高中课标教材同步导学丛书

福建名校系列

名校学案

人教A版教师用书

数学·必修1

主　　编：郑　勇
执行主编：林　风

共享名校资源，齐赛高考凯歌

《名校学案》编委会　编

福建教育出版社

福建名校系列

人教A版
教师用书

高中课标教材同步导学丛书

名校学案

《名校学案》编委会　编

主　编：郑　勇　执行主编：林　风

数学·必修1

福建教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

高中课标教材同步导学丛书．数学（必修1·人教A版·教师用书）/《名校学案》编委会编．—福州：福建教育出版社，2006.6
（名校学案）
ISBN 7—5334—4465—5

Ⅰ．高…　Ⅱ．名…　Ⅲ．数学课—高中—教学参考资料　Ⅳ．G633

中国版本图书馆CIP数据核字（2006）第053184号

责任编辑：叶在贵
封面设计：季凯闻

福建名校系列
高中课标教材同步导学丛书
名校学案·数学（必修1·人教A版·教师用书）
《名校学案》编委会　编
主　　编：郑　勇
执行主编：林　风

出　版	福建教育出版社 （福州梦山路27号　邮编：350001　电话：0591—83726971 83725592　传真：83726980　网址：www.fep.com.cn）
经　销	福建闽教图书有限公司
印　刷	人民日报社福州印务中心 （福州鼓屏路33号　邮编：350001）
开　本	889毫米×1194毫米　1/16
印　张	5.25
字　数	185千
版　次	2006年8月第1版 2006年8月第1次印刷
书　号	ISBN 7—5334—4465—5/G·3404
定　价	7.30元

本册执行主编简介

林文兴： 中学高级教师，教育硕士，省化学教学研究会理事。从事高中化学教学近20年。曾获首届全国青年教师优秀录像课评比省一等奖、全国二等奖，执教的高中新课程教学研讨课由中央广播电视大学录制并在中国教育电视台播出。长期以来潜心教育科研，参与一项中国教育学会“十一五”重点课题研究，主持或参与了三项省级课题的研究。有近十篇论文在《中学化学》、《中学化学教学参考》、《福建教育》等刊物上发表。

王云生： 化学特级教师，福建师大化学材料学院硕士生导师，福建省化学教学研究会理事长。教育部基础教育司基础教育课程改革初高中化学课程标准研制组核心成员，参加上教社初中化学课程标准实验教科书编写，任苏教社版高中化学课程标准实验教科书副主编。编写并出版有《新课程化学教与学》、《高中新课程教与学（化学）》、《化学实验与思考》等十余种论著，撰写并发表了30余篇论文，教学思想总结《让学生生动的学习健康的发展》收入《中国著名特级教师教学思想录（化学卷）》。

泉州第一中学

敦 品 力 学

校长：赖东升

泉州第五中学

严谨 勤奋 求实 进取

校长：洪玉强

龙岩第一中学

弘毅守志，任重道远

校长：林彦

南平第一中学

诚 毅 勤 实

校长：吴水清

三明第二中学

团结 严谨 求实 创新

校长：邓伟

出版说明

名校就是品牌，名校就是旗帜，名校富有成功的教学策略和优良的训练方法。《名校学案——高中课标教材同步导学》丛书就是名校名师优秀的教学策略和训练方法的总结、汇集。

在高中新课程教学实施中，考试内容和模式将逐渐发生变化，新的学习策略正在生成。新陈代谢之际，各大名校的教学优势、学习策略将成为学好新课程的有力手段。应广大一线师生的需求来编写这套教辅读物，就是为了使这种学习策略能够成为众多学生容易共享的资源。

该丛书既是一批名校名师认真钻研思考课标教材的心得，又是他们多年的教学、质检、命题的经验总结，权威度高。丛书充分贯彻高中新课程理念，以培养学生能力为导向，既着力于基础知识和基本技能的全面掌握，也注重学生分析问题和解决问题能力的培养。从栏目的设置到内容的编写，力求做到简明、实用、返璞归真，突出高中新课程所要求的基础性、时代性、开放性、应用性、探索性等特点。

丛书以章或单元、节、课为单位编写；结构上分为“认知·探索”（含问题导思、知识拓展和例题演示）、“演练·评估”（注重全面复习基础知识、训练基本技能，其中注★号题供学有余力的学生练习）、“单元梳理”、“知识链接”、“单元评估”、“模块评估”以及详细的“参考答案”。

本书由林风、黄炳锋执笔编写，由林风负责统稿。

广东、海南等课改先行地区一线教师为该丛书的编写提出了宝贵意见。我们将继续密切跟踪教改动态，了解高考新情况，对丛书加以修改完善，同时欢迎读者及时指出书中的疏误，便于我们改正，为广大师生提供更优质的服务。

福建教育出版社

2006年6月

《福建名校系列》丛书编委名单

目录

名校学案/高中课标教材同步导学丛书/人教A版 数学必修1

学习笔记

·第一章 集合与函数概念·

1.1 集合

1.1.1 集合的含义与表示

认知·探索

问题导思

(1) 你能举出一些集合的例子吗？元素与集合的关系应当如何描述？

(2) 你知道常用数集的记号吗？

(3) 选择集合的表示法时应注意些什么？

例题演示

例1 求数集$\{1, x, x^2-x\}$中的元素x应满足的条件.

分析 集合中的元素是不重复出现的，这一性质被称为集合元素的互异性，可见1、x、x^2-x三个数互不相等.

解 由互异性知，

$$\begin{cases} x\neq 1, \\ x^2-x\neq 1 \\ x^2-x\neq x; \end{cases}$$，得$x\neq 0, 1, 2, \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$.

评析 集合元素的互异性是集合中元素的重要性质，常作为命题的依据，考虑集合中的元素关系，常从互异性入手.

例2 设集合$A=\{a|a=n^2+1, n\in\mathbf{N}\}$，集合$B=\{b|b=k^2-4k+5, k\in\mathbf{N}\}$，若$a\in A$，判断$a$与集合$B$的关系.

分析 判断元素a与集合B的关系，即判断"属于"或"不属于"关系，$a\in A$，则a可以写成"$n^2+1, n\in\mathbf{N}$"的形式；判断a是否属于B，则看a能否写成"$k^2-4k+5, k\in\mathbf{N}$"的形式.

解 $\because a\in A$，$\therefore$存在$n\in\mathbf{N}$，使得

$a=n^2+1=(n^2+4n+4)-4(n+2)+5$

$=(n+2)^2-4(n+2)+5$.

又$n\in\mathbf{N}$，$\therefore n+2\in\mathbf{N}$，$\therefore a\in B$.

评析 本题的关键是将"n^2+1"变形成"$(n^2+4n+4)-4(n+2)+5$"的形式，这是等式的恒等变形，需要关注目标，实现转化.

例3 已知集合$A=\{x|ax^2+2x+1=0, a\in\mathbf{R}, x\in\mathbf{R}\}$.

(1) 若A中只有一个元素，求a的值，并求出这个集合；

(2) 若A中至多只有一个元素，求a的取值范围.

分析 方程$ax^2+2x+1=0$是二次方程吗？考虑元素个数就是方程的根的个数.

解 (1) $a=0$时，$2x+1=0$，

得$x=-\frac{1}{2}$，集合$A=\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

$a\neq 0$时，令$\Delta=4-4a=0$，得$a=1$，集合$A=\{-1\}$；

(2) $a=0$时，$2x+1=0$，得$x=-\frac{1}{2}$.

$a\neq 0$时，$\Delta=4-4a\leqslant 0$，得$a\geqslant 1$.

$\therefore a$的取值范围是$a\geqslant 1$或$a=0$.

评析 集合A是含参数a的关于x的方程的解集，考虑元素个数问题，需要分该方程为二次与一次两种类型进行讨论.

归纳小结

1. 明确集合中元素的确定性、互异性和无序性，其中确定性是判断一些元素能否构成集合的依据，互异性在解题中容易被忽略，应注意这些性质在解题中的应用；

2. 集合与元素是从属关系，有且只有两个关系：属于($\in$)与不属于($\notin$)；

3. 集合按元素个数划分，可分为有限集、无限集和空集；常用的数集及表示：自然数集$\mathbf{N}$，整数集$\mathbf{Z}$，有理数集$\mathbf{Q}$，实数集$\mathbf{R}$；

4. 集合的表示方法一般有列举法和描述法，一般情况下，无限集不宜用列举法表示；用描述法表示集合，要特别注意这个集合中的元素是什么，它符合什么条件，从而准确理解集合的意义，重点是数学语言与集合语言的相互转化.

演练·评估 1.1.1

1. 下列对象中，不能组成集合的是（ C ）.

A. 高一(2)班未满15周岁的所有学生

B. 所有正三角形

C. 2006年初中数学学业考试卷中的所有难题

D. 所有无理数

学习笔记

2. 下列关于集合的表达，正确的选项是（ D ）.

A. $\mathbf{Z}$=全体整数　　B. $\mathbf{R}$={实数集}

C. {(1, 2)}={1, 2}　　D. {1, 2}={2, 1}

3. 下列表达正确的是（ A ）.

A. $\pi\in\mathbf{R}$　　B. $0=\{0\}$

C. $\frac{1}{2}\notin\mathbf{Q}$　　D. $\sqrt{2}\in\mathbf{Q}$

4. 已知集合 $P=\{x, y, z\}$ 中的三个元素是△ABC 的三边的边长，则△ABC 一定不是（ A ）.

A. 等边三角形　　B. 锐角三角形

C. 直角三角形　　D. 钝角三角形

解 由集合中元素的互异性可知 x、y、z 互不相等，故选 A.

5. 用列举法表示集合 $\{x\in\mathbf{N}\mid -1<x<4.5\}$ 为<u>{0, 1, 2, 3, 4}</u>.

解 {0, 1, 2, 3, 4}.

6. 已知 $M=\{x\mid x>8\}$，$a=4\sqrt{5}$，则 a 与 M 的关系是<u>$a\in M$</u>.

解 $a\in M$.

7. 写出方程 $x^2+2x-1=0$ 的解集，并化简.

解 $A=\{x\mid x^2+2x-1=0\}=\{-1+\sqrt{2}, -1-\sqrt{2}\}$.

8. 写出不等式 $2x^2+3x-1>2(x+1)(x-1)$ 的解集，并化简.

解 $A=\{x\mid 2x^2+3x-1>2(x+1)(x-1)\}=\{x\mid x>\frac{1}{3}\}$.

9. 设集合 $A=\{(x, y)\mid x+y=6, x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}\}$，试用列举法表示集合 A.

解 $A=\{(0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (6, 0)\}$.

10. 集合 $A=\{x\mid x=\frac{m}{n}, m\in\mathbf{Z}, |m|<3, n\in\mathbf{N}_+, n\leqslant3\}$，试用列举法表示集合 A.

解 $A=\left\{-2, -1, 0, 1, 2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right\}$.

★11. 问集合 A 与 B 相等吗？集合 A 与 C 相等吗？其中：

$A=\{y\mid y=x^2+1, x\in\mathbf{R}\}$

$B=\{x\mid x=t^2+1, t\in\mathbf{R}\}$

$C=\{(x, y)\mid y=x^2+1, x\in\mathbf{R}\}$

解 $A=B$，A 与 C 是两个不同的集合.

★12. 已知集合 S 中的元素都是正整数，且满足"如果 $x\in S$，则 $8-x\in S$"，回答下列问题：

(1) 试写出只有一个元素的集合 S；

(2) 试写出元素个数为 2 的全部集合 S；

(3) 满足上述条件的集合 S 总共有多少个？

解 ∵x，$8-x$ 都是正整数，∴$1\leqslant x\leqslant7$，

∴组成 S 的元素仅限于正整数 1，2，…，7.

(1) ∵S 中只有一个元素，∴$x=8-x$，即 $x=4$，$S=\{4\}$；

(2) $S=\{1, 7\}$ 或 $\{2, 6\}$ 或 $\{3, 5\}$；

(3) 3 个元素的集合有 {1, 4, 7}，{2, 4, 6}，{3, 4, 5}；

4 个元素的集合有 {1, 2, 6, 7}，{1, 3, 5, 7}，{2, 3, 5, 6}；

5 个元素的集合有 {1, 2, 4, 6, 7}，{1, 3, 4, 5, 7}，{2, 3, 4, 5, 6}；

6 个元素的集合有 {1, 2, 3, 5, 6, 7}；

7 个元素的集合有 {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}；

∴满足已知条件的集合 S 共有 15 个.

★13. 已知 S 是两个整数平方和的集合，即 $S=\{a\mid a=m^2+n^2, m\in\mathbf{Z}, n\in\mathbf{Z}\}$，若 $x\in S$，$y\in S$，求证：$xy\in S$.

证明 ∵$x\in S$，$y\in S$，∴存在整数 m_1，n_1，m_2，n_2，使 $x=m_1^2+n_1^2$，$y=m_2^2+n_2^2$，于是

$$\begin{aligned}xy&=(m_1^2+n_1^2)(m_2^2+n_2^2)\\&=m_1^2m_2^2+m_1^2n_2^2+n_1^2m_2^2+n_1^2n_2^2\\&=(m_1^2m_2^2+2m_1m_2n_1n_2+n_1^2n_2^2)+(m_1^2n_2^2+n_1^2m_2^2-2m_1m_2n_1n_2)\\&=(m_1m_2+n_1n_2)^2+(m_1n_2-n_1m_2)^2\in S.\end{aligned}$$

●教学参考

1. 由实数 x，$-x$，$|x|$，$\sqrt{x^2}$，$-\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合，最多含有____个元素.

分析 主要考查集合元素的互异性，先将 $\sqrt{x^2}$，$-\sqrt[3]{x^3}$ 化简，应注意问题中的"最多"两个字.

解 ∵$\sqrt{x^2}=|x|$，$-\sqrt[3]{x^3}=-x$ 与 $|x|$，$-x$ 是重复的元素，

∴由实数 x，$-x$，$|x|$，$\sqrt{x^2}$，$-\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合，最多含有 3 个元素，应填 3.

评析 常用集合中的元素互不相同的性质，判断集合元素的关系.

2. 用列举法表示集合 $B=\{m\in\mathbf{Z}\mid \frac{6}{3-m}\in\mathbf{N}_+\}$.

分析 就是求能使 $\frac{6}{3-m}$ 为正整数的整数 m 的值，因为 6 的正约数有 1、2、3、6，令 $3-m=1$、2、3、6，即可求解.

解 $B=\{-3, 0, 1, 2\}$.

评析 正确解读用解析法表示的集合，明确属性元素写在前面，符合的条件写在后面是解题的关键.

3. 用列举法表示集合 $A=\{x\in\mathbf{Q}\mid (x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)(x^2-2)(x^2+1)=0\}$.

分析 就是求能使$(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)(x^2-2)(x^2+1)=0$的有理数$x$的值，用集合表示.

解 由$(x+1)\left(x-\frac{2}{3}\right)(x^2-2)(x^2+1)=0$，得$x=-1$，或$x=\frac{2}{3}$，或$x=\pm\sqrt{2}$. 但$x=\pm\sqrt{2}\notin\mathbf{Q}$，所以$A=\left\{-1,\ \frac{2}{3}\right\}$.

评析 应注意Q表示有理数集，用特定字母表示集合，是符号化的体现，需要记忆：N、Z、Q、R分别表示自然数集、整数集、有理数集和实数集.

1.1.2 集合间的基本关系

认知·探索

问题导思

(1) 子集是描述两个集合之间的关系. 如何理解集合A是集合B的子集？

(2) 你知道符号“$\in$”与“$\subseteq$”用法的区别吗？

(3) 子集有哪些性质？

例题演示

例1 下列判断正确的是________.

(1) $\{a\}\subseteq\{a\}$；

(2) $0\in\{0\}$；

(3) $\varnothing\supsetneqq\{a\}$；

(4) $\{a, b, c\}=\{b, c, a\}$.

分析 考查符号表示的含义及元素与集合、集合与集合的关系.

解 (1) 任何集合是它本身的子集，(2)元素与集合的关系，(3) 方向颠倒，(4) 集合相等的判断，正确的是(1)(2)(4).

评析 判断元素与集合、集合与集合的关系都从集合中的元素入手，注意连接符号的用法与空集的含义.

例2 集合$P=\{x\mid x^2+x-6=0\}$，$Q=\{x\mid mx-1=0\}$，且$Q\subseteq P$，求实数m的取值集合.

分析 $Q\subseteq P$表示集合Q是P的子集，两个集合都是方程的解集，可以先求出集合P，因为集合Q中的方程含有参数，要对Q进行分类讨论.

解 $P=\{-3, 2\}$

(1) 若$m=0$，则$Q=\varnothing$，满足$Q\subseteq P$；

(2) 若$m\neq0$，则$Q=\left\{\frac{1}{m}\right\}$，$\therefore\frac{1}{m}=-3$，或$\frac{1}{m}=2$，即$m=-\frac{1}{3}$，或$m=\frac{1}{2}$；

综上实数m的取值集合是$\left\{0,\ -\frac{1}{3},\ \frac{1}{2}\right\}$.

评析 $\varnothing$（空集）是解决子集问题的关键，$Q=\varnothing$是容易忽略的解题陷阱.

例3 若集合$A=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant4\}$和$B=\{x\mid 2m-1\leqslant x\leqslant m+1\}$，当$B\subseteq A$时，求实数$m$的取值范围.

分析 集合A和B都是不等式的解集，判断$B\subseteq A$满足的条件，关键在不等式的端点，同时要注意解集为空集的情况.

解 分$B=\varnothing$与$B\neq\varnothing$两种情况讨论：

$$\because B\subseteq A,\ \therefore 2m-1>m+1\ 或\begin{cases}2m-1\leqslant m+1\\-3\leqslant 2m-1\\m+1\leqslant4\end{cases}$$

解得$m>2$或$-1\leqslant m\leqslant2$，综上所述$m\geqslant-1$.

评析 需要用分类讨论的方法解题，是因为不等式组的解集B可能为空集，应引起重视，$2m-1$可以取到-3，$m+1$可以取到4也应引起重视.

归纳小结

1. 子集是描述两个集合关系的，集合A是集合B的子集应理解为：集合A中的任何一个元素都是集合B的元素；它主要包含：无论集合A是否有元素，也无论集合A是有限集还是无限集，只要是A中的元素，一定是B的元素；

2. 表示法$A\subseteq B$中，有两层涵义，一是$A=B$，二是$A\subsetneqq B$；

3. 注意符号“$\in$”与“$\subseteq$”用法的区别，其中“$\in$”用于元素与集合的关系，“$\subseteq$”用于集合与集合之间的关系；

4. 设集合A中有n个元素，则A的子集个数为2^n.

演练·评估 1.1.2

1. 下列关系判断正确的是（ A ）.
   A. $\varnothing\subsetneqq\{0\}$　　B. $\varnothing=\{0\}$
   C. $\varnothing\in\{0\}$　　D. $\varnothing\notin\{0\}$
2. 设集合$A=\{x\mid x\leqslant\sqrt{13}\}$，$a=2\sqrt{3}$，则（ B ）.
   A. $a\subseteq A$　　B. $a\in A$
   C. $a\notin A$　　D. $\{a\}\in A$
3. 已知集合$M\subseteq\{4, 7, 8\}$，且M中至多有一个偶数，则这样的M共有（ D ）.
   A. 3个　　B. 4个
   C. 5个　　D. 6个

课堂笔记

解 满足条件至多有一个偶数的集合 M 可以分为三类：第一类是空集，第二类是不含偶数，第三类是只含有一个偶数，这样的集合 M 可以是：$\varnothing$，$\{7\}$，$\{4\}$，$\{8\}$，$\{4,7\}$，$\{7,8\}$，应选 D.

4. 若集合 $M=\{(x,y)\mid x+y<0,\ xy>0\}$ 和 $N=\{(x,y)\mid x<0$ 且 $y<0\}$，则（ C ）.

A. $M\subsetneqq N$　　B. $M\supsetneqq N$

C. $M=N$　　D. $M\in N$

5. 当 $\{a,0,-1\}=\left\{c,\frac{1}{b},1\right\}$ 时，$a+b+c$ 的值为 ___0___.

解 0，其中 $a=1$，$b=-1$，$c=0$.

6. 已知 $\{1,2\}\subseteq A\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$，则满足条件的集合 A 的个数为 ___7___.

解 7，集合 A 可以为 $\{1,2\}$，$\{1,2,3\}$，$\{1,2,4\}$，$\{1,2,5\}$，$\{1,2,3,4\}$，$\{1,2,3,5\}$，$\{1,2,4,5\}$.

7. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-5x+6<0\}$，$B=\left\{x\mid x<\frac{a}{2}\right\}$，若 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

解 $\because A=\{x\mid 2<x<3\}$，$B=\left\{x\mid x<\frac{a}{2}\right\}$，$A\subseteq B$，

$\therefore \frac{a}{2}\geqslant 3$，即 $a\geqslant 6$.

8. 设集合 $A=\{x,x^2,xy\}$，$B=\{1,x,y\}$，且 $A=B$，求实数 x、y 的值.

解 $\because A=B$，$\therefore \begin{cases}x^2=1\\xy=y\end{cases}$ ①，或 $\begin{cases}x^2=y\\xy=1\end{cases}$ ②

由①得 $\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$，或 $\begin{cases}x=1\\y\in\mathbf{R}\end{cases}$（不合，舍去）；

由②得 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$（不合，舍去）；

综上所述 $\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$.

9. 设 $A=\{x\mid x^2-8x+15=0\}$，$B=\{x\mid ax-1=0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 a 组成的集合 C，并写出 C 的所有非空子集.

解 由于 $A=\{3,5\}$，$B\subsetneqq A$

(1) 若 $B=\varnothing$，则 $a=0$；

(2) 若 $B\neq\varnothing$，则 $a\neq 0$，此时 $\frac{1}{a}=3$ 或 $\frac{1}{a}=5$，即 $a=\frac{1}{3}$ 或 $a=\frac{1}{5}$；

综上所述 $C=\left\{0,\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right\}$，$C$ 的所有非空子集为：$\{0\}$，$\left\{\frac{1}{5}\right\}$，$\left\{\frac{1}{3}\right\}$，$\left\{0,\frac{1}{5}\right\}$，$\left\{0,\frac{1}{3}\right\}$，$\left\{\frac{1}{5},\frac{1}{3}\right\}$.

10. a、$x\in\mathbf{R}$，$A=\{2,4,x^2-5x+9\}$，$B=\{3,x^2+ax+a\}$，$C=\{x^2+(a+1)x-3,1\}$.

(1) 求使 $A=\{2,3,4\}$ 的 x 的值；

(2) 求使 $2\in B$，$B\subsetneqq A$ 的 a、x 的值；

(3) 求使 $B=C$ 的 a、x 的值.

解 (1) $\because A=\{2,3,4\}=\{2,4,x^2-5x+9\}$，$\therefore x^2-5x+9=3$，$\therefore x=2$ 或 $x=3$

(2) $\because 2\in B$，$B\subsetneqq A$，$\therefore \begin{cases}x^2+ax+a=2\\x^2-5x+9=3\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases}x=3\\a=-\frac{7}{4}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\\a=-\frac{2}{3}\end{cases}$

(3) $\because B=C$，$\therefore \begin{cases}x^2+(a+1)x-3=3\\x^2+ax+a=1\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases}x=3\\a=-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1\\a=-6\end{cases}$

★11. 有限集 $A\subsetneqq\mathbf{R}$，且 A 满足以下三个条件：(1) 任两个不同的元素之和是 A 的元素；(2) 任两个不同的元素之积是 A 的元素；(3) 任一个元素的 n 次幂是 A 的元素（$n\in\mathbf{N}^*$），则这样的集合 A 有（ B ）.

A. 无穷多个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

解 由条件 (3) 任一个元素的 n 次幂是 A 的元素可知，有限集 A 的元素构成只能是 -1，0，1，再由 (1) (2) 可得 $A=\{0,1\}$ 或 $\{0,-1,1\}$，应选 B.

★12. 设 $B=\{0,1,2\}$，$A=\{x\mid x\in B\}$，则 A 与 B 的关系是 ___$B\subseteq A$___.

解 $B\subseteq A$

★13. 已知集合 $A=\{2,4,6,8,10\}$，$B=\{-1,1,2,7,6\}$，又知非空集合 C 是这样一个集合：其各元素都加 2 后，就变为 A 的一个子集，其各元素都减 2 后，则变为 B 的一个子集，求集合 C.

解 若 A 中元素减 2 得 0、2、4、6、8，则 C 中元素必在其中；若 B 中元素加 2 得 1、3、4、5、8，则 C 中元素必在其中．所以 C 中元素只能是 4 或 8，故 $C=\{4\}$ 或 $C=\{8\}$ 或 $C=\{4,8\}$.

●教学参考

1. 是否存在实数 a 使得集合 $A=\{x\mid ax^2-3x+2=0,\ a\in\mathbf{R}\}$ 中的元素至多只有一个？若存在，求出实数 a 的值的集合；若不存在，说明理由.

分析 集合 A 中的元素至多只有一个，表明关于 x 的方程 $ax^2-3x+2=0$ 至多一个实数根，需要对 $a=0$ 与 $a\neq 0$ 分类讨论.

解 设存在实数 a 满足题目要求，则

当 $a=0$ 时，集合 $A=\left\{\frac{2}{3}\right\}$ 符合题意；

当 $a\neq 0$ 时，方程 $ax^2-3x+2=0$ 至多一个实数根，即 $\Delta=9-8a\leqslant 0$.

解得 $a\geqslant\frac{9}{8}$．此时 $A=\left\{\frac{4}{3}\right\}$ 或 $A=\varnothing$ 符合题意；

综上，实数 a 的值的集合为 $\left\{a \mid a=0 \text{ 或 } a\geqslant \frac{9}{8}\right\}$.

评析 一次方程只有一个实数根是直接结论，二次方程至多一个根则用判别式判断，所以判断集合 A 中的元素个数的方法是根据方程的次数而改变，而方程的次数由二次项系数 a 等不等于 0 决定．这就成为要对 a 实施分类讨论的理由．

2. 设 $f(x)=x^2+px+q$，p、$q\in \mathbf{R}$，集合 $A=\{x \mid x=f(x)\}$，集合 $B=\{x \mid x=f[f(x)]\}$

(1) 如果 x_0 满足 $x=f(x)$，那么 x_0 是否满足 $x=f[f(x)]$？由此你可以得出什么结论？

(2) 当集合 $A=\{-1, 3\}$ 时，求出集合 B 的全部元素．

解 (1) 如果 x_0 满足 $x=f(x)$，则 $x_0=f(x_0)$．∴ $f[f(x_0)]=f(x_0)=x_0$，即 x_0 满足 $x=f[f(x)]$，这说明如果 $x_0\in A$，则 $x_0\in B$．因此 $A\subseteq B$；

(2) 因为 $A=\{-1, 3\}$，所以 -1 和 3 是方程 $x^2+px+q=x$ 的两个实数根，即

$$\begin{cases}-1+3=-(p-1)\\ -1\times 3=q\end{cases}，解得\begin{cases}p=-1\\ q=-3\end{cases}，f(x)=x^2-x-3$$

由 $x=f[f(x)]$ 得 $(x^2-x-3)^2-(x^2-x-3)-3=x$，即 $(x^2-3)(x^2-2x-3)=0$

所以 B 的全部元素是：$-\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$，-1，3．

1.1.3 集合的基本运算 (1)

认知·探索

问题导思

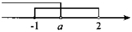
(1) 分别用自然语言、图形语言、符号语言表示两个集合的交集与并集；

(2) 求两个集合的交集与并集时应注意什么问题？

例题演示

例 1 设 $A=\{x \mid -1\leqslant x<2\}$，$B=\{x \mid x<a\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 a 的取值范围是__________．

解 如图，在数轴上标出集合 A、B 的关系，利用 $A\cap B\neq\varnothing$，可以判断实数 a 的取值范围是 $(-1, +\infty)$．



评析 判断实数 a 的取值范围时，边界 -1 是否可以取得是易错点，我们发现若 $a=-1$，则 $A\cap B=\varnothing$，与已知不符合，判断边界是否取得成为此类问题的解题关键．

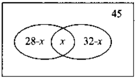
例 2 高一某班有学生 45 人，其中参加数学竞赛的有 32 人，参加物理竞赛的有 28 人，另外有 5 人两项竞赛都不参加．则该班既参加数学竞赛又参加物理竞赛的有__________人．

分析 参加数学竞赛的学生中有部分参加物理竞赛，其中的关系可以用图表表示．

解 如图，设该班既参加数学竞赛又参加物理竞赛的有 x 人，则

$(28-x)+x+(32-x)+5=45$

∴ $x=20$，即该班既参加数学竞赛又参加物理竞赛的有 20 人．



评析 用 Venn 图表示参加数学与物理竞赛的学生人数，可以直观的反应他们的数量关系，这是数形结合的优点．

例 3 设集合 $A=\{x \mid x^2-ax+b=0\}$，$B=\{x \mid x^2+cx+15=0\}$，如果 $A\cup B=\{3, 5\}$，且 $A\cap B=\{3\}$，求实数 a、b、c 的值．

分析 注意到 A、B 表示方程的根的集合，从交集的元素为 3 入手，可以判断两个方程都有一个根为 3，从而确定了 c 的值及 a、b 的一个关系式．

解 ∵ $A\cup B=\{3, 5\}$，且 $A\cap B=\{3\}$，

又集合 B 中的元素是方程 $x^2+cx+15=0$ 的实数根，且 $x_1x_2=15$，

∴ $B=\{3, 5\}$，且 $A=\{3\}$，∴ $c=-(3+5)=-8$，$b=9$，$a=-6$．

归纳小结

1. 交集与并集是集合的两种不同运算，交集运算可以理解为“公共部分”，并集运算可以理解为“合并”，注意运算的结果依然是集合；

2. 进行两个数集的交集与并集的运算，一般用数轴作工具，也可以用 Venn 图表示，Venn 图是常用的工具；

3. 解题时注意分类讨论的思想和数形结合的思想；

4. 交集与并集运算有多条性质，记住这些性质有助于正确解题：

(1) $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$；

(2) $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cup B=B\cup A$；

(3) $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$，$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$；

(4) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$．

学习笔记

演练·评估 1.1.3

1. 下列说法正确的是（ D ）.
   A. 若 $A\cap B=B$，则 $A\subseteq B$
   B. 若 $A\cup B=B$，则 $A\subsetneq B$
   C. 若 $A\cap B=\varnothing$，则 A、B 中至少有一个是空集
   D. 若 $A\cup B=\varnothing$，则 A、B 都是空集
2. 已知集合 $A=\{y|y=x+1\}$，$B=\{y|y=x^2+1\}$，则 $A\cap B=$（ D ）.
   A. $\{(0,1),(1,2)\}$　　B. $\{0,1\}$
   C. $\{1,2\}$　　D. $\{x|x\geqslant 1\}$
3. 集合 $A=\{x|x^2+2x+p=0\}$，$B=\{x|x>0\}$，$A\cap B=\varnothing$，$A\neq\varnothing$，则实数 p 的取值范围是（ A ）.
   A. $0\leqslant p\leqslant 1$　　B. $p>1$
   C. $p\geqslant 0$　　D. $p>0$
4. 设集合 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x\leqslant a\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 a 的取值范围是（ B ）.
   A. $a>-1$　　B. $a\geqslant -1$
   C. $a<2$　　D. $a\leqslant 2$
5. 若 $A=\{1,4,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $A\cap B=B$，则 x 的值＝ $\underline{\pm 2 或 0}$.

解　± 2 或 0

6. 设 $A=\{x|x^2-px-2=0\}$，$B=\{x|x^2+qx+r=0\}$．已知 $A\cup B=\{-2,1,5\}$，$A\cap B=\{-2\}$，则 $p+q+r=$ $\underline{-14}$.

解　-14，其中 $p=-1$，$q=-3$，$r=-10$.

7. 已知 $A=\left\{x|-3<x<-\frac{1}{3}\right\}$，$B=\{x|x\leqslant -3\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

解　$A\cap B=\varnothing$，$A\cup B=\left\{x\mid x<-\frac{1}{3}\right\}$

8. 设方程 $x^2+\frac{1}{2}px+1=0$ 的解集为 M，方程 $x^2+px+q=0$ 的解集为 N，且 $M\cap N=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，求 $M\cup N$.

解　$\because M\cap N=\left\{\frac{1}{2}\right\}$，$\therefore \frac{1}{2}\in M$，$\frac{1}{2}\in N$，

$$\therefore\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}p\cdot\frac{1}{2}+1=0\\ \left(\frac{1}{2}\right)^2+p\cdot\frac{1}{2}+q=0\end{cases}\quad\therefore p=-5,\ q=\frac{9}{4}$$

$\therefore M=\left\{x\mid x^2-\frac{5}{2}x+1=0\right\}=\left\{2,\frac{1}{2}\right\}$，$N=\left\{x\mid x^2-5x+\frac{9}{4}=0\right\}=\left\{\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right\}$

$\therefore M\cup N=\left\{\frac{1}{2},2,\frac{9}{2}\right\}$

9. 已知集合 $A=\{-4,2a-1,a^2\}$，$B=\{a-5,1-a,9\}$，若 $A\cap B=\{9\}$，求实数 a 的值.

解　$\because A\cap B=\{9\}$，$\therefore 9\in A$，且 $9\in B$

(1) 若 $2a-1=9$，则 $a=5$，此时 $A=\{-4,9,25\}$，$B=\{0,-4,9\}$，$A\cap B=\{-4,9\}$，与已知不合；

(2) 若 $a^2=9$，则 $a=3$，或 $a=-3$；

当 $a=3$ 时，$a-5=1-a=-2$，与集合 B 中的元素互异性矛盾，不合；

当 $a=-3$ 时，$A=\{-4,-7,9\}$，$B=\{-8,4,9\}$，$A\cap B=\{9\}$，与已知符合.

10. 若集合 $A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$，$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$，$C=\{x|\sqrt{x^2+2x-6}=\sqrt{2}\}$，且 $A\cap B\neq\varnothing$，$A\cap C=\varnothing$，求 a 的值.

解　由题意得 $B==\{2,3\}$，$C=\{-4,2\}$

$\because A\cap B\neq\varnothing$，$\therefore 2\in A$ 或 $3\in A$．又 $\because A\cap C=\varnothing$，

$\therefore -4\notin A$ 且 $2\notin A$

$\therefore 3\in A$，$\therefore 3^2-3a+a^2-19=0$，$\therefore a=-2$ 或 $a=5$；

(1) 当 $a=-2$ 时，$A=\{-5,3\}$满足题意；

(2) 当 $a=5$ 时，$A=\{2,3\}$，则 $A\cap C=\{2\}\neq\varnothing$，这与已知矛盾；

综上所述 $a=-2$

★11. 已知 $A=\{x||x|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x|x+a\geqslant 0\}$，且 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是 $\underline{a\geqslant 2}$.

解　$a\geqslant 2$

★12. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}|x^2+(p+2)x+1=0,p\in\mathbf{R}\}$，且 $A\cap\mathbf{R}^+=\varnothing$，求实数 p 的取值范围.

解　$-4<p<0$ 或 $p\geqslant 0$

★13. 对于集合 $A=\{x|x^2-2ax+4a-3=0\}$，$B=\{x|x^2-2\sqrt{2}ax+3a+2=0\}$是否存在实数 a，使 $A\cup B=\varnothing$？若不存在说明理由，若存在求出 a 的取值范围.

解　$\because A\cup B=\varnothing$，$\therefore A=\varnothing$ 且 $B=\varnothing$，

$$\therefore\begin{cases}\Delta_1=4a^2-4(4a-3)<0\\ \Delta_2=8a^2-4(3a+2)<0\end{cases}$$

$$即\begin{cases}a^2-4a+3<0\\ 2a^2-3a-2<0\end{cases}即\begin{cases}1<a<3\\ -\frac{1}{2}<a<2\end{cases}$$

$\therefore 1<a<2$．$\therefore$存在满足条件的实数 a，其取值范围是 $1<a<2$.

●教学参考

1. 定义集合 $A\otimes B=\{x\mid x\in A，且 x\notin B\}$，若 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{2,3,5\}$，则集合 $A\otimes B$ 的子集个数是（　）.

A. 1　B. 2　C. 4　D. 8

分析　由已知得 $A\otimes B=\{x\mid x\in A，且 x\notin B\}=\{1,7,9\}$ 有 3 个元素，其子集的个数是 $2^3=8$ 个.

解　正确的答案是 D.

2. 已知集合 $A=\{x||x-a|<4\}$，$B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>5\}$，且 $A\cup B=\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.

分析　先化简集合 A，用数轴体现数量之间的关系.

解　$A=\{x \mid a-4<x<a+4\}$，$B=\{x \mid x<-1$ 或 $x>5\}$，因为 $A\cup B=\mathbf{R}$，在数轴上表示集合 A、B.

可得：$\begin{cases} a-4<-1 \\ a+4>5 \end{cases}$，所以实数 a 的范围是 $1<a<3$.

评析　解决数集问题，常用数轴表示其中的数量关系，用数轴协助解决限制条件和端点的问题.

1.1.4　集合的基本运算(2)

认知·探索

问 题 导 思

(1) 满足怎样条件的两个集合互为补集？

(2) 求集合的补集时应注意什么问题？

例 题 演 示

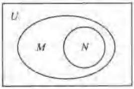
例 1　若 U 为全集，$M\cap N=N$，则（　　）.

A. $\complement_U M\supseteq\complement_U N$　　B. $M\subseteq\complement_U N$

C. $\complement_U M\subseteq\complement_U N$　　D. $M\supseteq\complement_U N$

分析　寻找 $M\cap N=N$ 的等价关系，用 Venn 图判断正确的结论.

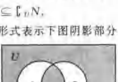
解　$\because M\cap N=N$，$\therefore N\subseteq M$，作出 Venn 图：



根据 Venn 图可以判断只有 $\complement_U M\subseteq\complement_U N$ 正确，应选 C.

评析　判断两个集合之间的关系，最直观的方法用 Venn 图，本例的结论实际上说明了 $M\cap N=N\Leftrightarrow M\cup N=M\Leftrightarrow N\subseteq M\Leftrightarrow\complement_U M\subseteq\complement_U N$.

例 2　用集合形式表示下图阴影部分：__________.



分析　给出的是 Venn 图，用集合形式表示，除了补集，还可以考虑使用交集和并集等基本运算.

解　$(A\cap B)\cup\complement_U(A\cup B)$.

例 3　设全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$，$B=\{x|x-2\geqslant 0\}$，判断 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$ 之间的关系.

分析　判断 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$ 之间的关系，应先求出这两个集合，再用数轴作工具，加以判断.

解　因为 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x<-1$ 或 $x>1\}$，$B=\{x|x-2\geqslant 0\}$，所以 $\complement_U A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$\complement_U B=\{x|x<2\}$，可知 $\complement_U A\subsetneqq\complement_U B$.

归 纳 小 结

1. 补集是相对于全集而言的，它们是不可分离的两个概念，把我们所研究的各个集合的全部元素的全体构成的集合看成一个集合，则称为全集，补集可以理解为“剩下”；

2. 求某一集合的补集的前提是必须正确规范地求解全集，要注意同一个集合在不同的全集中的补集是不相同的；

3. 补集的重要性质是：

(1) $A\subseteq U$，$\complement_U A\subseteq U$；

(2) $\complement_U U=\varnothing$，$\complement_U\varnothing=U$；

(3) $\complement_U(\complement_U A)=A$；

4. 含参数的集合问题，一般用到分类讨论的思想根据集合的性质解题，注意将集合化为最简形式，同时考虑集合的基本关系和基本运算.

演练·评估 1.1.4

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|0<x\leqslant 3\}$，则 $\complement_U A=$（ B ）.

A. $\{x|x<0$ 或 $x>3\}$　　B. $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x>3\}$

C. $\{x|x\leqslant 0$ 且 $x>3\}$　　D. $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 3\}$

2. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|x<2\}$，$a=1+\sqrt{3}$，则下列正确的是（ D ）.

A. $a\in M$　　B. $a\subseteq M$

C. $\{a\}\cup M=\varnothing$　　D. $a\in\complement_U M$

3. 设 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x \mid 0\leqslant x<5\}$，$B=\{x \mid x\geqslant 1\}$，则 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$（ A ）.

A. $\{x|x<1$ 或 $x\geqslant 5\}$　　B. $\{x|x\leqslant 1$ 或 $x>5\}$

C. $\{x|x<0$ 或 $x\geqslant 5\}$　　D. $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x>5\}$

4. 设 U 是全集，集合 A，B 满足 $A\subseteq B$，则下面的结论中错误的是（ D ）.

A. $A\cup B=B$

B. $(\complement_U A)\cup B=U$

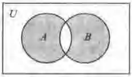
C. $A\cap(\complement_U B)=\varnothing$

D. $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U A$

5. 用集合形式表示下图阴影部分：$(\complement_U A\cap B)\cup(\complement_U B\cap A)$ 或 $\complement_{(A\cup B)}(A\cap B)$.

学习笔记

学习笔记



解 $(\complement_U A\cap B)\cup(\complement_U B\cap A)$ 或 $\complement_{(A\cup B)}(A\cap B)$

6. 设 U 是全集，非空集合 P、Q 满足 $P\subsetneqq Q\subsetneqq U$，若含 P、Q 的一个集合运算表达式，使运算结果为空集 $\varnothing$，则这个运算表达式可以是 $\underline{P\cap(\complement_U Q)}$ （只要写出一个表达式）.

解 $P\cap(\complement_U Q)$

7. 设 $U=\mathbf{R}$，已知 $A=\{x|-5<x<5\}$，$B=\{x|0<x\leqslant 7\}$，求：(1) $\complement_U(A\cup B)$；(2) $\complement_U(A\cap B)$；(3) $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$；(4) $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.

解 $A\cup B=\{x|-5<x\leqslant 7\}$，$A\cap B=\{x|0<x<5\}$

(1) $\complement_U(A\cup B)=\{x|x\leqslant -5$ 或 $x>7\}$；

(2) $\complement_U(A\cap B)=\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 5\}$；

(3) $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{x|x\leqslant -5$ 或 $x\geqslant 5\}\cup\{x|x\leqslant 0$ 或 $x>7\}=\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 5\}$；

(4) $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{x|x\leqslant -5$ 或 $x\geqslant 5\}\cap\{x|x\leqslant 0$ 或 $x>7\}=\{x|x\leqslant -5$ 或 $x>7\}$.

8. 已知全集 $U=\{2,3,a^2-2a-3\}$，集合 $A=\{2,|a-7|\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值.

解 据题意：$a^2-2a-3=5$，$a^2-2a-8=0$，$(a-4)(a+2)=0$，$a=4$ 或 $a=-2$；

若 $a=4$，$U=\{2,3,5\}$，$A=\{2,3\}$，$\complement_U A=\{5\}$，符合题设条件；

若 $a=-2$，$U=\{2,3,5\}$，$A=\{2,9\}$，应舍去；

综上 $a=4$.

9. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，已知集合 A、B 同时满足：

① $(\complement_U A)\cap B=\{2,9\}$；

② $(\complement_U B)\cap A=\{1,5\}$；

③ $\complement_U(A\cap B)=\{1,2,4,5,6,7,9\}$；

求集合 A、B.

解 由 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$\complement_U(A\cap B)=\{1,2,4,5,6,7,9\}$，得 $A\cap B=\{3,8\}$ 又由①②得 $A=\{1,3,5,8\}$，$B=\{2,3,8,9\}$.

10. 设 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x>\frac{1}{2}\}$，$B=\{x|-3<x\leqslant 1\}$，若集合 C 同时满足下列条件：①$C\subseteq(\complement_U A\cap B)\cap\mathbf{Z}$；②$C$ 恰有两个元素；③$C\cap B\neq\varnothing$，求集合 C.

解 $C=\{-2,-1\}$ 或 $\{-2,0\}$ 或 $\{-2,1\}$

★11. 设全集 $U=\mathbf{R}$，$M=\{x||x|\geqslant 2\}$，$N=\{x|0\leqslant x<4\}$，则 $\complement_U(M\cup N)$ 等于（ A ）.

A. $\{x|-2<x<0\}$

B. $\{x|x<2$ 或 $x\geqslant 4\}$

C. $\{x|x<0$ 或 $x>2$ 且 $x\neq -2\}$

D. $\{x|x<2$ 或 $x\geqslant 4$ 且 $x\neq 0\}$

★12. 如果全集 $U=\{12$ 的约数$\}$，$A=\{2$ 与 3 的最大公约数和最小公倍数$\}$，那么 $\complement_U A=\underline{\{2,3,4,12\}}$.

解 $\{2,3,4,12\}$

★13. 若 $A=\{a,b\}$，$B=\{x|x\subseteq A\}$，$M=\{A\}$，求 $\complement_B M$.

解 $B=\{x|x\subseteq A\}=\{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$，又 $M=\{A\}=\{\{a,b\}\}$

$\therefore \complement_B M=\{\varnothing,\{a\},\{b\}\}$

●教学参考

1. 已知 $U=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{2,3,4\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$（ B ）.

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1,4\}$

C. $\{0,1,2,4\}$　　D. $\{0,1,2,3,4\}$

分析 给出具体的集合，利用集合的基本运算方法，逐一求出 $\complement_U A$ 与 $\complement_U B$，再进行并集运算.

解 因为 $U=\{0,1,2,3,4\}$，$A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{2,3,4\}$

所以 $\complement_U A=\{4\}$，$\complement_U B=\{0,1\}$，则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{0,1,4\}$，应选 B.

2. 已知三个一元二次方程 $x^2-x+a=0$，$x^2-2x+a=0$，$x^2-4x+2a=0$ 至少有一个有实数根，你有什么简便的方法求出实数 a 的取值范围吗？

分析 正面考虑，需要分别讨论一个、二个、三个方程有实数根，比较麻烦，可以从反面考虑.

解 假设三个一元二次方程都没有实数根，则

$$\begin{cases}1-4a<0,\\4-4a<0,\\16-8a<0,\end{cases}$$ 解得 $a>2$

所以当 $a\leqslant 2$ 时，所给的三个一元二次方程至少有一个有实数根.

评析 正难则反，这是解决数学问题的重要方法.

1.2　函数及其表示

1.2.1　函数的概念(1)

认知·探索

问题导思

(1) 你如何理解“可以用函数描述变量之间的依赖关