新课程

解题方法

CHAOJI BAODAIN

超级宝典

掌握 **一种** 解题方法
比做 **一百道** 题更重要

北师大版

八年级 数学

主编 李殿起

山西教育出版社

跋涉书山，**方法**助你事半功倍——

畅游题海，**方法**为你指点迷津——

拥有方法，

你便拥有了智慧、理性、自信与成功！！！

新课程

解题方法

超级宝典

选题策划○王宇鸿　张金柱
编辑统筹○王守峰　张大同
　　　　　徐亚东　王嘉晖
责任编辑○康　健
助理编辑○解　红
复　　审○徐亚东
终　　审○刘立平
装帧设计○王耀斌
印装监制○贾永胜

ISBN 7-5440-3069-5

9 787544 030694 >

ISBN 7-5440-3069-5
G·2783　定价：25.00元

新课程

解题方法

超级宝典

XINKECHENGJIETIFANGFACHAOJIBAODIAN

北师大版

八年级 数学

主　　编　李殿起

作　　者　李殿起　刘爱君　鲁　澍　尹桂芳
李　静　韩应成　许西玲　苗学良
王胜林　肖　军　余格林　郑国安
郑玉清　余晓良　刘　吨　王　伸
梁　制　沈　竹　沈占立

山西教育出版社

图书在版编目（C I P）数据

新课程解题方法超级宝典．八年级数学：北师大版/李殿起主编．—太原：山西教育出版社，2006．7
ISBN 7－5440－3069－5
Ⅰ．新…　Ⅱ．李…　Ⅲ．数学课－初中－解题　Ⅳ．G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 043952 号

新课程解题方法超级宝典·八年级数学（北师大版）

责任编辑　康　健
助理编辑　解　红
复　　审　徐亚东
终　　审　刘立平
装帧设计　王耀斌
印装监制　贾永胜

出版发行　山西教育出版社（太原市水西门街庙前小区 8 号楼）
印　　装　山西晋财印刷有限公司
开　　本　787×960　1/16
印　　张　20.75
字　　数　478 千字
版　　次　2006 年 7 月第 1 版　2006 年 7 月山西第 1 次印刷
印　　数　1—5000 册
书　　号　ISBN　7－5440－3069－5/G·2783
定　　价　25.00 元

出版宣言

我们的口号：掌握 1 种解题方法比做 100 道题更重要！

方法是什么？

方法是攀登顶峰时你选择的最佳路径；方法是茫茫大海上引你前行的点点白帆；方法是身陷困境后突然伸出的一只援手；方法是无边沙漠中远处传来的声声驼铃；方法是皓首穷经后的会心一笑；方法是苦思冥想中的恍然大悟；方法是百思千转而获得的关键“巧解”；方法是眉头紧皱涌上心间的锦囊“妙计”……

方法是举一反三，以一当十；方法是以勤补拙，触类旁通；方法是科学高效，事半功倍；方法是以平常的付出，考出能够上北大清华的成绩。方法是你做过三道同类题后的驾轻就熟；方法是你遇到似曾相识时的推己及彼；方法是你拨开杂芜透过现象看到的本质；方法是你题海泛舟得到秘诀和启迪的片刻轻松……

正是基于这样的认识，我们在

全国范围内约请一批富有经验的知名学科老师，从现有教材尤其是新课标教材所呈现的理念内容，知识体系中，从全国数以百计的各类考试状元、竞赛获奖者的学习经验和总结提炼中，从每位老师各自数十年的教学实践和体会感受中，提纯归纳、总结升华、探索规律、凝炼方法，精心编写了这一套“新课程解题方法超级宝典”系列丛书，意在为广大中小学生提供最优质的材料、最精当的训练、最科学的思路、最实用的方法，意在使你付出一倍的汗水，取得十倍的喜悦，花同样的心血，收获骄人的成绩。

这是我们的一种理想，一种孜孜不倦的追求。究竟能实现多少，还有待广大师生试用检验。**你的建议和意见（书末附有专纸奉候）**，我们将视为珍宝，并将在以后的修订中进一步吸收消化，完善提高。你的关注和参与，将会给我们带来新的希望和动力。在你成长求知的过程中，愿我们的这本书能成为你学习路上的好伙伴，在你实现人生理想的奋斗中，愿我们的这本书能为你留下一段值得回味的美好记忆。

编委会

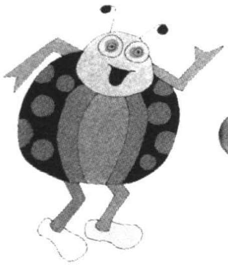
《新课程解题方法超级宝典》系列图书

读者编者作者交流互动平台

非常感谢您选择和使用《新课程解题方法超级宝典》系列图书，为了使本书更加完善，为了使本书能够成为您学习中更加得力的助手，为了能更加周到地为您服务，请将您阅读本书后的感受、意见、想法、建议尽快寄给我们，我们将在下一版的编写出版工作中做进一步的改进，让本书真正成为您学习中的良师益友。

1. 您是怎样得到本书的____：
   A. 自己购买　B. 同学介绍　C. 老师推荐　D. 家人代购

2. 您认为本书的优点在哪里？



3. 您认为本书不足之处是什么？

4. 您从本书中学到了哪些有用的方法？还需要做哪些补充？

5. 在数、理、化的学习中你最需要哪一类的书？

您的反馈是我们的期待，您的建议是我们的宝藏，您的参与对我们很重要！您可以通过以下方式和我们取得联系：

1. 电子邮件：sxjyzjz@ yahoo. com
2. 写信：山西省太原市水西门街庙前小区 8 号楼
   收信人：《新课程解题方法超级宝典》编辑室
   邮编：030002
3. 电话：0351—4729831

八年级　上册

目录

八年级　下册

第一章　勾股定理

整体感悟

本章内容主要包括:探索勾股定理(这是直角三角形的一个性质);能得到直角三角形吗(直角三角形的判别条件即勾股定理的逆定理);蚂蚁怎样走最近(勾股定理及其逆定理的实际应用).

勾股定理把直角三角形有一个直角的"形"的特点,转化为三边之间的"数"的关系,所以"数形结合"思想是本章的重要思想方法;用两种方式来表示同一个图形的面积的方法也非常重要,在勾股定理的应用中会有所体现;同时还应关注"逆向思维"的思想方法,当问题中出现平方和的形式,一般要想到先用勾股定理的逆定理说明这个三角形是直角三角形,再利用勾股定理来解决.

1.1　探索勾股定理

典例精析

例1 如图 1.1-1,以直角三角形的三条边为边分别向外作正方形,求图中字母所代表的正方形的面积.

(1)若字母 B 所代表正方形的面积为 9,字母 C 所代表正方形的面积为 16,求字母 A 所代表正方形的面积;

(2)若字母 A 所代表正方形的面积为 289,字母 B 所代表正方形的面积为 64,求字母 C 所代表正方形的面积.

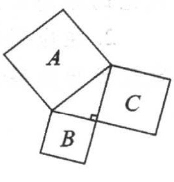


图 1.1-1

思维互动

思路>> 根据勾股定理,在直角三角形中,两直角边的平方和等于斜边

的平方，而斜边的平方恰好等于字母 A 所代表正方形的面积，两条直角边的平方分别代表字母 B 和字母 C 所代表正方形的面积. 于是可以得到，字母 A 所代表正方形的面积等于字母 B、字母 C 所代表正方形面积的和.

解答>>（1）字母 A 所代表正方形的面积为：$9+16=25$.

（2）字母 C 所代表正方形的面积为：$289-64=225$.

探究评析

1. 本题主要是利用了正方形的面积等于边长的平方，而其边长的平方又恰好是相应的直角三角形一条边的长. 由这一特殊关系，把数形结合起来，使问题得以解决.

2. 在上面的问题中，（1）如果知道正方形 B、正方形 C 的面积，你能求出正方形 A 的边长吗？（2）如果只知道直角三角形斜边的长，你能求出正方形 B 与正方形 C 的面积的和吗？

3. 在本例中，若弄不清正方形 A、B、C 之间的关系，就无法进行求解；同时还要分清三个正方形的边长分别与直角三角形的边长的对应关系，以防误解.

例 2 已知一个直角三角形的两边长分别为 3 cm 和 4 cm，求以第三边长为边长的正方形的面积.

思维互动

思路>> 所求正方形的面积就是相应直角三角形第三边长的平方，根据勾股定理即可求出第三边长的平方.

解答>> 设第三边长为 x cm，

若已知的两边是直角边，则由勾股定理，得　$x^2=3^2+4^2=25$.

故所求正方形的面积是 25 cm^2.

若已知的两边是一条直角边和斜边，则边长为 4 cm 的边是斜边. 由勾股定理，得

$4^2=3^2+x^2$.

所以 $x^2=7$，故所求正方形的面积是 7 cm^2.

因此，所求正方形的面积为 25 cm^2 或 7 cm^2.

探究评析

1. 本题体现了正方形面积与直角三角形边长之间的相互转化的关系；同时注意应用分类讨论的思想方法，题目中没有指明已知的两条边是直角边还是斜边，因此需要讨论.

2. 在应用勾股定理时，首先要弄清哪两条边是直角边，哪一条是斜边，防止盲目套用勾股定理而导致解题错误.

例3 (1)如图1.1－2,在Rt△ABC中,$AC=5$,$BC=12$,求AB的长.

(2)如图1.1－3,在Rt△ABC中,$AB=25$,$AC=20$,求BC的长.

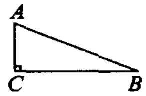


图1.1－2

思维互动

思路>>(1)如图1.1－2,已知直角边AC、BC的长,求斜边AB的长,直接应用勾股定理就可以求出.(2)如图1.1－3,已知斜边AB和直角边AC的长,求直角边BC的长,根据勾股定理即可求出.

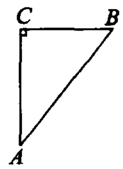


图1.1－3

解答>>(1)在Rt△ABC中,由勾股定理,得

$AB^2=AC^2+BC^2=5^2+12^2=169$.

所以$AB=13$,即斜边AB的长为13.

(2)在Rt△ABC中,由勾股定理,得$AB^2=AC^2+BC^2$,

所以$BC^2=AB^2-AC^2=25^2-20^2=225$.

所以$BC=15$,即直角边BC的长为15.

探究评析

1.在直角三角形中,已知两条边的长,根据勾股定理可以求出第三条边的长.在应用勾股定理时,要熟练掌握勾股定理的变形:

直角三角形中,a,b分别表示直角边的长,c表示斜边的长.

若已知a,b,求c,则$c^2=a^2+b^2$;

若已知a,c,求b,则$b^2=c^2-a^2$;

若已知b,c,求a,则$a^2=c^2-b^2$.

2.在利用勾股定理时,首先要弄清楚待求的边是斜边还是直角边,再选择勾股定理公式的原形或变形公式进行求解.

例4 如图1.1－4,甲轮船以16海里/时的速度离开港口O向西南方向航行,乙轮船同时离开港口O向东南方向航行.经过1小时30分,两轮船分别到达相距30海里的A、B两个小岛.乙轮船每小时航行多少海里?

思维互动

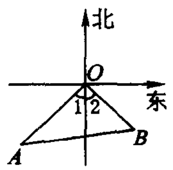


图1.1－4

思路>>欲求乙轮船的速度,关键在于先求出OB的长度.根据题意,点A在点O的西南方向,点B在点O的东南方向,由此可以知道$\angle AOB=90°$,所以△AOB是直角三角形.在Rt△AOB中,斜边AB的长是已知的,OA的长是可求的.于是,用勾股定理就能解这个题了.

解答>>根据题意,点A在点O的西南方向,点B在点O的东南方向,所以$\angle 1=45°$,$\angle 2=45°$,所以$\angle AOB=90°$,即△AOB是直角三角形.

$OA=16\times 1.5=24$(海里),$AB=30$(海里).

由勾股定理，得 $OB^2 = AB^2 - OA^2 = 30^2 - 24^2 = 18^2$.

所以 $OB = 18$（海里），$18 \div 1.5 = 12$（海里/时）.

所以乙轮船的速度为 12 海里/时.

探究评析

1. 这是一个实际应用问题，通过分析，问题转化为已知直角三角形的斜边和一条直角边，求另一条直角边的问题. 因此，想到利用勾股定理来解.

2. 必须先利用题目中的已知条件说明 $\angle AOB = 90°$，进而得到 $\triangle AOB$ 是直角三角形，才能利用勾股定理解决问题.

3. 在例题中，如果已知乙轮船的速度为 12 海里/时，你能求出 A、B 两岛之间的距离吗？

例 5 如图 1.1－5，一架梯子 AB 长 2.5 m，顶端 A 靠在墙 AC 上，这时梯子下端 B 与墙角 C 的距离为 1.5 m（图①）. 梯子滑动后停在 DE 的位置上（图②），测得 BD 长为 0.5 m，你能求出此时梯子顶端 A 下落了多少米吗？

思维互动

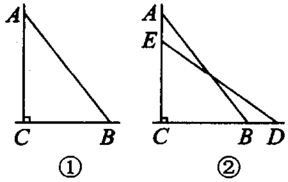


图 1.1－5

思路＞＞梯子顶端 A 下落的高度恰好是 AE 的长度，即 AC 与 EC 的长度之差. 为此，需要先求出 AC 与 EC 的长度，这可以分别在 Rt $\triangle ABC$ 和 Rt $\triangle EDC$ 中根据勾股定理求得.

解答＞＞在 Rt $\triangle ABC$ 中，根据勾股定理，得 $AB^2 = AC^2 + BC^2$，也就是 $2.5^2 = AC^2 + 1.5^2$，所以 $AC = 2$ (m).

在 Rt $\triangle EDC$ 中，$CD = BC + BD = 1.5\text{ m} + 0.5\text{ m} = 2\text{ m}$.

根据勾股定理，得 $DE^2 = EC^2 + CD^2$，即 $2.5^2 = EC^2 + 2^2$，所以 $EC = 1.5$ (m).

所以 $AE = AC - CE = 2 - 1.5 = 0.5$ (m)，

故梯子顶端下落了 0.5 m.

探究评析

1. 由于梯子的长度不变，可以知道图中直角三角形的斜边长也不变，这是解决问题的关键所在.

2. 这里由于梯子滑动，导致了 Rt $\triangle ABC$ 演变成了 Rt $\triangle EDC$. 如果不能掌握在这两个直角三角形中，斜边不变及直角边 BC 与 DC 的改变情况，就无法利用勾股定理求解.

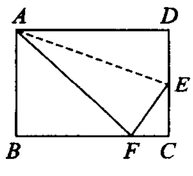


图 1.1－6

例 6 如图 1.1－6，折叠长方形 $ABCD$（四个角都是直角，对边相等）的边 AD，使点 D 落在 BC 边的点 F 处. $AB = 8$，$BC = 10$. 求 EC 的长.

思维互动

思路＞＞由折叠可知，$\triangle ADE \cong \triangle AFE$，所以 $AD = AF$，$DE = FE$. 所以

在 Rt△ABF 中利用勾股定理可求出 BF 的长，进而求出 FC 的长．于是，在 Rt△CFE 中由勾股定理建立方程，即可求出 EC 的长．

解答>> 由折叠可知，$\triangle ADE \cong \triangle AFE$，所以 $AF=AD=10$，$DE=FE$．

在 Rt△ABF 中，由勾股定理，得 $AF^2=AB^2+BF^2$，即 $10^2=8^2+BF^2$．所以 $BF=6$．

设 $EC=x$，则 $EF=DE=CD-EC=8-x$．

在 Rt△EFC 中，由勾股定理，得 $EF^2=CE^2+CF^2$，也就是 $(8-x)^2=x^2+(10-6)^2$．

解得 $x=3$，所以 EC 的长为 3．

探究评析

1. 善于发现图形中的直角三角形，并能够在直角三角形中合理利用勾股定理是解题的关键．

2. 解与折叠有关的问题，要寻找出折叠前后的不变量（即相等的线段，相等的角），同时注意方程思想的应用．方程思想是解决数学问题的重要思想方法之一，同学们应掌握它．

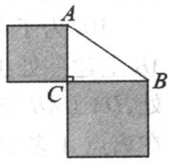
自主演练

一、选一选，慧眼识金

1. 一个直角三角形，两直角边长分别为 3 和 4，下列说法正确的是（　　）

A. 斜边长为 25　　B. 三角形的周长为 25

C. 斜边长为 5　　D. 三角形面积为 20

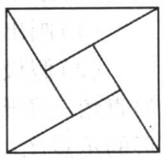


第 2 题图

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AB=15$ cm，则图中两个正方形的面积和为（　　）

A. 150 cm^2　　B. 200 cm^2

C. 225 cm^2　　D. 无法计算



第 3 题图

3. 如图，我国古代数学家赵爽的《勾股圆方图》是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形，如果大正方形的面积是 13，小正方形的面积是 1，直角三角形较短的直角边为 a，较长的直角边为 b，那么 $(a+b)^2$ 的值为（　　）

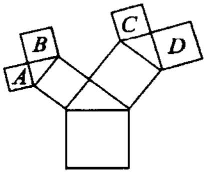
A. 13　　B. 19

C. 25　　D. 169

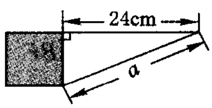
二、填一填，画龙点睛

4. 如图所示的图形中，所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形，其中最大的正方形的边长为 7 cm，则正方形 A、B、C、D 的面积之和为______cm^2．

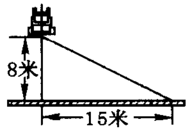
5. 如图，阴影部分是一个正方形，如果正方形的面积是 100 cm^2，则 a 的长为______ cm.



第 4 题图



第 5 题图



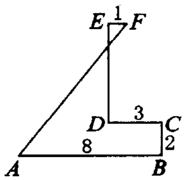
第 6 题图

6. 如图，从电线杆离地面 8 米处向地面拉一条缆绳，这条缆绳在地面上的固定点距离电线杆底部 15 米. 则这条缆绳的长为______米.

三、做一做， 体验成功

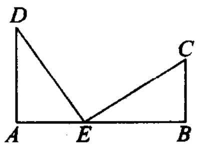
7. 求两条直角边长分别为 8、15 的直角三角形斜边上的高.

8. 放学后，小芳和小颖从十字路口分手，分别沿着正东方向和正南方向回家. 若小芳和小颖行走的速度都是 50 米/分，小芳用 12 分到家，小颖用了 16 分到家. 你知道小芳家和小颖家相距多少米吗？



第 9 题图

9. 小明在电脑上玩“荒岛去寻宝”游戏. 寻宝人从点 A 登陆，先向正东走 8 cm，再向正北走，走了 2 cm，遇上礁石，只好改道向正西走，走了 3 cm 后，再向正北走 6 cm，再向正东走 1 cm，找到了藏宝地点 F. 小明很快画出了寻宝图（如图），你知道宝藏地点离寻宝人登陆点的距离是多少厘米？



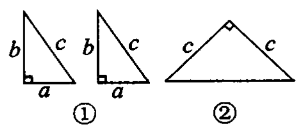
第 10 题图

10. 为了丰富少年儿童的业余文化生活，某社区要在如图所示的直线 AB 上建一处少儿活动中心，这个社区有两所学校的位置分别在点 C 和点 D 处，$DA \perp AB$ 于 A，$CB \perp AB$ 于 B，已知 $AB = 25$ km，$DA = 15$ km，$CB = 10$ km. 少儿活动中心 E 建在离点 A 多少千米处，才能使它到两所学校的距离相等？

11. 如图①是用硬纸片做成的两个全等的直角三角形，两条直角边长分别为 a 和 b，斜边为 c；图②是以 c 为直角边的等腰直角三角形. 请你开动脑筋，将它们拼成一个能验证勾股定理的图形.

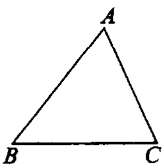
（1）画出拼成的这个图形的示意图，并用它验证勾股定理；

（2）假设图①中的直角三角形有若干个，你能运用图①中所给的直角三角形拼出另一种能验证勾股定理的图形吗？画出拼成图形的示意图（不写验证过程）.



第 11 题图

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB = 15$，$BC = 14$，$AC = 13$. 求这个三角形的面积.



第 12 题图

参考答案

一、1. C

2. C　点拨：两个正方形的面积和即直角三角形两条直角边长的平方和，它等于直角三角形斜边 AB 的平方，即 $15^2=225$.

3. C　点拨：大正方形的面积是 13，即直角三角形斜边长的平方为 13，也就是 $a^2+b^2=13$；小正方形的面积是 1，所以四个直角三角形的面积和为：$13-1=12$，即 $4\times\frac{1}{2}ab=12$，$ab=6$. 所以 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=13+12=25$.

二、4. 49　点拨：正方形 A、B、C、D 的面积之和恰好为最大正方形边长的平方.

5. 26　点拨：由正方形的面积是 100 可知其边长为 10，由勾股定理可求得 $a=26$.

6. 17

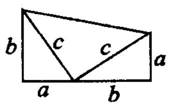
三、7. 由勾股定理求得斜边长为 17，设斜边上的高为 x，则 $\frac{1}{2}\times17\cdot x=\frac{1}{2}\times8\times15$，解得 $x=\frac{120}{17}$.

8. 小芳家、小颖家的位置和十字路口处构成直角三角形，由勾股定理，得 $(50\times12)^2+(50\times16)^2=1000^2$，所以两家相距 1000 米.

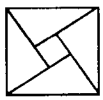
9. 过点 A 作 $AG\perp FE$，与 FE 的延长线交于一点 G，得到 $\text{Rt}\triangle AFG$. 在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中，$AG=8$ cm，$FG=6$ cm，由勾股定理，得 $AF=10$ cm.

10. 设 $AE=x$，则 $BE=25-x$，在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，$x^2+15^2=DE^2$；在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，$(25-x)^2+10^2=CE^2$. 因为 $DE=CE$，所以 $x^2+15^2=(25-x)^2+10^2$. 解得 $x=10$(km).

11. (1) 如图，拼成的图形是直角梯形. $S_{梯形}=\frac{1}{2}(a+b)\cdot(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$，$S_{梯形}=\frac{1}{2}ab\times2+\frac{1}{2}c^2=ab+\frac{1}{2}c^2$，所以 $\frac{1}{2}(a+b)^2=ab+\frac{1}{2}c^2$. 整理，得 $a^2+b^2=c^2$.



第 11 题(1)答图


第 11 题(2)答图

(2) 用四个直角三角形拼成如图所示的图形，可以验证勾股定理.

12. 作 BC 边上的高 AD，设 $BD=x$，则 $CD=14-x$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，$AD^2=AB^2-BD^2=15^2-x^2$；在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，$AD^2=AC^2-CD^2=13^2-(14-x)^2$. 则 $15^2-x^2=13^2-(14-x)^2$，解得 $x=9$. 则 $AD^2=15^2-x^2=144$，$AD=12$. 故 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times14\times12=84$.

1.2 能得到直角三角形吗

典例精析

例1 下面各组数：①3，4，5；②0.3，0.4，0.5；③7，24，25；④9，40，41；⑤13，84，−85；⑥15，100，101. 其中，能组成一组勾股数的个数有（　　）

A.2个　　B.3个　　C.4个　　D.5个

思维互动

思路>> 判断三个数是否是一组勾股数，首先这三个数必须是正整数，再就是比较小的两个数的平方和是否等于最大数的平方. 因此，0.3，0.4，0.5 不是一组勾股数；13，84，−85 也不是一组勾股数；而 $15^2+100^2\neq101^2$，所以 15，100，101 也不是一组勾股数.

解答>> 因为 $3^2+4^2=5^2$，$7^2+24^2=25^2$，$9^2+40^2=41^2$，

所以①、③、④中的三个数都能组成一组勾股数.

故应选 B.

探究评析

1. 满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数. 这是判断三个数是否是一组勾股数的重要依据. 一组勾股数中各数的相同的倍数，是一组新勾股数. 如 3，4，5 与 6，8，10.

2. 有人认为 $9^2+41^2\neq40^2$，就断定 9，40，41 不是一组勾股数，这是错误的. 应切记：满足"两个较小数的平方和等于最大数的平方"的三个正整数是一组勾股数. 也有的同学认为 $13^2+84^2=(-85)^2$，就得到 13，84，−85 是一组勾股数，也是错误的. 这是忽视了组成勾股数的三个数必须都是正整数.

3. 要注意区分勾股数与勾股定理的逆定理. 像 0.3，0.4，0.5 虽不是勾股数，但以 0.3，0.4，0.5 为边的三角形是直角三角形.

例2 请你判断以 n^2-1，$2n$，n^2+1 $(n>1)$ 为边的三角形是否为直角三角形？

思维互动

思路>> 判断三角形是否为直角三角形，因为已知三角形的三边长，所以利用勾股定理的逆定理即可. 不过，确定三角形的最大边也是非常关键的！

解答>> 因为 $(n^2+1)-(n^2-1)=2$，$(n^2+1)-2n=(n-1)^2>0$ $(n>1)$，所以 n^2+1 是