管理科学的工作者和工程技术人员作参考书。

本书的特点是:选材精炼;对各主要分支的基本理论和主要方法的原理给出了较为严密的论述;内容上有所侧重和更新,体现了现代运筹学的一些特点。为使读者对本领域的情况有较为全面的了解,以便于今后的发展和提高,本书简单提及了各主要分支的当前发展动向和新成果,并在相关章节介绍了主要算法适用于计算机的流行软件。在各章末尾附有内容适当、数量充分的习题和参考文献,在全书末尾附有供参考的习题答案。

全书共有9章,其中带“*”号的内容是供读者自学或选学的材料,可以略过不读,不影响后续章节内容的学习。讲授全书的基本内容需72学时。由于各章内容有相对的独立性,讲授者在使用本教材时可根据专业要求对内容作适当的增减,因此也可作为学时更多或更少的“运筹学”课程的教材。为方便读者阅读,下面的示意图给出了各章内容的相关性。



本书由刁在筠(第2,3,4章)、郑汉鼎(第5,7,9章)、刘家壮(第1,6章)、刘桂真(第8章)编写,并由郑汉鼎完成全书书稿的统稿工作。在编写过程中,应用数学专业教材建设组运筹学责任委员胡毓达教授、俞文鲑教授、王荫清教授给予了我们热情的帮助和指导;复旦大学陈开明教授、华东师范大学郑英元教授认

第一版前言

真、仔细地审阅了全文,并提出了宝贵的修改意见;全国高校应用数学专业教材建设组的各位专家及众多运筹学界的同志们对书稿的内容提出了很多好的和积极的建议;高等教育出版社的责任编辑胡乃炯对全部手稿完成了繁重、细致的编辑、排版工作;山东大学运筹学专业的数位研究生仔细地抄写了全文。在此,我们一并表示深切的谢意。

由于水平有限,书中难免有不足和错误之处,恳切希望得到运筹学界同志及读者的批评和指正。

编 者

1993年11月完成初稿

1995年8月完成修改稿

第二版前言

本书自1996年出版发行以来,经山东大学和众多兄弟院校几经教学使用,反映良好,获广大师生和同行专家的认同和好评。本书1997年被教育部评为“九五”重点教材,2000年获教育部科学技术进步二等奖,现在被推荐为“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的立项项目,再版发行。

多年来,我们按照邓小平同志提出的“教育要面向现代化,面向世界,面向未来”的要求,考虑到目前的学生将是21世纪建设祖国的栋梁之材,我们在采用本书作为教材的运筹学课程的改革与实践中,不断向兄弟院校学习取经,与同行专家切磋交流,在优化课程体系,改革教学方法和考核办法中做了一些工作,调动了学生学习的积极性和主动性,提高了教学质量。为了提高学生解决实际问题的能力,我们配合本书的有关章节,编制了一套教学软件。内容包括LINDO和LINGO软件包,及相配套的上机实习的应用练习题及考核题,还有自编的以MATLAB为基础的图论与网络优化、对策论等内容的教学软件。这使学生在学习书本上的基本理论和基本算法的同时,能在计算机上熟练地操作解决一些实际应用案例。大家感觉到运筹学是一门具有强烈应用背景的科学,这门课不再是纸上谈兵了。山东大学的运筹学课程被列为“国家理科基地创建名牌课程”项目。

根据我们的教学实践和经验,吸取了同行专家和兄弟院校的宝贵建议,再版之前,我们对全书进行了仔细认真的修改和润色。主要是在保持原书结构和风格的前提之下,更加注意了思维的开拓与启迪,内容和方法的实用性、先进性和系统性,习题搭配的合理性等,对目前流行的一些先进软件也作了简单介绍。

全国高等学校数学与力学教学指导委员会及应用数学指导组的专家和众多的运筹学界同行对本书的修改提了很多宝贵意见。本书得到教育部、山东大学教务处和数学与系统科学学院的关怀和资助。在本书出版和再版的过程中得到高等教育出版社的责任编辑胡乃炯同志的大力支持和帮助。借此机会向他们一并表示我们衷心的感谢。

限于我们的水平,不妥与错误之处在所难免,殷切希望得到本书的各位读者及同行专家的批评指正。我们很愿意为兄弟院校提供交流相关的教学软件,以期共同提高。

编者

2000年12月16日

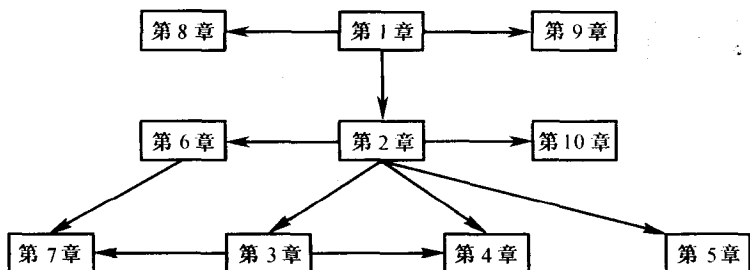
第三版前言

运筹帷幄之中,决胜千里之外。山东大学是国内最早开展运筹学研究的高校之一。早在20世纪60年代初期,毛主席来山东听过山东大学运筹学的汇报。山东大学被称为全国运筹学的发源地之一,培养了大量的运筹学人,2001年被教育部批准为全国重点学科。高等教育出版社出版的《运筹学》是我们根据多年的工作经验和研究成果编写的授课教材,该教材被评为全国100本精品教材之一,2001年在高等教育出版社作为“面向21世纪课程教材”出版。该教材2000年获教育部教材科技进步二等奖。全国多所学校都使用该教材,并给予一致好评。多年来我们一直在思考、研究、实践,并不断完善,如何改革提高“运筹学”课程的教学质量,如何通过此门课程的教学培养提高学生的理论分析、实践与创新能力,以达到培养高素质复合型人才的目标。为此,我们在课程体系优化、教学内容与方法的改革、教材建设、精品课程建设及教学课件开发等诸方面付出了多年的不懈努力。我校采用《运筹学》一书所开设的运筹学课程被列为“全国理科基地创建名牌课程”,2005年运筹学课程又被评为“国家精品课程”。根据我们多年的教学实践,吸取了同行专家和兄弟院校的宝贵意见和建议,我们对第二版教材又进行了较大篇幅的修改。经专家评审,《运筹学(第三版)》列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书是在前两版的基础上修改完善而成。第三版除尽力保持前两版的特点外,更加注意了思维的开拓与启迪,进一步阐明概念和方法的实际意义,提高了全书的系统性和各章内容的协调性,加强了对学生运用计算机解决实际问题能力的训练。主要修改内容为:有些章节内容根据需要进行了增删;有些章节按现代运筹学的要求重新编写;新增了有广泛应用的“网络计划技术”一章;将我们在教学中已运用多年的应用实例及相关程序经过补充完善提高后附书同时发行。每章后的习题分成了供复习消化课本内容的(A)部分,及供讨论和深入学习及运用教学软件上机操作的(B)部分。

讲授本书的基本内容需72学时。由于各章内容有相对的独立性,讲授者在使用本教材时可根据专业要求对内容作适当的增减,因此也可作为学时更多或更少的运筹学课程的教材。本书中带有“*”号的章节内容是供读者自学或选学的材料,可以略过不读,不影响后续章节内容的学习。为方便读者阅读,下面的示意图给出了第三版各章内容的相关性。

现在多媒体教学已普及。因而与本书内容相配套的电子教案即将出版发



行,将为教师的多媒体教学提供方便。

本书(第三版)的修改方案设计及组织工作以刁在筠、刘桂真为主,具体修改编写分工为:刁在筠(前言及第1,2,3,4章)、刘桂真(第6章)、宿洁(第8,9,10章及统稿)、马建华(第5,7章)(马建华为山东经济学院教师,其余均为山东大学教师),宿洁完成了在原有教学软件基础上的补充完善提高工作。即将出版发行的《运筹学电子教案》由吴建良(山东大学)和马建华共同完成。

在本书多次的编写修改过程中,运筹学界的专家们和众多兄弟院校的教师给予了我们极大支持和帮助;教育部、山东大学教务处和数学与系统科学学院的领导给予了我们热情的鼓励和资助;高等教育出版社的编辑耐心细致地编辑了本书先后三个版次,借此机会向他们表示我们衷心的感谢。

限于我们的水平,不妥与错误之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编者

2006年9月

目 录

第 1 章 绪论	1	1. 对偶线性规划	44
§ 1.1 运筹学的概况	1	2. 对偶理论	47
1. 运筹学的由来和发展	1	3. 原始和对偶问题的解及其 经济意义	51
2. 运筹学的性质与特点	2	4. 对偶单纯形法	54
3. 运筹学的主要内容	3	§ 2.6 灵敏度分析	57
4. 运筹学的发展趋势	4	1. 改变价值向量 c	57
§ 1.2 运筹学的数学模型	5	2. 改变右端向量 b	60
1. 线性规划模型	6	* § 2.7 参数线性规划	62
2. 随机规划模型	7	1. 目标函数含参数的线性规划 问题	62
3. 网络优化模型	7	2. 右端向量含参数的线性规划 问题	65
参考文献	8	* § 2.8 算法复杂性及解线 性规划问题的进一 步研究	68
第 2 章 线性规划	10	1. 算法的复杂性	69
§ 2.1 线性规划问题	10	2. 解线性规划问题的进一步 研究	71
1. 线性规划问题举例	10	第 2 章习题	72
2. 线性规划模型	13	参考文献	80
§ 2.2 可行区域与基本可 行解	15	第 3 章 整数线性规划	82
1. 图解法	15	§ 3.1 整数线性规划问题	82
2. 可行区域的几何结构	17	1. 整数线性规划问题举例	82
3. 基本可行解及线性规划的 基本定理	19	2. 解整数线性规划问题的困 难性	85
§ 2.3 单纯形方法	23	§ 3.2 Gomory 割平面法	86
1. 单纯形方法	23	1. Gomory 割平面法的基本 思想	86
2. 单纯形表	29	2. Gomory 割平面法计算	
§ 2.4 初始解	36		
1. 两阶段法	36		
2. 关于单纯形方法的几点 说明	42		
§ 2.5 对偶性及对偶单纯 形法	43		

步骤	89	§ 5.2 最优化原理	159
§ 3.3 分枝定界法	93	1. 用递推法解最短路问题	160
1. 分枝定界法的基本思想	93	2. 最优化原理	163
2. 分枝定界法计算步骤	95	§ 5.3 确定性的定期多阶段 决策问题	165
第 3 章习题	98	1. 旅行售货员问题	165
参考文献	100	2. 多阶段资源分配问题	168
第 4 章 非线性规划	101	3. 可靠性问题	170
§ 4.1 基本概念	101	§ 5.4 确定性的不定期多阶 段决策问题	172
1. 非线性规划问题	101	1. 最优线路问题	172
2. 非线性规划方法概述	105	2. 有限资源分配问题	176
§ 4.2 凸函数和凸规划	107	第 5 章习题	180
1. 凸函数及其性质	107	参考文献	182
2. 凸规划及其性质	111	第 6 章 图与网络分析	183
§ 4.3 一维搜索方法	113	§ 6.1 图与子图	183
1. 0.618 法(近似黄金分割 法)	113	1. 图与网络	183
2. Newton 法	117	2. 图的关联矩阵和邻接矩阵	186
3. 非精确一维搜索方法	118	3. 子图	188
§ 4.4 无约束最优化方法	122	§ 6.2 图的连通性	190
1. 无约束问题的最优性条件	122	1. 图的连通	190
2. 最速下降法	124	2. 图的割集	193
3. 共轭方向法	126	§ 6.3 树与支撑树	195
§ 4.5 约束最优化方法	131	1. 树及其基本性质	195
1. 约束最优化问题的最优性 条件	132	2. 支撑树及其基本性质	197
2. 简约梯度法	136	§ 6.4 最小树问题	198
3. 惩罚函数法	144	1. 最小树及其性质	199
第 4 章习题	150	2. 求最小树的 Kruskal 算法	201
参考文献	155	3. Dijkstra 算法	202
第 5 章 动态规划	156	§ 6.5 最短有向路问题	203
§ 5.1 多阶段决策问题	156	1. 最短有向路方程	203
1. 最短路问题	156	2. 求最短有向路的 Dijkstra 算法	205
2. 资源分配问题	157	§ 6.6 最大流问题	207
3. 生产-库存问题	157	1. 最大流最小割定理	207
4. 一般多阶段决策问题	158		

2. 最大流算法	210	3. M/M/c/∞ 系统	270
§ 6.7 最小费用流问题	211	4. 排队系统费用优化决策	273
1. 最小费用流算法	212	* § 8.3 有限源排队系统	275
2. 特殊的最小费用流——运输 问题	216	1. M/M/c/m/m 系统	275
§ 6.8 最大对集问题	220	2. M/M/c/m + N/m 系统	277
1. 二分图的对集	220	第 8 章习题	279
2. 二分图的最大基数对集	224	参考文献	281
3. 二分网络的最大权对集—— 分派问题	228	第 9 章 决策分析	283
第 6 章习题	233	§ 9.1 决策分析的基本 概念	283
参考文献	236	1. 决策分析的基本概念	283
第 7 章 网络计划技术	238	2. 决策的数学模型	284
§ 7.1 网络计划图	238	§ 9.2 风险型决策分析	285
1. 基本术语	239	1. 进行风险型决策分析的基本 条件和方法	285
2. 箭线图的绘制方法	239	2. 决策树	288
3. 节点图	243	§ 9.3 不确定型决策分析	291
§ 7.2 时间参数与关键 路线	244	1. 不确定型决策分析的条件	291
1. 工作持续时间	244	2. 不确定型决策分析的基本 方法	292
2. 节点时间	245	§ 9.4 效用函数和信息的 价值	295
3. 工作时间	246	1. 效用函数及其应用	295
4. 关键路线	247	2. 信息的价值	299
§ 7.3 网络计划的优化	248	第 9 章习题	302
第 7 章习题	253	参考文献	304
参考文献	256	第 10 章 对策论	305
第 8 章 排队论	257	§ 10.1 引言	305
§ 8.1 随机服务系统概论	257	1. 对策论发展简史	305
1. 随机服务系统的基本组成 部分	257	2. 对策模型	306
2. 几个常用的概率分布和最 简单流	258	3. 例子	307
§ 8.2 无限源的排队系统	262	§ 10.2 矩阵对策的平衡 局势	308
1. M/M/1/∞ 系统	262	1. 矩阵对策及其平衡局势	308
2. M/M/1/k 系统	267	2. 矩阵对策的混合扩充	312

3. 矩阵对策的简化	313	1. 特征函数	323
4. 线性规划求解方法	315	2. 分配	326
§ 10.3 非合作对策的平衡		3. 核心与稳定集	327
局势	318	4. 核仁	331
1. 对抗对策及其平衡局势	318	5. Shapley 值	334
2. n 人对策及其平衡局势	319	第 10 章习题	336
3. 混合扩充的平衡局势	320	参考文献	338
§ 10.4 合作对策	323	习题答案	340

第 1 章 绪 论

“运筹帷幄,决胜千里”。运筹学把科学的方法、技术和工具应用到包括系统管理在内的各种问题上,以便为那些掌管系统的人们提供最佳的解决问题的方法。

本章,首先介绍运筹学的概况,包括运筹学的由来和发展、运筹学的性质与特点、运筹学的主要内容和运筹学的发展趋势。然后,通过几个例子分别介绍运筹学中线性规划、随机规划和网络优化的数学模型。

§ 1.1 运筹学的概况

运筹学是 20 世纪新兴的学科之一,它能帮助决策人解决那些可以用定量方法和有关理论来处理的问题。它在工业、商业、农业、军事、交通运输、政府部门和其他方面都有重要的应用。现在它已经成为经济计划、系统工程、现代管理等领域的强有力的工具。

1. 运筹学的由来和发展

一般说来,运筹学起源于第二次世界大战。但在这之前已有许多蕴含运筹学思想和方法的书籍和论文出现,例如,原苏联数学家 Л. В. Канторович 的“生产组织与管理中的数学方法”一书(属于运筹学中的规划论)出版于 1939 年; J. Von Neumann 等所著“对策论和经济行为”一书(运筹学中对策论的创始作)成书前所发表的一系列论文在 1928 年就开始刊出; A. K. Erlang 关于用概率论理论来研究电话服务的论文(属于运筹学中的排队论)发表于 1909 年。因此运筹学的起源还能追溯得更早。只是西方的运筹研究或“运筹学”这一名词,确实出现在第二次世界大战期间。以运筹研究命名的、直接为战争服务的、跨学科的研究小组也是在这一时期才出现的。最早是在英国皇家空军战斗指挥部管辖下,1938 年出现的名为“(军事)行动的研究”小组,其英文是“Operational Research”(缩写为 O. R.),我国译为“运筹研究”或“运筹学”。继英国的“(军事)行动的研究”小组之后,美国、加拿大等国也组成一些同名小组进行战术评价、战术改进、作战计划、战略选择等方面的研究,同时也包括如何改进后勤调度和训练计划等方面的研究。这些研究,由于综合地运用了科学方法和技术,纠正了人们一

些直观想象的错误,解决了当时战争中提出的一些新问题,从而引起人们对运筹研究的重视.据统计,战时同盟国参加(军事)运筹研究的科学工作者超过了700人.

第二次世界大战后,美国等国家的军方仍保留一些运筹研究小组,其他多数人转向把运筹学研究用于和平时期的工商业,因此美、德等国家的运筹学得以蓬勃发展,出现了应用研究和理论研究相互促进的局面.我国从20世纪50年代开始了运筹学的理论研究及应用推广.运筹学在工商业管理中的应用是主要的.随着工商业规模日益扩大、市场竞争日益激烈,迫使更多的管理决策者组织跨学科的专业人员组成研究集体,运用科学的方法指导工商业的运作.这一做法为工商业带来了巨大的生机和活力.例如,美洲航空公司通过设计和运行一个票价结构、订票和协调航班的系统,年效益超过5亿美元;我国从20世纪80年代起,经过多年的工作,建立了一个考虑国民经济发展对能源需求、减少煤炭对环境污染条件下,对发电、煤炭开采、交通建设综合优化平衡的混合整数规划模型,所获得的对该项目的优选及投产安排方案年经济效益在4亿美元以上.因此,在一些国家的政府部门、大公司和企业中,建立了许多运筹研究机构.许多大学理学院的数学系及工学院、管理学院、经济学院中都开设运筹学课程.近年来,许多国家的大学中设立了经济与运筹学系或计算机与运筹学系,并设有攻读硕士和博士的学位.在运筹研究或运筹学这一名称下发展起来多个运筹学分支学科,如规划论(包含线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划、随机规划等)、网络分析、排队论、对策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析等.与此相应,世界上许多国家成立了运筹学学会,并于1959年成立了国际运筹学联盟.该会的一个主要出版物为《运筹国际文摘》,它对各国主要的运筹专刊和期刊中关于运筹学理论和应用的新进展进行介绍和评述.我国的运筹学学会成立于1980年,《运筹学杂志》创刊于1982年,1997年改为《运筹学学报》.

2. 运筹学的性质与特点

运筹学是多种学科的综合性的科学,也是最早形成的一门软科学.当人们把战时的运筹研究取得成功的经验在和平时期加以推广应用时,面临着一个广阔的研究领域.在这一领域中,对于运筹学主要研究和解决什么问题有许多说法,至今争论不休,实际上形成了一个在争论中发展运筹学的局面.那么,在这60多年中,我们能从它的争论中看出一些什么特点呢?

(1) 引进数学研究方法.运筹学是一门以数学为主要工具,寻求各种问题最优方案的学科,所以是一门优化科学.随着生产与管理的规模日益庞大,其间的数量关系也就更加复杂,从其间的数量关系来研究这些问题,即引进数学研究方

法,是运筹学的一大特点.

(2) 系统性. 运筹学研究问题是从系统的观点出发,研究全局性的问题,研究综合优化的规律,它是系统工程的主要理论基础.

(3) 着重实际应用. 在运筹学术界,有许多人强调运筹学的实用性和对研究结果的“执行”,把“执行”看作运筹工作中的一个重要组成部分. 有的运筹学教科书中,在讲述从理论上求得最优解之后,还要讲述根据实际情况对所得解进行进一步的考察,讲述对所得最优解如何进行灵敏度分析等.

(4) 跨学科性. 由有关的各种专家组成的进行集体研究的运筹小组综合应用多种学科的知识来解决实际问题是早期军事运筹研究的一个重要特点. 这种组织和这种特点一直在一些地方和一些部门以不同的形式保留下来,这往往是研究和解决实际问题的需要. 从世界范围来看,运筹学应用的成败及应用的广泛程度,无不与有这样的研究组织和这种组织的工作水平有关.

(5) 理论和应用的发展相互促进. 运筹学的各个分支学科,都是由于实际问题的需要或以一定的实际问题为背景逐渐发展起来的. 初期一些老的学科方面的专家对运筹学做出了贡献. 随后新的人才也逐渐涌现,新的理论相继出现,这往往就开拓出新的领域. 如线性规划中的 Канторович 问题 A, B, C 就是在研究生产的组织和计划中出现的. 后来 G. B. Dantzig 等人重新进行独立研究使其形成了一套较完整的理论和方法,进而又开拓了线性规划的应用范围,并相继出现了一批职业的线性规划工作者. 由于他们从事了大量的实践活动,反过来又进一步促进了线性规划方法的进一步发展,从而又出现了椭球法、内点法等新的解线性规划的方法. 目前运筹学家们仍在孜孜不倦地研究新技术、新方法,使运筹学这门年轻的学科不断地向前发展.

3. 运筹学的主要内容

运筹学发展到现在虽然只有 60 多年的历史,但是内容丰富,涉及面广,应用范围大,已形成了一个相当庞大的学科. 它的主要内容一般应包含线性规划、非线性规划、整数规划、动态规划、多目标规划、网络分析、排队论、对策论、决策论、存储论、可靠性理论、模型论、投入产出分析等. 它们中的每一个部分都可以独立成册,都有丰富的内容.

上述的前五个部分统称为规划论,它们主要是解决两个方面的问题. 一个方面的问题是对于给定的人力、物力和财力,怎样才能发挥他们的最大效益;另一个方面的问题是对于给定的任务,怎样才能用最少的人力、物力和财力去完成它.

网络分析主要是研究解决生产组织、计划管理中诸如最短路径问题、最小连接问题、最小费用流问题、最优分派问题及关键线路图等. 特别在计划和安排大

型的复杂工程时,网络技术是重要的工具.

排队现象在日常生活中屡见不鲜,如机器等待修理,船舶等待装卸,顾客等待服务等.它们有一个共同的问题,就是等待时间长了,会影响生产任务的完成,或者顾客会自动离去而影响经济效益;如果增加修理工、装卸码头和服务台,固然能解决等待时间过长的问題,但又会蒙受修理工、码头和服务台空闲的损失.这类问题的妥善解决是排队论的任务.

对策论是研究具有利害冲突的各方,如何制定出对自己有利从而战胜对手的斗争策略.例如,战国时代田忌赛马的故事便是对策论的一个绝妙的例子.

决策问题是普遍存在的,凡属“举棋不定”的事情都必须做出决策.人们之所以举棋不定,是因为人们在着手实现某个预期目标时,面前出现了多种情况,又有多种行动方案可供选择.决策者如何从中选择一个最优方案,才能达到他的预期目标,这是决策论的研究任务.

人们在生产和消费过程中,都必须储备一定数量的原材料、半成品或商品.存储少了会因停工待料或失去销售机会而遭受损失,存储多了又会造成资金积压、原材料及商品的损耗.因此,如何确定合理的存储量、购货批量和购货周期至关重要,这便是存储论要解决的问题.

对于一个复杂的系统和设备,往往是由成千上万个工作单元或零件组成的,这些单元或零件的质量如何,将直接影响到系统或设备的工作性能是否稳定可靠.研究如何保证系统或设备的工作可靠性,这便是可靠性理论的任务.

人们在生产实践和社会实践中遇到的事物往往是很复杂的,要想了解这些事物的变化规律,首先必须对这些事物的变化过程进行适当的描述,即所谓建立模型,然后就可通过对模型的研究来了解事物的变化规律.模型论就是从理论上和方法上来研究建立模型的基本技能.

投入产出分析是通过研究多个部门的投入产出所必须遵守的综合平衡原则来制定各个部门的发展计划,借以从宏观上控制、调整国民经济,以求得国民经济协调合理地发展.

4. 运筹学的发展趋势

运筹学作为一门学科,在理论和应用方面,无论就广度和深度来说都有着无限广阔的前景.它不是一门衰老过时的学科,而是一门处于年轻发展时期的学科,这从运筹学目前的发展趋势便可看出.

(1) 运筹学的理论研究将会得到进一步系统地、深入地发展.数学规划是20世纪40年代末期才开始出现的.经过十多年的时间,到了20世纪60年代,它已形成了应用数学中一个重要的分支,各种方法和各种理论纷纷出现,蔚为大观.但是,数学规划也和别的学科一样,在各种方法和理论出现以后,自然要走上

统一的途径.也就是说,用一种或几种方法和理论把现存的东西统一在某些系统之下来进行研究.而目前这种由分散到统一、由具体到抽象的过程正在形成,而且将得到进一步的发展.

(2) 运筹学向一些新的研究领域发展.运筹学的一个重要特点是应用十分广泛,近年来它正迅速地向一些新的研究领域或原来研究较少的领域发展,如研究世界性的问题,研究国家决策,或研究系统工程等.

(3) 运筹学分散融化于其他学科,并结合其他学科一起发展.如数学规划方法用于工程设计,常常叫做“最优化方法”,已成为工程技术中的一个有力研究工具;数学规划用于 Leontief 的投入产出模型,也成为西方计量经济学派常用的数学工具等.

(4) 运筹学沿原有的各学科分支向前发展,这仍是目前发展的一个重要方面.如规划论,从研究单目标规划进而研究多目标规划,这当然可以看成是对事物进行深入研究的自然延伸.事实上,在实际问题中想达到的目标往往有多个,而且有些还是互相矛盾的.再如,从研究确定性的数学规划进而研究随机规划,因为在实际应用中,很多因素是不确定,它们是随机变量或随机过程等.还有,从研究短期规划到研究长期规划,这种深入研究也很自然,因为对不少实际问题,人们主要关心的是未来的结果.

(5) 运筹学中建立模型的问题将日益受到重视.从事实际问题研究的运筹学工作者,常常感到他们所遇到的困难是如何把一个实际问题变成一个可以用数学方法或别的方法来处理的问题.就目前来说,关于运筹学理论和方法的研究,远远超过了对上述困难的研究,要使运筹学能保持它的生命力,这种研究非常必要.

(6) 运筹学的发展将进一步依赖于计算机的应用和发展.电子计算机的问世与广泛的应用是运筹学得以迅猛发展的重要原因.实际问题中的运筹学问题,计算量一般都是很大的.只是有了存储量大、计算速度快的计算机,才使得运筹学的应用成为可能,并反过来推动了运筹学的进一步发展.如算法复杂性这个学科就是运筹学与计算机相结合的产物.

总之,运筹学虽然只有 60 多年的历史,但发展如此之快,运筹学工作者如此之多,都是前所未有的.运筹学作为一门学科,在理论及应用方面,无论就其广度还是深度来说,都有着无限广阔的前景.它对于加速我国的四个现代化建设必将起到十分重要的作用.

§ 1.2 运筹学的数学模型

模型是实际系统或过程的代表或描述,它能反映实际且具有足够的精确度.

模型就是用一种简化的方式表现一个复杂过程或系统,用以帮助人们进行思考和解决问题.运筹学所研究的模型一般来说都是数学模型,也就是用字母、数字和运算符号将系统或过程的某些特征及相互关系表达出来.它试图精确地和定量地表示系统的各种关系.它是现实系统或过程的一种抽象,近似实际系统或过程而又非实际系统或过程的复制品.它应能反映实际系统或过程的某些特征而又比实际系统或过程本身简单.下面我们就介绍几个常用的数学模型.

1. 线性规划模型

某饲养场所用的混合饲料由几种配料组成,要求所使用的混合饲料必须含有 m 种不同的营养成分,且每一份混合饲料中第 i 种营养成分的含量不能低于 b_i 个单位.已知每单位的第 j 种配料中所含第 i 种营养成分的量为 a_{ij} ,每单位的第 j 种配料的价格为 c_j ,问在保证营养的条件下,应如何选择配方方案使混合饲料的费用最小?

首先,确定一个配方方案就是确定在每份混合饲料中所含各种配料的数量,用变量 x_j 表示在一份混合饲料中第 j 种配料的含量, $j = 1, 2, \dots, n$. 为使该份混合饲料符合 m 种营养成分的要求,所产生的可用的配方方案必须满足 m 个不等式:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1.2.1)$$

其次, x_j 是所含第 j 种配料的数量,不能是负数,所以还应满足:

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (1.2.2)$$

最后, x_j 除了满足上述要求外,还应使混合饲料的费用最小,而每种方案所需费用是

$$f = \sum_{j=1}^n c_j x_j.$$

因此,找一个符合营养条件的费用最小的饲料配方方案,就是确定 $x_j, j = 1, 2, \dots, n$, 在满足式(1.2.1), 式(1.2.2)的条件下,使 f 达到最小,写成数学形式就是

$$\begin{cases} \min & f = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s. t.} & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

这就是著名的营养问题的数学模型.其中 \min 和 s. t. 分别是极小化(minimize)和约束条件(subject to)的简记符号.