

根据教育部新大纲和2004年新教材编写

发散思维

大课堂

● 丛书主编 希 扬

高三数学

本册主编 源 流

同步最新教材

导引思维发散

点燃智慧火花

培养创新能力



龍門書局

www.Longmen.com.cn

素质教育 **新篇章**

发散思维 **大课堂**

责任编辑 徐 茵 / 封面设计 郭 建

高一数学 (上、下)

高一物理

高一化学

高一语文 (上、下)

高一英语 (上、下)

高一历史

高一政治

高二数学 (上、下)

高二物理

高二化学

高二语文 (上、下)

高二英语 (上、下)

高二历史

高二政治

高中生物

高中地理

高三数学

高三物理

高三化学

高要求 新角度 大视野 广思路

ISBN 7-80191-427-9



9 787801 914279 >

ISBN 7-80191-427-

定 价: 13.00 元

发散思维大课堂

高三数学

源 流 本册主编

源 流 王惠英 李国新 何章琴
张家成 史炎高 郭莉君 陈明铸
郭 庆 陈少玲 朱东红 龚为玲
王惠英 陈 萍

编 著

龍 門 書 局

北 京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志,凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话:(010)64034160, 13501151303(打假办)

图书在版编目(CIP)数据

发散思维大课堂. 高三数学 / 源流主编; 源流等编著.
北京: 龙门书局, 2004
ISBN 7-80191-427-9

I. 发… II. ①源…②源… III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 028039 号

责任编辑: 徐 蕊 / 封面设计: 郭 建

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.longmen.com.cn>

化学工业出版社印刷厂印刷

科学出版社发行 各地书店经销

*

2004 年 4 月第 一 版 开本: A5 890×1240

2004 年 4 月第一次印刷 印张: 11 1/4

印数: 1—35 000 字数: 348 000

定 价: 13.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

出版说明

本书从 1999 年面世以来,深受读者喜爱。今年根据教材的最新变化和中(高)考发展的新动向,以及国家义务教育课程标准的新理念、新思想、新方法、新目标,在保留原书精华的基础上,进行了如下重大修订:

一、去陈换新,删繁就简。新增补 2003 年中(高)考“能力型、开放型、应用型、阅读理解型、探究型、综合型”试题,特别对联系生产、生活和科学实际的单学科综合题、多学科综合题作了重点增补。选题精活,解法巧妙,源于教材,高于教材。

二、对习题进行了严格的审查、验算,突出了知识转化为能力的特色。

三、在经典题之后,加上“点拨”“指点迷津”“解答反思”“解法指导”“点悟”等小栏目,达到开启心扉、挖掘潜能的目的。

四、课本本在“本章(单元)小结”中设置了如下栏目:

知识网络建构 对知识结构进行梳理,将本章内容化零为整,易于记忆和整体把握。

新课标新中考 概述新中考的发展方向,提供翔实的信息,引导思维联想,洞察命题动向,渗透新课标的新理念、新思路、新方法。

新题型新导向 荟萃最新中考命题,由浅入深,分层深化,分步到位,激发学生思维的活性,全面提高学生的综合能力、创新能力和应试能力。

五、按照新课程标准改革的要求,新增课本本如下:

人教版 语文,数学,英语(新目标),物理,化学

·北京师大版 数学,物理

江苏教育版 语文

江苏科技版 物理

华东师大版 数学

语文版 语文

上海科技 + 广东教育版 物理

上海教育版 化学

译林 + 牛津版 英语

科学 + 广东教育版 化学

本丛书匹配的课标本版本齐全,普遍适用于全国各省(市)自治区。

希扬 源流

2004 年 3 月

《发散思维大课堂》丛书



主 编：希 扬

副主编：源 流

编 委：孙济占 张功俭

王兴桃 江家发

胡祖明 李祥伦

王代益 丁赉禧

陆仁章 宋 力

张启男 徐 菡

激活思维 搏击长空

——《发散思维大课堂》新版序言

《发散思维大课堂》丛书自 1999 年问世以来,年年修订,一版再版,以其在素质教育方面的卓越贡献在当今教辅书界独领风骚,如潮好评涌动大江南北,发散美名畅行黄河内外。

打开此书,一个奇妙的学习世界立刻展现在你眼前:这里有一题多法、多题一法的解法发散,有将典型题转换题型的题型发散,有保持原命题的实质而变换其形式的转化发散,有把一个复杂题目分解成单纯命题逐个加以分析解决的分散发散,有克服思维定势、不巡常规解题思路的探究发散,还有纵横发散、组合发散、逆向发散、迁移发散、综合发散等思维解题法。在这里,你的知识变成了可分可合、可纵可横的有生命力的活跃分子,在这里,你的思维享受到了高度活跃的创造的快乐。

这,就是《发散思维大课堂》!

时代在前进,教育在发展。新世纪的教育,特别强调学生多维智力的发展,培养和造就有慧心、会学习、能创新的人才,是我们教育工作者和出版工作者的神圣使命。对学生多维智力的培养,在宏观上涵盖对学生学习全部课程的编排,在微观上则指学习中对学生智力的多维开发与应用。《发散思维大课堂》一书,正是在学习上为学生多维智力的培养提供了一片新天地。

发散思维也叫求异思维,是一种多向思维方式。形象地说,它就是从一个知识点出发,向知识网络空间发出的一束射线,它与两个或多个知识点之间形成联系,收到“一个信息输入、多个信息产出”的功效,体现出极强的多向性、变通性和创造性。运用到学习上,发散思维可以架起由已知达未知的桥梁,创造出新的思路和解题方法,能提高悟性,变知识为智力,真正实现举一反三、触类旁通的思维效果。

本书有别于其他同类书籍的显著特点,是它充分发挥了教辅书“辅底拔尖”的功能。

教辅书之所以有存在的必要,就在于它具有“辅底拔尖”的功能。所谓“底”,就是每门课程的核心知识,就是每个知识单元的基本知识点。这个基本点是学生对知识理解与运用的基础,是立足之本。所谓“拔尖”,就是对基本知识点的延伸、提高和润色。教辅书要源于教材,又要高于教材,如果说“辅底”是教辅书的基本功能,那么“拔尖”就是它的灵魂,是它生命力之所在。基于对教辅书的这种认识,本书从高标准、新角度、大视野、广思路四方面来体现了针对性和创新性。

把发散思维引入学和练的全程,全书以“发散思维导练”为主体结构,是本书的又一特点。在具体运用上,它又分为两部分:

发散思维分析 从知识点、重点、难点出发,分析本知识单元的知识内容及相互关系,并运用发散思维的方法揭示思维规律,突出解题技巧,以达到融会贯通的目的。

发散思维应用 精选典型例题,通过重点问题的多角度、多侧面、多层次的发散思维,培养学生概念辨析、综合概括、转化变换、思维迁移、逆向运用、实验设计、书写表达、多解多变等全方位的能力。

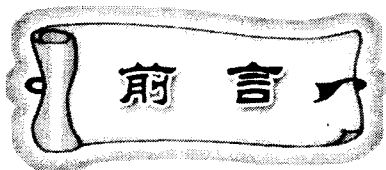
去粗取精、以质取胜,是本书的第三个显著特色。

新世纪的教育,在课程内容的编排上,要求“以质取胜”,教师的课堂讲解要求“少而精”,教辅书更应去粗取精、以质取胜,使学生在减轻负担的前提下学得更好,这也是本书追求的目标。因此,本书设计了“本章(单元)小结”栏目,来帮助学生梳理知识结构,启发解题思路,点拨方法技巧,提供最新信息,提高应试能力。

本书为你打开奇妙无比的学习天地,愿你在这个精彩的世界里汲取养分,以期来日成功地叩开大学名校之门。

希 扬

2004年3月



发散思维即求异思维,它从一点出发沿着多方向达到思维目标。用图表示,它就是从一点出发向知识网络空间发出的一束射线,使之与两个或多个知识点之间形成联系。它包含横向思维、逆向思维及多向思维。发散思维具有多向性、变通性、流畅性、独特性的特点,即思考问题时注重多思路、多方案,解决问题时注重多途径、多方式。它对同一个问题,从不同的方向、不同的侧面、不同的层次,横向拓展,逆向深入,采用探索、转化、变换、迁移、构造、变形、组合、分解等手法,开启学生心扉,激发学生潜能,提高学生素质,这对造就创造性人才至关重要。

本套丛书力求贴近整个教学环节,立足于培养学生的创造思维能力,增强学生思维的灵活性、拓展性,以便提高学生解决实际问题的能力。为此,我们紧密联系学生学习实际,全面深入反映近年来的全国高考、各省市中考的试题。紧扣教学大纲和现行教材,从初一到高二,按现行教材同步到每个章节或单元。

基本目标要求 使学生会运用目标管理的方法,掌握学习重点和方向,做到有的放矢,学习每章(或每单元)可达到预期的学习目的和效果。

基础知识导引 高度概括每章(或每单元)的内在知识体系,精辟分析中、高考的知识点。

重点难点点拨 以画龙点睛之笔突出重点、难点,以此作为展开发散思维的主线。

发散思维导练 是本套丛书的主体结构,它分为以下两部分:

发散思维分析 从知识点、重点、难点出发,分析本章(或本单元)的知识内容、相互关系,并运用发散思维方法揭示思维规律,突出解题规律,以达到融汇贯通的目的。

发散思维应用 精选典型例题,通过重点问题的多角度、多侧面、多层次的发散思维,透析、培养学生概念辨析、综合概括、转化变换、思维迁移、逆向

运用、实验设计、书写表达、多解多变的全方位能力。

巩固基础训练 提高能力测试 可以帮助学生借此检验课堂学习效果;同时家长可借此考查学生对课本各章节知识的掌握程度。

本书用到如下各种发散思维:

题型发散 是将典型问题,变换其题型的一种发散思维。

解法发散 是通过一题多法、多题一法进行变通训练的发散思维。

纵横发散 是通过两个或多个发散点间的联系以及发散点与其它知识点间的联系,借助例题形成发散思维。

转化发散 是通过保持原命题的实质而变换其形式的发散思维。

组合发散 将多个发散点组合起来形成的一种发散思维。

迁移发散 是用信息迁移或方法迁移解决新情景问题的一种发散思维。

分解发散 是把一个复杂命题分解成一些单纯命题,并逐个加以分析和解决的发散思维。

逆向发散 是由目标至条件的定向思考的一种发散思维。

创造发散 是克服思维定势,不按常规思维解决问题的一种发散思维。

综合发散 是通过教材各章发散点之间的联系,一个学科与其它学科之间的联系综合思考的一种发散思维。

总之,本套丛书由浅入深,精析多练,使学生的复习与应试实际更贴近,从而提高学生灵活运用知识、增强迁移应变能力和创造性思维能力。

本套丛书参加编写撰稿的人员还有:丁逸文、傅杰、刘芸、王璐、何晓冬、陆建华、龚为国、杨卫东、谢道军、刘传庭、吴明、涂瑞、王利年、张家佩、王月茹、张静、张敏、阮强荣、李文龙、黄温慈、徐同昌、何中武、郑云、江胜根、王昌云、张宏伙、陈雨平、李捷、胡传庆、陈飞达、曹洪斌、石磊、周庆林、丁红梅、房莉、凌波、沈时悦、赵伟、郁昌荣、刘平原等,在此一并表示感谢。

由于时间紧迫和编者水平所限,不妥之处,祈望读者不吝赐教。

源 流

2004年3月



目 录

第一章 概率与统计	1
基本目标要求	1
基础知识导引	1
重点难点点拨	6
发散思维导练	7
★ 发散思维分析	7
★ 发散思维应用	8
一、随机变量	8
1.1 离散型随机变量的分布列	8
1.2 离散型随机变量的期望与方差	8
二、统计	29
1.3 抽样方法	29
1.4 总体分布的估计	29
1.5 正态分布	43
1.6 线性回归	43
巩固基础训练	58
提高能力测试	62
本章小结	67
知识整合网络	67
学习方法指导	67
高考信息传递	69
高考名题赏析	69
第二章 极限	75
基本目标要求	75
基础知识导引	75
重点难点点拨	78
发散思维导练	82
★ 发散思维分析	82
★ 发散思维应用	83



一、数学归纳法	83
2.1 数学归纳法及其应用举例	83
研究性学习课题:杨辉三角	83
二、极限	103
2.2 数列的极限	103
2.3 函数的极限	122
2.4 极限的四则运算	122
2.5 函数的连续性	136
巩固基础训练	144
提高能力测试	147
本章小结	152
知识整合网络	152
学习方法指导	153
高考信息传递	154
高考名题赏析	154
第三章 导数	160
基本目标要求	160
基础知识导引	160
重点难点点拨	163
发散思维导练	167
★发散思维分析	167
★发散思维应用	168
一、导数	168
3.1 导数的概念	168
3.2 几种常见函数的导数	168
3.3 函数的和、差、积、商的导数	168
3.4 复合函数的导数	180
3.5 对数函数与指数函数的导数	180
二、导数的应用	191
3.6 函数的单调性	191
3.7 函数的极值	191
3.8 函数的最大值与最小值	191
巩固基础训练	215
提高能力测试	218



本章小结	221
知识整合网络	221
学习方法指导	221
高考信息传递	222
高考名题赏析	222
第四章 复数	230
基本目标要求	230
基础知识导引	230
重点难点点拨	232
发散思维导练	235
★发散思维分析	235
★发散思维应用	235
4.1 复数的概念	235
4.2 复数的运算	235
研究性学习课题:复数与平面向量、三角函数的联系	235
巩固基础训练	255
提高能力测试	260
本章小结	263
知识整合网络	263
学习方法指导	264
高考信息传递	264
高考名题赏析	265
期末测试题	267
高考模拟试题(一)	270
高考模拟试题(二)	274
参考答案	278



第一章 概率与统计

基本目标要求

一、了解随机变量,离散型随机变量,连续型随机变量的意义,能求出某些简单的离散型随机变量的分布列.

二、了解随机事件发生存在的规律性和随机事件概率的意义.

三、了解离散型随机变量的期望、方差的意义,会根据离散型随机变量的分布列求出期望和方差.

四、会用简单随机抽样、系统抽样、分层抽样等常用的抽样方法从总体中抽取样本.

五、会用样本频率分布去估计总体分布.

六、了解正态分布的意义及主要性质,了解线性回归的方法.

七、通过以抽样方法为内容的有关训练,培养学生运用统计方法解决问题的能力.

八、通过生产过程中的质量控制图了解假设检验的基本思想.

基础知识导引

一、随机变量

1. 随机现象

在一定条件下可能出现也可能不出现的现象,称为随机现象.

2. 随机试验

在一定的条件下,不能确切预言其结果的试验为随机试验,对随机现象的观测也可以视为随机试验.

3. 随机变量

如果随机试验的结果可以用一个变量来表示,那么这样的变量叫做随机变量.



随机变量,常用希腊字母 η, ξ 表示.

4. 离散型随机变量

如果对于随机变量可能取的值,可以按一定次序一一列出,这样的随机变量叫做离散型随机变量.

5. 连续型随机变量

如果随机变量可以取某一区间内的一切值,这样的随机变量叫做连续型随机变量.

6. 若 ξ 是随机变量, $\eta = a\xi + b$, 其中 a, b 是常数, 则 η 也是随机变量

7. 离散型随机变量的分布列

一般地, 设离散型随机变量 ξ 可能取的值为 $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots$.

ξ 取每一个值 $x_i (i=1, 2, \dots)$ 的概率 $P(\xi = x_i) = p_i$, 则称下表为随机变量 ξ 的概率分布, 简称 ξ 的分布列.

ξ	x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$
P	p_1	p_2	$\dots$	p_i	$\dots$

由概率的性质可知, 任一离散型随机变量的分布列都具有下述三个性质:

(1) $p_i \geq 0, i=1, 2, \dots$;

(2) $p_1 + p_2 + \dots = 1$;

(3) 离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和.

8. 二项分布

在一次随机试验中, 某事件可能发生也可能不发生. 在几次独立重复试验中这个事件发生的次数 ξ 是一个随机变量. 我们知道, 如果在一次试验中某事件发生的概率是 p , 那么在 n 次独立重复试验中这个事件恰好发生 k 次的概率是:

$$P(\xi = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

其中 $k=0, 1, 2, \dots, n, q=1-p$. 于是得到随机变量 ξ 的概率分布如下:

ξ	0	1	$\dots$	k	$\dots$	n
P	$C_n^0 p^0 q^n$	$C_n^1 p^1 q^{n-1}$	$\dots$	$C_n^k p^k \cdot q^{n-k}$	$\dots$	$C_n^n p^n q^0$

由于 $C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$ 恰好为 $(q+p)^n$ 展开式中的第 $k+1$ 项中的各个值, 所以, 称这样的随机变量 ξ 服从二项分布, 记作 $\xi \sim B(n, p)$, 其中 n, p 为参数, 并记:

$$C_n^k p^k q^{n-k} = b(k; n, p)$$

9. 连续型随机变量的概率密度

(1) 总体密度曲线 如果样本容量无限增大, 分组的组距无限缩小, 那么频率分布直方图就会无限接近于一条光滑曲线, 这条光滑曲线叫做总体密度曲线.



(2) 概率密度曲线(函数) 总体密度曲线精确地反映了 ξ 取值的规律性, 通常称为 ξ 的概率密度曲线. 以这条曲线为图象的函数, 叫做 ξ 的概率密度函数.

10. 离散型随机变量的期望与方差

(1) 数学期望 一般地, 若离散型随机变量 ξ 的概率分布为

ξ	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	$\cdots$

则称 $E\xi = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n + \cdots$ 为 ξ 的数学期望或平均数、均值, 数学期望又称为期望. 数学期望满足下列性质:

$$\textcircled{1} E(a\xi + b) = aE\xi + b;$$

$$\textcircled{2} \text{若 } \xi \sim B(n, p), \text{ 则 } E\xi = np.$$

(2) 方差 如果离散型随机变量 ξ 所有可能取的值是 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$, 且取这些值的概率分别为 $p_1, p_2, \cdots, p_n, \cdots$, 那么, 把:

$$D\xi = (x_1 - E\xi)^2 \cdot p_1 + (x_2 - E\xi)^2 \cdot p_2 + \cdots + (x_n - E\xi)^2 \cdot p_n + \cdots$$

叫做随机变量 ξ 的均方差, 简称为方差, 式中 $E\xi$ 是随机变量 ξ 的期望, $\sqrt{D\xi}$ 叫随机变量 ξ 的标准差, 记为 $\sigma\xi$.

它满足以下性质:

$$\textcircled{1} D(a\xi + b) = a^2 D\xi;$$

$$\textcircled{2} \text{如果 } \xi \sim B(n, p), \text{ 那么 } D\xi = npq (q = 1 - p).$$

二、统计

1. 总体、样本

在数理统计中称研究对象的全体为总体, 组成总体的每一个基本单元为个体, 从总体中抽取若干个个体 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 这样的 n 个个体 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 称为大小为 n (容量为 n) 的一个样本.

2. 抽样

抽样是为了获取总体的信息, 特别在客观实际中对总体的全部个体逐一进行研究, 有的是不适宜、不可能或不必要的. 因此, 抽样调查是获取总体信息的重要方法.

3. 简单随机抽样

从一个总体中通过逐个抽取的方法从中抽取一个样本, 且每次抽取时各个个体被抽到的概率相等, 这种抽样称为简单随机抽样. 这样抽出的样本称为简单随机样本. 简单随机抽样的基本方法有抽签法和随机数表法.

4. 系统抽样

系统抽样被称为等距抽样或机械抽样. 它按照时间或空间的等距间隔抽取样



本,即将总体分成几个部分,然后按照预先定出的规则,从每一部分抽取一个个体,得到所需要的样本,这种抽样称为系统抽样.系统抽样与简单抽样的联系在于:将总体均分后的每一部分进行抽样时,采用的是简单随机抽样.

5. 分层抽样

当总体中一部分个体与另一部分个体有明显的差异且易于区别时,常将相近的个体归成一组,然后按照各部分所占的比例进行抽样,这种抽样称为分层抽样.其中所分成的各部分称为层.分层抽样时,每一个个体被抽到的概率都是相等的.

6. 三种抽样方法的比较

类别	共同点	各自特点	相互联系	适用范围
简单随机抽样	抽样过程中每个个体被抽中的概率相等	从总体中逐个抽取	—	总体中的个体数较少
系统抽样		将总体均分 n 部分,按事先确定的规则在各部分抽取	在起始部分抽样时,采用简单随机抽样	总体中的个体数较多
分层抽样		将总体分成 n 层,分层进行抽取	分层抽样时,采用简单随机抽样或系统抽样	总体由差异明显的 n 部分组成

7. 作频率分布直方图的步骤

(1)对于样本观察值 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$,找出数据中的最大值 M 和最小值 m ,取一个合适的区间 $[a, b]$, a 比 m 略小, b 比 M 略大, $[a, b]$ 包含了所有的观察值;

(2)将区间 $[a, b]$ 分成 k 组, $\Delta = \frac{b-a}{k}$ 称为组距,数出落在各个子区间 $[a + (i-1)\Delta, a + i\Delta]$ 内的数据个数 f_i ,称为第 i 个区间的频数;

(3)计算第 i 个区间的频率 $u_i = \frac{f_i}{n}$;

(4)在区间 $[a, b]$ 上自左而右,依次在各个子区间上,以各组频率为高度作小矩形,即画出直方图.

当 n 很大时,频率与概率很接近,因此每个小区间上的小矩形的面积接近概率密度曲线下的面积,因此直方图的外轮廓线接近于总体的概率密度曲线.

8. 总体分布的估计

(1)总体分布 排除抽样造成的误差,精确反映总体取值的概率分布规律,通常称为总体分布.

(2)累积频率 样本数据小于某一数值的频率,叫做累积频率.

(3)正态分布 正态分布的概率密度函数是: