



小学数学奥赛

高级教程

国际奥赛金牌教练 +
国家奥赛命题研究专家
联袂编写

六年级
(修订版)

科学技术文献出版社

JINPAI AOSAI CONGSHU

- 小学数学奥赛高级教程 **三年级**
小学数学奥赛高级教程 **四年级**
小学数学奥赛高级教程 **五年级**
● 小学数学奥赛高级教程 **六年级**

ISBN 7-5023-4761-5



封面设计 张宇澜

ISBN 7-5023-4761-5/G · 1069 定价:15.00元

◎金牌奥赛

小学数学奥赛高级教程

六年级

(修订版)

总主编:耿立志 全国学科奥林匹克竞赛金牌教练
中科国际奥赛研究中心主任委员
国家级骨干教师、全国特级教师

总审定:王永胜 中小学奥林匹克竞赛研究专家
教育部国家新课程标准研究专家
教授、国家级评委、博士生导师

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北京

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥赛高级教程. 六年级/耿立志等主编. -2 版(修订版). -北京:科学技术文献出版社, 2006. 9

(金牌奥赛)

ISBN 7-5023-4761-5

I. 小… II. 耿… III. 数学课-小学-教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 093288 号

出 版 者 科学技术文献出版社
地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话 (010)58882909, (010)58882959(传真)
图书发行部电话 (010)68514009, (010)68514035(传真)
邮 购 部 电 话 (010)58882952
网 址 <http://www.stdph.com>
E-mail: stdph@istic.ac.cn
策 划 编 辑 科 文
责 任 编 辑 丁坤善
责 任 校 对 赵文珍
责 任 出 版 王杰馨
发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者 北京正豪彩色印刷有限责任公司
版 (印) 次 2006 年 9 月第 2 版第 1 次印刷
开 本 787×1092 16 开
字 数 253 千
印 张 12
印 数 1~8000 册
定 价 15.00 元

© 版权所有 违法必究

· 购买本社图书,凡字迹不清、缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责调换。

(京)新登字 130 号

《金牌奥赛》编委会

主 任	石丽杰	耿立志		
副 主 任	窦玉梅	张沈坤	高 伟	
委 员	陈正宜	刘晓静	林寿成	王雪莲
	李 冰	强翎凌	费 艳	路雨辰
	赵丽萍	赵 蕾	吴建军	梁震英
	杜燕平	卢志敏	王志娟	刘 昱
	冯文波	张亚玲	王力钢	赵新民

本册主编	耿立志	石丽杰		
副 主 编	林治强	李美兰	宋慧娴	
编 者	陈 燕	刘 平	田 蕊	李 军
	高志军	王建平	周淑娟	曲 卫
	陈受东	马宝萍	张震霞	郑 研

总 序

《金牌奥赛》是一套由国际奥赛金牌教练和全国竞赛命题研究专家主持编著的含小学、初中、高中三大系列的竞赛标准丛书；是一部将国家级教育科研项目《研究性学习与奥林匹克竞赛有效整合》的研究成果纳入丛书编著的经典力作；是12所奥赛名校、16位国际金牌教练、29位专家教授的智慧结晶。

丛书特点

标准性

丛书根据中、小学国家新课程标准和全国奥林匹克竞赛规程编著，是对最新考试命题精神的标准解读和深入诠释。

权威性

作者群体由来自北京、上海、湖南等地奥赛名校的国际金牌教练；参与奥赛命题与研究的知名教授、博士生导师；从事奥赛一线辅导的国家高级教练及特级教师组成。

实用性

丛书中每一道试题的编制和确定都经过多道关卡，即从作者编著、主编总纂到编辑审读、状元验题、专家审定，层层把关。因而达到了题题新颖、题题经典、题题实用。

《金牌奥赛》编委会

2006年6月于北京

目 录

小学数学奥赛高级教程六年级上册

一、分数的运算技巧·····	(3)
二、定义新运算·····	(8)
三、分数、百分数应用题(一)·····	(13)
四、分数、百分数应用题(二)·····	(19)
五、工程问题(一)·····	(25)
六、工程问题(二)·····	(30)
七、圆的周长和面积·····	(37)
八、利息和利润·····	(50)
九、浓度问题·····	(54)
十、时钟问题·····	(58)
六年级奥数(上)综合测试(一)·····	(62)
六年级奥数(上)综合测试(二)·····	(63)

小学数学奥赛高级教程六年级下册

一、比和比例(一)·····	(67)
二、比和比例(二)·····	(73)
三、圆柱、圆锥和球·····	(79)
四、包含与排除·····	(87)

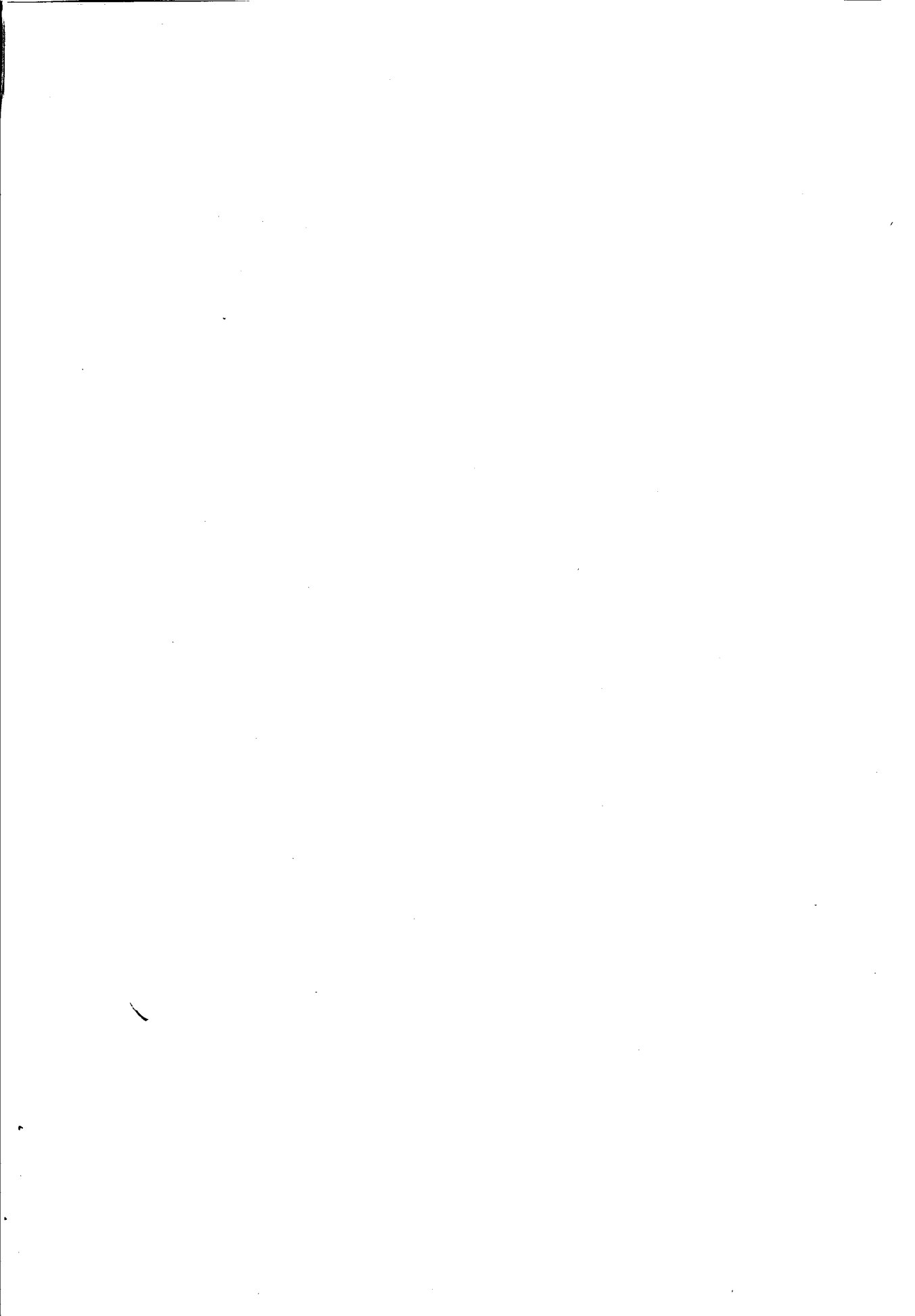


五、最大与最小·····	(94)
六、不定方程·····	(99)
七、排列与组合·····	(104)
八、统筹与优化·····	(112)
九、奇数与偶数·····	(120)
十、较复杂的行程问题·····	(126)
六年级奥数(下)综合测试(一)·····	(133)
六年级奥数(下)综合测试(二)·····	(135)
参考答案与提示·····	(137)

小学数学奥赛高级教程

六年级

上册



一、分数的运算技巧



核心知识

1. 运算定律及性质

(1) 加法交换律: $a + b = b + a$

(2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$

(3) 乘法交换律: $a \times b = b \times a$

(4) 乘法结合律: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

(5) 乘法分配律: $(a \pm b) \times c = a \times c \pm b \times c$

(6) 减法运算性质: $a - (b + c) = a - b - c$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

(7) 除法运算性质: $a \div (b \times c) = a \div b \div c$

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

$$a \div c \pm (b \div c) = (a \pm b) \div c$$

2. 约分的方法

这里所讲到的约分的方法是数学课本中的约分方法的拓展。即:将写成分数形式的算式中分子部分与分母部分同时除以它们的公有因数或公有因式,从而简化计算过程达到简算的目的。

3. 等差数列求和公式的方法

这里所讲到的方法是学生在五年级对等差数列求和公式已经有了初步的了解,唯一不同的是题目中的数是分数。而这种方法除了要应用等差数列的一些公式之外,往往要结合运算定律和性质一起实现简算的目的。

(1) 求和公式: $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n \div 2$

(2) 通项公式: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

(3) 首项公式: $a_1 = a_n - (n - 1) \cdot d$

(4) 项数公式: $n = (a_n - a_1) \div d + 1$

4. 裂项法

在计算分数的加、减法时,将其中一些分数适当拆开,使得拆开后的某些分数可以互



相抵消,以达到简算的目的。我们把这种方法称为拆项法或裂项法。

下面介绍裂项法的三个公式:当 n, d 都是任意自然数时,有

$$(1) \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$(2) \frac{d}{n(n+d)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}$$

$$(3) \frac{1}{n(n+d)} = \frac{1}{d} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d} \right)$$

$$(4) \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right]$$



例题解析

例 1 (04·福州初赛) 计算 $3\frac{4}{5} \times 1234 + 6666 \div \frac{5}{31} + 534.2 \times 38$

分析: 通过观察可以发现,将 534.2×38 转化成 5432×3.8 后可以与 $3\frac{4}{5} \times 1234$ 运用乘法分配律简算; $6666 \div \frac{5}{31}$ 可以转化成 $6666 \times \frac{31}{5}$ 来计算。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= 3.8 \times (1234 + 5432) + 6666 \times \frac{31}{5} \\ &= 3.8 \times 6666 + 6666 \times 6.2 \\ &= (3.8 + 6.2) \times 6666 \\ &= 66660 \end{aligned}$$

例 2 计算 $\left(11 - \frac{11}{36}\right) + \left(9 + \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \left(5 - \frac{11}{36} \times 9\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36} \times 11\right)$

分析: 先分类,分别计算出所有被减数的和,所有减数的和,最后相减。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= (11+9+7+5+3+1) - \frac{11}{36} \times (1+3+5+7+9+11) \\ &= (11+1) \times 6 \div 2 \times \left(1 - \frac{11}{36}\right) \\ &= 25 \end{aligned}$$

例 3 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$

分析: 此题如果直接通分计算,数目大,计算烦琐。可以将数分开,而此题目的分数的特点正好与公式 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ 相符,每一个分数的分母是两个相邻自然数的乘积,分子是 1,所以把分数拆开相互抵消以达到简算的目的。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \\ &= 1 - \frac{1}{7} \end{aligned}$$



$$= \frac{6}{7}$$

例4 计算 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143}$

分析: $\frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{3}$; $\frac{1}{15} = \frac{2}{3} - \frac{3}{5}$; $\frac{1}{35} = \frac{3}{5} - \frac{4}{7}$; $\frac{1}{63} = \frac{4}{7} - \frac{5}{9}$; $\frac{1}{99} = \frac{5}{9} - \frac{6}{11}$; $\frac{1}{143} = \frac{6}{11} -$

$\frac{7}{13}$ 。根据这个规律进行巧算。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= \left(1 - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{4}{7} - \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{5}{9} - \frac{6}{11}\right) + \left(\frac{6}{11} - \frac{7}{13}\right) \\ &= 1 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{3}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{7} - \frac{5}{9} + \frac{5}{9} - \frac{6}{11} + \frac{6}{11} - \frac{7}{13} \\ &= 1 - \frac{7}{13} = \frac{6}{13} \end{aligned}$$

例5 计算 $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6} + 3\frac{1}{12} + 4\frac{1}{20} + \dots + 20\frac{1}{420}$

分析:若将算式中的每个带分数拆成整数加真分数的形式,这样20个带分数的和,可以看成自然数1,2,3……20与分数数列 $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, \dots, \frac{1}{20 \times 21}$ 相加的结果。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= (1+2+3+4+\dots+19+20) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{420}\right) \\ &= (1+20) \times 20 \div 2 + \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{20} - \frac{1}{20}\right) \\ &= 210 + \left(1 - \frac{1}{21}\right) \\ &= 210\frac{20}{21} \end{aligned}$$

例6 计算 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99}$

分析:此题利用公式: $\frac{1}{n(n+d)} = \frac{1}{d} \times \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}\right)$ 进行简算。

$$\begin{aligned} \text{解:原式} &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2} \times \\ &\quad \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{11}\right) \\ &= \frac{5}{11} \end{aligned}$$

例7 计算 $\frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5 \times 6}$

分析:此题是公式 $\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right]$ 的扩展,方法相似。

$$\text{解:原式} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{1 \times 2 \times 3} - \frac{1}{2 \times 3 \times 4}\right) + \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 5}\right) + \frac{1}{3} \times$$



$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3 \times 4 \times 5} - \frac{1}{4 \times 5 \times 6} \right) \\ &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{120} \right) \\ &= \frac{19}{360} \end{aligned}$$

例 8 计算: $\frac{1}{4} \times (4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3 \frac{3}{5})$

分析: 解题的关键是将 $4.85 \div \frac{5}{18}$ 改写成 $4.85 \times \frac{18}{5}$, 再运用乘法分配率进行简便运算即可得出正确答案。

题中的 $4.85 \div \frac{5}{18}$ 就是 $4.85 \times \frac{18}{5}$, 即 $4.85 \times 3 \frac{3}{5}$ 。

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{4} \times \left(4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3 \frac{3}{5} \right) \\ &= \frac{1}{4} \times \left(4.85 \times 3 \frac{3}{5} - 3 \frac{3}{5} + 6.15 \times 3 \frac{3}{5} \right) \\ &= \frac{1}{4} \times \left[(4.85 - 1 + 6.15) \times 3 \frac{3}{5} \right] \\ &= \frac{1}{4} \times 36 \\ &= 9 \end{aligned}$$

⑥



自主探究

简算下面各题:

1. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$

2. $1 \frac{4}{17} \times \left(2 \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \right) + 17 \frac{11}{12} \div \frac{17}{21}$

3. $\frac{1}{55} + \frac{2}{55} + \frac{3}{55} + \dots + \frac{9}{55} + \frac{10}{55} - \frac{11}{155} - \frac{12}{155} - \frac{13}{155} - \dots - \frac{19}{155} - \frac{20}{155}$

4. $1999 \frac{1}{1997} \times \frac{1997}{1998}$

5. $31 \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 41 \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + 51 \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} + 61 \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + 71 \frac{1}{6} \times \frac{6}{7}$

6. $1 \frac{1}{1 \times 2} + 2 \frac{1}{2 \times 3} + 3 \frac{1}{3 \times 4} + 4 \frac{1}{4 \times 5} + \dots + 49 \frac{1}{49 \times 50}$



达标导练

简算下面各题:

1. $2222 \frac{29}{100} - 3333 \times 0.04 + 6666 \times 0.09$



2. $(0.875 \times \frac{2}{13} + 1 \div 6.5 \div 8) \times 1 \frac{6}{7}$
3. $\frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 6 + 4 \times 8 + 5 \times 10 + 6 \times 12 + 7 \times 14}{2 \times 3 + 4 \times 6 + 6 \times 9 + 8 \times 12 + 10 \times 15 + 12 \times 18 + 14 \times 21}$
4. $(2-1 \div 2) \times (2-2 \div 3) \times (2-3 \div 4) \times \cdots \times (2-1997 \div 1998)$
5. $(10 - \frac{4}{55} \times 1) + (9 - \frac{4}{55} \times 2) + (8 - \frac{4}{55} \times 3) + \cdots + (2 - \frac{4}{55} \times 9) + (1 - \frac{4}{55} \times 10)$
6. $\frac{1998}{1998 \times 1999} + \frac{1998}{1999 \times 2000} + \frac{1998}{2000 \times 2001} + \cdots + \frac{1998}{2049 \times 2050}$
7. $\frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{5 \times 6 \times 7} + \cdots + \frac{1}{98 \times 99 \times 100} + \frac{23}{24}$
8. $\frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{17 \times 18 \times 19 \times 20}$



优化创新

简算下面各题:

1. $1001 \times 5 \frac{3}{13} + 198 \div 198 \frac{198}{199} + 1 \frac{1}{200}$
2. $\frac{1}{2 \times 7} + \frac{1}{7 \times 12} + \frac{1}{12 \times 17} + \cdots + \frac{1}{97 \times 102}$
3. $1 \frac{145}{273} \times 2 \frac{173}{245} \div 21 \frac{13}{35}$
4. $103 + 1949 \times (\frac{1}{43} - \frac{1}{1992}) + 43 \times (\frac{1}{1949} - \frac{1}{1992}) - 1992 \times (\frac{1}{1949} + \frac{1}{43})$
5. $36 \frac{19}{23} + 63 \frac{4}{23} \times 0.125 + \frac{1}{2} \times 63 \frac{4}{23} + 63 \frac{4}{23} \times \frac{3}{8}$
6. $(1 + \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times \cdots \times (1 + \frac{1}{9}) \times (1 - \frac{1}{9})$
7. $\frac{3}{1 \times 5} + \frac{3}{5 \times 9} + \frac{3}{9 \times 13} + \cdots + \frac{3}{1997 \times 2001}$
8. $1 - (\frac{101010}{202020})^2 \times (\frac{202020}{303030})^2 \times (\frac{333033}{555055})^2 \times (\frac{555555}{777777})^2$

二、定义新运算



核心知识

1. 定义新运算:是在题目里特意规定一种有别于我们常用的新的运算法则,要求按照新定义的运算法则进行计算推理或证明。
2. 常用的新运算的运算符号: \ast 、 Σ 、 \oplus 、 ∇ 、 \otimes 、 \ast ……
3. 解题关键:要抓住定义的本质,联系新运算与我们以前学过的四则运算,将新运算转化为我们熟知的四则运算,再进行四则运算就能求出新运算的运算结果。



例题解析

例1 “ \ast ”表示一种运算符号,规定 $A\ast B=A\times B-(A+B)$

- (1)求 $3\ast 8, 8\ast 3$;
- (2)求 $12\ast(3\ast 4), (12\ast 3)\ast 4$;
- (3)这个运算“ \ast ”有交换律,结合律吗?
- (4)如果 $3\ast(5\ast X)=3$,求 X 。

分析:解定义新运算这类题的关键是抓住定义的本质。本题规定的运算的本质是:用运算符号前后两个数的积减去它们的和,定义新运算有括号的,要先算括号里面的。

解:(1) $3\ast 8=3\times 8-(3+8)=24-11=13$,

$$8\ast 3=8\times 3-(8+3)=24-11=13。$$

$$(2) 12\ast(3\ast 4)=12\ast[3\times 4-(3+4)]=12\ast 5=12\times 5-(12+5)=43$$

$$(12\ast 3)\ast 4=[12\times 3-(12+3)]\ast 4=12\ast 4=21\times 4-(21+4)=59$$

$$(3) 由于 A\ast B=A\times B-(A+B);$$

$$B\ast A=B\times A-(B+A)=A\times B-(A+B) \text{ (普通加法、乘法交换律)}$$

所以有 $A\ast B=B\ast A$,因此,本题中“ \ast ”有交换律。

由(2)的例子可知,运算“ \ast ”没有结合律。

$$\begin{aligned} (4) \quad & 3\ast(5\ast X) \\ & =3\ast[5X-(5+X)] \\ & =3\ast(4X-5) \end{aligned}$$



$$= 3(4X - 5) - (3 + 4X - 5)$$

$$= 8X - 13$$

则 $8X - 13 = 3$ $X = 2$

例 2 (03·荆州初赛)规定 $X \triangle Y = \frac{AX + Y}{XY}$ (其中 A 是一个常数), 并且 $5 \triangle 6 = 6 \triangle 5$, 求 $(3 \triangle 7) \div (6 \triangle 9)$ 的值。

分析: 本题先要根据 $5 \triangle 6 = 6 \triangle 5$ 在规定的运算法则中求出 A 的值, 再将 A 的值代入运算中, 求出 $(3 \triangle 7) \div (6 \triangle 9)$ 的值。

解: 根据 $5 \triangle 6 = 6 \triangle 5$ 可解

$$\frac{5A + 6}{5 \times 6} = \frac{6A + 5}{6 \times 5}$$

解得: $A = 1$

$$(3 \triangle 7) \div (6 \triangle 9)$$

$$= \frac{1 \times 3 + 7}{3 \times 7} \div \frac{1 \times 6 + 9}{6 \times 9}$$

$$= \frac{10}{21} \div \frac{15}{54}$$

$$= 1 \frac{5}{7}$$

例 3 设 $a \ast b$ 表示 a 的 4 倍减去 b 的 3 倍, 即 $a \ast b = 4a - 3b$ 。

(1) 计算: $(1 \frac{1}{4} \ast \frac{8}{9}) \ast \frac{6}{7}$;

(2) 已知 $X \ast (5 \ast 2) = 46$, 求 X。

解: 根据解定义新运算题的规则, 结合题意可知:

$$(1) 1 \frac{1}{4} \ast \frac{8}{9} = 4 \times 1 \frac{1}{4} - 3 \times \frac{8}{9}$$

$$= 5 - 2 \frac{2}{3}$$

$$= 2 \frac{1}{3}$$

$$2 \frac{1}{3} \ast \frac{6}{7} = 4 \times 2 \frac{1}{3} - 3 \times \frac{6}{7}$$

$$= 9 \frac{1}{3} - 2 \frac{4}{7}$$

$$= 6 \frac{16}{21}$$

$$(1 \frac{1}{4} \ast \frac{8}{9}) \ast \frac{6}{7} = 6 \frac{16}{21}$$

$$(2) 5 \ast 2 = 4 \times 5 - 3 \times 2$$

$$= 20 - 6$$

$$= 14$$

$$X \ast 14 = 4X - 3 \times 14 = 46$$