学考指要丛书

XUEKAO ZHIYAO CONGSHU

学士版

● 知识结构 ● 本章综述 ● 典型例题 ● 考研指点 ● 习题选解

运筹学

学考指要

周华任 刘常昱 汤光华 主编

西北工業大學出版社

运筹学

运筹学学考指要

主编　周华任　刘常昱　汤光华
编者　周华任　刘常昱　汤光华　白　衡　陈　琦
顾　洪　戴　毅　陈玉金　莫志浩　李喜波

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书与清华大学编写的《运筹学》(清华·第三版)教材相配套。全书共分 17 章,各章基本组成为知识结构、本章综述、典型例题、考研指点、习题选解。其中习题选解部分对《运筹学》(清华·第三版)课后绝大部分的习题作了详细的解答。

附录部分给出了清华大学 2006 年期末考试真题及其参考答案,清华大学 2006 年考研真题及其参考答案,以及 4 套综合模拟考题及其参考答案,为读者有针对性地巩固和提高自己的解题能力提供了更多的练习机会。

本书适合于本、专科生的课程学习和应试以及硕士研究生入学考试复习备考之用。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学学考指要/周华任,刘常昱,汤光华主编.—西安:西北工业大学出版社,2007.2
(学考指要丛书)
ISBN 978-7-5612-2173-0

Ⅰ.运… Ⅱ.①周… ②刘… ③汤… Ⅲ.运筹学—高等学校—教学参考资料
Ⅳ.O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 021088 号

出版发行:西北工业大学出版社
通信地址:西安市友谊西路 127 号 **邮编**:710072
电　　话:(029)88493844　88491757
网　　址:www.nwpup.com
印 刷 者:陕西宝石兰印务有限责任公司
开　　本:787 mm×960 mm 1/16
印　　张:25.625
字　　数:701 千字
版　　次:2007 年 2 月第 1 版　2007 年 2 月第 1 次印刷
定　　价:32.00 元

前　言

运筹学具有理论的抽象性、计算的复杂性和应用的广泛性。大多数学生在学习过程中感到运筹学抽象难懂，对基本概念以及算法思想在理解上感到困难，具体解题时，计算量很大。为了帮助读者掌握运筹学的基本理论和基本方法、综合运用各种解题的技巧和方法、提高分析问题和解决问题的能力，我们编写了本书。

本书是与清华大学编写的《运筹学》(清华·第三版)相配套的辅导书。全书分17章，章的划分与教材保持一致，各章基本组成部分如下：

(1)知识结构：以图表的形式概括了各章知识点以及它们之间的逻辑关系，使读者对全章内容有清晰的脉络。

(2)本章综述：给出了本章的主要概念和主要算法思想，突出了课程教学基本要求或者考试出现频率高的内容。

(3)典型例题：根据大纲要求和考试的热点，精选了各类例题，并给出了详细的解答，有的题目还加了分析或者评注，对此类问题的解题方法和技巧作了概括。

(4)考研指点：精选历年各院校研究生入学考试试题中具有代表性的试题进行了详细解答，这些例题涉及的内容广、题型多、技巧性强，可以使广大读者举一反三，触类旁通，开拓解题思路，可供读者提高解题能力和准备研究生入学考试之用。

(5)习题选解：《运筹学》(清华·第三版)中课后习题数量大、层次多，许多基础性的问题有助于读者从多个角度理解基本概念和基本理论，锤炼读者的基本算法思想；许多层次较高的问题有助于广大读者进一步的提高和应用，其中不少问题具有独特的解题思路和方法。针对以上两点，我们对此教材课后绝大部分的习题给出了详细的解答。

附录部分给出了清华大学2006年期末考试真题及其参考答案，清华大学2006年考研真题及其参考答案，以及4套综合模拟考题及其参考答案，为读者有针对性地巩固和提高自己的解题能力提供了更多的练习机会。

本书由周华任、刘常昱、汤光华、白衡、陈琦、顾洪、戴毅、陈玉金、莫志浩、李喜波编写，由李世楷教授、郑琴教授审稿。

在本书的编写过程中参照了国内外有关教材，在此特向原编者致谢。在本书的策划、编写等过程中得到了西北工业大学出版社的大力支持和热情帮助，在此表示衷心的感谢。

由于作者的水平有限，加之时间仓促，书中不足之处敬请广大同行和读者批评指正。

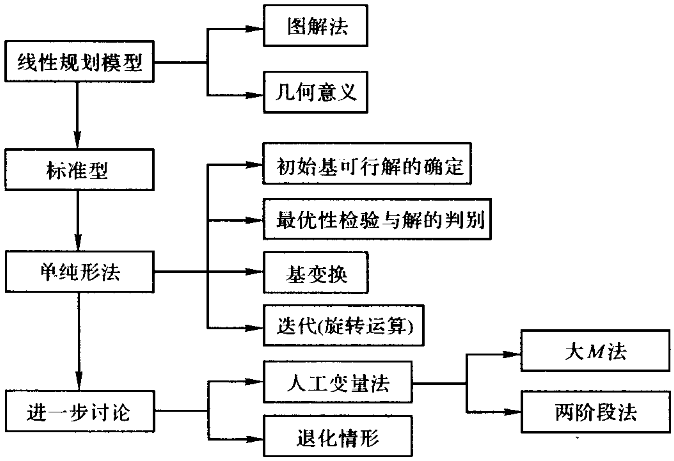
编　者

2007年1月

目　录

第 1 章 线性规划及单纯形法

1.1 知识结构



1.2 本章综述

1. 线性规划问题数学模型的 3 个要素

(1) 决策变量:问题中要确定的未知量,可由决策者决定和控制。

(2) 目标函数:决策变量的线性函数,按优化目标可在其前加 max 或 min。

(3) 约束条件:决策变量取值时受到各种条件的限制,通常表示为含决策变量的线性等式或线性不等式。

2. 线性规划问题的数学模型

目标函数:
$$\max(\text{或 } \min) z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

约束条件:
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqslant (=, \geqslant) b_i, & i = 1,2,\cdots,m \\ x_j \geqslant 0, & j = 1,2,\cdots,n \end{cases}$$

其中,$x_j(j = 1,2,\cdots,n)$ 为决策变量,$a_{ij}(i = 1,2,\cdots,m,\ j = 1,2,\cdots,n)$ 为工艺系数,$b_i(i = 1,2,\cdots,m)$ 为资

源系数，$c_j(j=1,2,\cdots,m)$ 为价值系数。

其标准形式为
$$\max z=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j$$
$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i, & i=1,2,\cdots,m\\ x_j\geqslant 0, & j=1,2,\cdots,n\end{cases}$$

3. 图解法

对于只含两个变量的线性规划问题，可通过在平面上作图的方法求解。

(1) 图解法的步骤如下：

1) 建立平面直角坐标系；

2) 图示约束条件，找出可行域；

3) 图示目标函数，即为一条直线；

4) 将目标函数直线沿其法线方向在可行域内向可行域边界平移直至目标函数达到最优值为止，目标函数达到最优值的点就为最优点。

(2) 几种可能的结局如下：

1) 有唯一最优解；

2) 有无穷多个最优解；

3) 无界解；

4) 无可行解。

4. 线性规划问题解的概念

线性规划问题：

$$\max z=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j \tag{1.2.1}$$
$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i, & i=1,2,\cdots,m \quad (1.2.2)\\ x_j\geqslant 0, & j=1,2,\cdots,n \quad (1.2.3)\end{cases}$$

(1) 可行解：满足约束条件(1.2.2)和(1.2.3)的解 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$。

(2) 最优解：使目标函数(1.2.1)达到最大值的可行解。

(3) 基：设 $\boldsymbol{A}$ 为约束方程组(1.2.2)的 $m\times n$ 阶系数矩阵，设 $n>m$，其秩为 m，$\boldsymbol{B}$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中的一个 $m\times m$ 阶的满秩子矩阵，则称 $\boldsymbol{B}$ 为线性规划问题的一个基。为不失一般性，设

$$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm}\end{pmatrix}=(\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_m)$$

$\boldsymbol{B}$ 中每一列向量 $\boldsymbol{P}_j(j=1,2,\cdots,m)$ 称为基向量 j，与基向量 $\boldsymbol{P}_j$ 对应的变量 x_j 称为基变量。除基变量以外的变量为非基变量。

(4) 基本解：在约束方程组(1.2.2)中，令所有非基变量 $x_{m+1}=x_{m+2}=\cdots=x_n=0$，此时(1.2.2)有唯一解 $\boldsymbol{X}_B=(x_1,x_2,\cdots,x_m)^{\mathrm{T}}$，将此解加上非基变量取0的值有 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_m,0,0,\cdots0)^{\mathrm{T}}$，称 $\boldsymbol{X}$ 为线性规划

问题的基本解。

(5) 基本可行解：满足非负条件式(1.2.3) 的基本解。

(6) 可行基：对应于基本可行解的基。

1.3 典型例题

例 1.1　用单纯形法求解

$$\max z = x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leqslant 15 \\ \dfrac{1}{3}x_1 + x_2 + 5x_3 \leqslant 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

解　将数学模型化为标准形式

$$\max z = x_1 + 2x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 15 \\ \dfrac{1}{3}x_1 + x_2 + 5x_3 + x_5 = 20 \\ x_j \geqslant 0, \quad j = 1,2,\cdots,5 \end{cases}$$

不难看出 x_4, x_5 可作为初始基变量，单纯法计算结果如表 1.3.1 所示。表的上方增加 1 行，填写目标函数的关系，表的左边增加了 1 列，填写第 2 列基变量对应的目标函数的系数，目的是用来求检验数。其中，[1] 表示注元素，对应的 x_2 为换入变量，x_5 为换出变量，由 $\lambda_j \leqslant 0$ $(j = 1,2,\cdots,5)$，得到最优解

$$\boldsymbol{X} = \left(25, \frac{35}{3}, 0, 0, 0\right)^{\mathrm{T}}, \quad \max z = 25 + 2 \times \frac{35}{3} = \frac{145}{3}$$

表　1.3.1

c_j		1	2	1	0	0	$\boldsymbol{b}$	θ
$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
0	x_4	2	-3	2	1	0	15	—
0	x_5	$\frac{1}{3}$	[1]	5	0	1	20 →	20
λ_j		1	2 ↑	1	0	0		
0	x_4	[3]	0	17	1	3	75 →	25
2	x_2	$\frac{1}{3}$	1	5	0	1	20	60
λ_j		$\frac{1}{3}$ ↑	0	-9	0	-2		
1	x_1	1	0	$\frac{17}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	25	
2	x_2		0	1	$\frac{28}{9}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{35}{3}$
λ_j		0	0	$-\frac{98}{9}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{7}{3}$		

例 1.2 用单纯形法求解

$$\min z = 2x_1 - 2x_2 - x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_4 = 6 \\ 6x_1 + 2x_2 + x_5 = 21 \\ x_j \geqslant 0, \quad j = 1,2,\cdots,5 \end{cases}$$

解 这是一个极小化的线性规划问题，可以将其化为极大化问题求解，也可以直接求解，这时判断标准是 $\lambda_j \geqslant 0 (j = 1,2,\cdots,n)$ 时得到最优解。

容易观察到，系数矩阵中有 1 个 3 阶单位矩阵，x_3, x_4, x_5 为基变量。目标函数中含有基变量 x_4，由第 2 个约束得到 $x_4 = 6 + x_1 - x_2$，并代入目标函数消去 x_4 得

$$z = 2x_1 - 2x_2 - (6 + x_1 - x_2) = -6 + x_1 - x_2$$

单纯形法计算如表 1.3.2 所示。表中 $\lambda_j \geqslant 0 (j = 1,2,\cdots,5)$，所以最优解为 $\boldsymbol{X} = (0,5,0,1,11)^{\mathrm{T}}$，最优值 $z = 2x_1 - 2x_2 - x_4 = -2 \times 5 - 1 = -11$。

表 1.3.2

$\boldsymbol{X_B}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\boldsymbol{b}$	θ
x_3	1	[1]	1	0	0	5 →	5
x_4	−1	1	0	1	0	6	6
x_5	6	2	0	0	1	21	$\frac{21}{2}$
λ_j	1	−1 ↑	0	0	0		
x_2	1	1	1	0	0	5	
x_4	−2	0	−1	1	0	1	
x_5	4	0	−2	0	1	11	
λ_j	2	0	1	0	0		

求极小值问题时，注意判断标准，选进基变量时应选 $\lambda_j < 0$ 的变量进基。

例 1.3 用大 M 法求解

$$\max z = 3x_1 - x_2 - x_3$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 \leqslant 11 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 \geqslant 3 \\ -2x_1 + x_3 = 1 \\ x_j \geqslant 0, \quad j = 1,2,3 \end{cases}$$

分 析

用大 M 法求解，假定人工变量在目标函数中的系数为$(-M)$，M 为任意大的正数。

解 引入松弛变量 x_4, x_5 和人工变量 x_6, x_7 及一个充分大的 $M > 0$，将原问题化为大 M 问题

$$\max z' = 3x_1 - x_2 - x_3 - Mx_6 - Mx_7$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 11 \\ -4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 + x_6 = 3 \\ -2x_1 + x_3 + x_7 = 1 \\ x_j \geqslant 0, \quad j = 1,2,\cdots,7 \end{cases}$$

这里松弛变量 x_4 可以作为一个基变量，因为在方程组中，它的系数列是一个单位列向量。故只需再对第 2 和第 3 这两个约束条件引入人工变量 x_6，x_7 即可得一个单位矩阵。

取初始可行基

$$\boldsymbol{B}_0 = (\boldsymbol{P}_4, \boldsymbol{P}_6, \boldsymbol{P}_7) = \boldsymbol{I}$$

则初始基可行解为

$$\overline{\boldsymbol{X}}^{(0)} = (0,0,0,11,0,3,1)^{\mathrm{T}}$$

初始目标函数值 $z'^{(0)} = -4M$。

作初始单纯形表，并进行迭代计算（见表 1.3.3）。

表　1.3.3

序号	$\boldsymbol{C}$			3	-1	-1	0	0	$-M$	$-M$
	$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{b}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
（Ⅰ）	0	x_4	11	1	-2	1	1	0	0	0
	$-M$	x_6	3	-4	1	2	0	-1	1	0
	$-M$	x_7	1	-2	0	1^*	0	0	0	1
	z'		$4M$	$3-6M$	$-1+M$	$-1+3M$	0	$-M$	0	0
（Ⅱ）	0	x_4	10	3	-2	0	1	0	0	-1
	$-M$	x_6	1	0	1^*	0	0	-1	1	-2
	-1	x_3	1	-2	0	1	0	0	0	1
	z'		$1+M$	1	$-1+M$	0	0	$-M$	0	$1-3M$
（Ⅲ）	0	x_4	12	3^*	0	0	1	-2	2	-5
	-1	x_2	1	0	1	0	0	-1	1	-2
	-1	x_3	1	-2	0	1	0	0	0	1
	z'		2	1	0	0	0	-1	$1-M$	$-1-M$
（Ⅳ）	3	x_1	4	1	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{5}{3}$
	-1	x_2	1	0	1	0	0	-1	1	-2
	-1	x_3	9	0	0	1	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{7}{3}$
	z'		-2	0	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}-M$	$\frac{2}{3}-M$

因为 $M>0$ 是一个充分大的数，故由表 1.3.3（Ⅰ）可知 $\sigma_1 = 3-6M<0$，$\sigma_2 = -1+M>0$，$\sigma_3 = -1+3M>0$，且 $\sigma_3 > \sigma_2$。故取 x_3 为进基变量。又因为

$$\theta = \min\left\{\frac{11}{1}, \frac{3}{2}, \frac{1}{1}\right\} = 1$$

故取 x_7 为出基变量，以 $a_{33}=1$ 为主元件旋转运算得表1.3.3(Ⅱ)，继续进行迭代，最后由表1.3.3(Ⅳ)可以看出，检验数已全部非正，故得大 M 问题的最优解

$$\overline{\boldsymbol{X}}^{*}=(4,1,9,0,0,0,0)^{\mathrm{T}}$$

及目标函数最优值 $z^{*}=2$。去掉其中人工变量，即得原问题的最优解

$$\boldsymbol{X}^{*}=(4,1,9,0,0)^{\mathrm{T}}$$

及目标函数最优值 $z^{*}=2$。

点 评

(1) 在 $b_i \geqslant 0$ 的条件下，如果原来的系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中已经有 l 个 $(0<l<m)$ 不同的单位列向量(包括松弛变量的系数形成的单位列向量)，则只需再引进 $m-l$ 个人工变量，使它们所在的列和原来的 l 个单位列向量合成一个单位矩阵就行了，这样就可以减少计算量。

(2) 在单纯形迭代中，某人工变量一旦离开基，它的任务就完成了，则可以把这一列删去，不再予以考虑，也不把它再换到基里去。当然，如果还需要通过最终表查到最优基的逆矩阵，则这些列不能删去，而应继续进行变换。

(3) 设原问题为(P)，采用大 M 法所构造的新问题为(P′)，则大 M 法的结果可能有两种：一是(P′)有最优解，设为 $(\boldsymbol{X}^{*},\boldsymbol{X}_M^{*})^{\mathrm{T}}$。若这时 $\boldsymbol{X}_M^{*}=\boldsymbol{0}$，则 $\boldsymbol{X}^{*}$ 就是原问题(P)的最优解；若 $\boldsymbol{X}_M^{*}\neq\boldsymbol{0}$，则原问题(P)无可行解。二是(P′)无界，这时若所有的人工变量都取零值，则原问题(P)也无界；若至少有一个人工变量取正值，则原问题(P)无可行解。

(4) 大 M 法的优点是程序实现比较简单，基本上就是原来的单纯形法，只需将目标函数稍加处理，就可按原单纯形法的步骤进行迭代。但值得注意的是，在计算时要给 M 赋以一个适当大的定值(特别是在计算机编程时)，但究竟应该取多大，事先很难预计，而且 M 过大容易引起计算误差，这也是大 M 法的缺点。

例 1.4 用两阶段法求解 $\max z=4x_1+3x_3$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2}x_1+x_2+\dfrac{1}{2}x_3-\dfrac{2}{3}x_4=2\\ \dfrac{3}{2}x_1-\dfrac{1}{2}x_3=3\\ 3x_1-6x_2+4x_4=0\\ x_j\geqslant 0,\quad j=1,2,3,4\end{cases}$$

解 引入人工变量 x_5,x_6,x_7，得辅助问题

$$\max g=-x_5-x_6-x_7$$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2}x_1+x_2+\dfrac{1}{2}x_3-\dfrac{2}{3}x_4+x_5=2\\ \dfrac{3}{2}x_1-\dfrac{1}{2}x_3+x_6=3\\ 3x_1-6x_2+4x_4+x_7=0\\ x_j\geqslant 0,\quad j=1,2,\cdots,7\end{cases}$$

现在，将两个阶段的工作放在一张单纯形表上，并进行迭代(见表1.3.4)。注意，在进行第一阶段工作时，应以 g 行为检验数行。

表　1.3.4

序号	C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
	C			0	0	0	0	-1	-1	-1
(Ⅰ)	-1	x_5	2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	1	0	0
	-1	x_6	3	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	1	0
	-1	x_7	0	3^*	-6	0	4	0	0	1
	g		5	5	-5	0	$\frac{10}{3}$	0	0	0
	z		0	4	0	3	0	0	0	0
(Ⅱ)	-1	x_5	2	0	2^*	$\frac{1}{2}$	$-\frac{4}{3}$	1	0	$-\frac{1}{6}$
	-1	x_6	3	0	3	$-\frac{1}{2}$	-2	0	1	$-\frac{1}{2}$
	0	x_1	0	1	-2	0	$\frac{4}{3}$	0	0	$\frac{1}{3}$
	g		5	0	5	0	$-\frac{10}{3}$	0	0	$-\frac{5}{3}$
	z		0	0	8	3	$-\frac{16}{3}$	0	0	$-\frac{4}{3}$
(Ⅲ)	0	x_2	1	0	1	$\frac{1}{4}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{12}$
	-1	x_6	0	0	0	$-\frac{5}{4}^*$	0	$-\frac{3}{2}$	1	$-\frac{1}{4}$
	0	x_1	2	1	0	$\frac{1}{2}$	0	1	0	$\frac{1}{6}$
	g		0	0	0	$-\frac{5}{4}$	0	$-\frac{5}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$
	z		-8	0	0	1	0	-4	0	$-\frac{2}{3}$

由表 1.3.4(Ⅲ) 可以看出，已经得到辅助问题的最优目标函数值 $g^*=0$，但是在基变量中还有人工变量 x_6(取值为零)。而在 x_6 所在的行中，有原变量 x_3(现在是非基变量) 的系数为 $-5/4(\neq 0)$，因此可以以它为主

元再进行一次旋转运算(这时可以不必考虑人工变量所在的列),得表 1.3.5。

表 1.3.5

C			0	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4
0	x_2	1	0	1	0	$-\frac{2}{3}$
0	x_3	0	0	0	1	0
0	x_1	2	1	0	0	0
g		0	0	0	0	0
z		-8	0	0	0	0

由表 1.3.5 可以看出,第 1 阶段结束。再以 z 行为检验数行(这里该行的数据已是经过变换后的数据,不必重新计算)进行判断,因检验数已全部非正,故得原问题的最优解 $\boldsymbol{X}^* = (2,1,0,0)^{\mathrm{T}}$,及目标函数最优值 $z^* = 8$。

例 1.5 某区间有两台机床甲和乙,可用于加工 3 种工件,假定这两台机床的可用台数分别为 700 和 800,3 种工件的数量分别为 300,500 和 400,且已知用不同机床加工单位数量的不同工件所需的台时数和加工费用(表 1.3.6),问怎样分配机床的加工任务,才能既满足加工工件的要求,又使总加工费用最低?

表 1.3.6

机床类型	单位工件所需加工台时			单位工件的加工费用 / 元			可用台时数
	工件 1	工件 2	工件 3	工件 1	工件 2	工件 3	
甲	0.4	11	1.0	13	9	10	700
乙	0.5	1.2	1.3	11	12	8	800

解 设在甲机床上加工工件 1,2 和 3 的数量分别为 x_1,x_2 和 x_3,在乙机床上加工工件 1,2 和 3 的数量分别为 x_4,x_5 和 x_6。可得该问题的数量模型如下:

$$\min z = 13x_1 + 9x_2 + 10x_3 + 11x_4 + 12x_5 + 8x_6$$

$$\begin{cases} x_1 + x_4 = 300 & \text{(对工件 1)} \\ x_2 + x_5 = 500 & \text{(对工件 2)} \\ x_3 + x_6 = 400 & \text{(对工件 3)} \\ 0.4x_1 + 1.1x_2 + x_3 \leqslant 700 & \text{(机床甲)} \\ 0.5x_4 + 1.2x_5 + 1.3x_6 \leqslant 800 & \text{(机床乙)} \\ x_j \geqslant 0, \quad j = 1,2,\cdots,6 \end{cases}$$

例 1.6 裁料问题。

在某建筑工程施工中须要制作 1 万套钢筋,每套钢筋由 2.9 m,2.1 m 和 1.5 m 3 种不同长度的钢筋各 1 根组成,它们的直径和材质相同。目前在市场上采购的同类钢筋的长度每根均为 7.4 m,问应购进多少根 7.4 m 长的钢筋才能满足工程的需要?

解 设以 $x_i (i = 1,2,\cdots,8)$ 表示按第 i 种裁料方案下料的原材料数量,则可得该问题的数学模型如下: