

顶尖系列

高中课外训练步步高

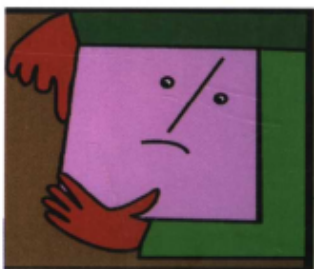
顶尖数学

课程标准
人教A版

必修2

福建人民出版社

责任编辑 吴书杰



新课标新理念

名校名师主笔

扼要精彩点拨

自主探究学习

注重三维整合

培养创新能力

ISBN 7-211-05358-5



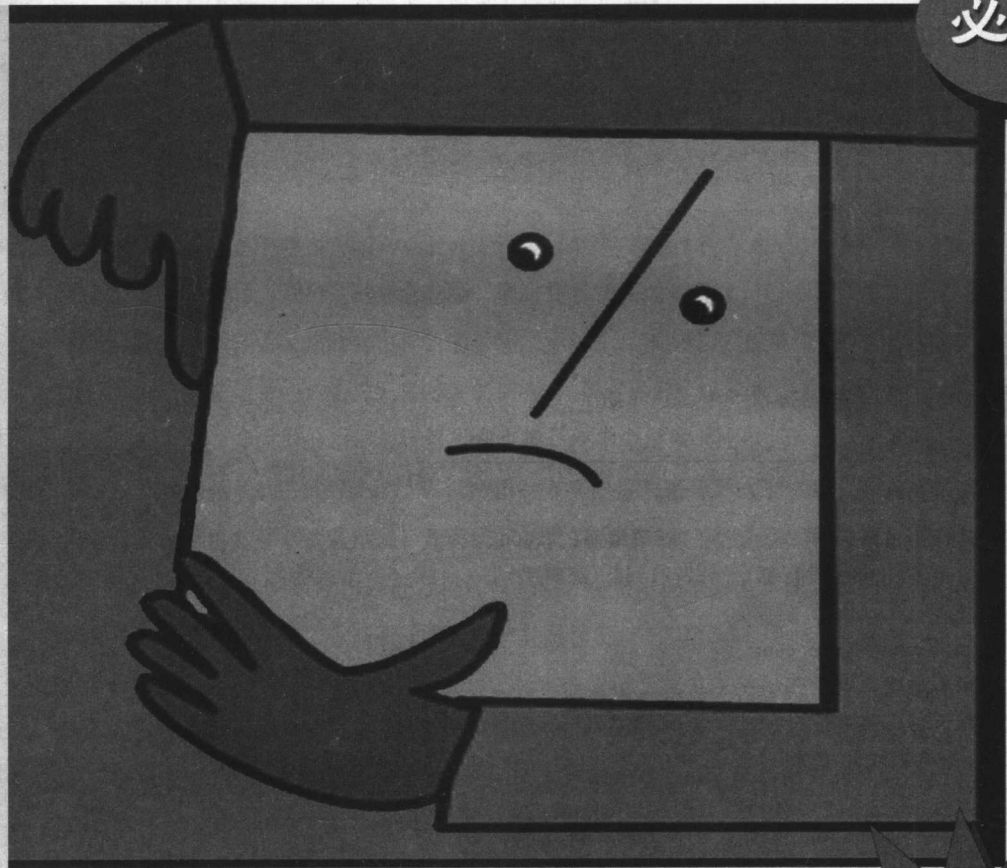
9 787211 053582 >

ISBN 7-211-05358-5
G·3367 定价：10.30元

高中课外训练步步高

顶尖数学

必修 2



课程标准

人教 A 版

福建人民出版社

主编：张鹏程

编写：林 婷 陈天雄 赵祥枝 汤锦德

顶尖数学（必修2）（课程标准·人教A版）

DINGJIAN SHUXUE

出版发行：福建人民出版社

地 址：福州市东水路76号 邮政编码：350001

电 话：0591-87604366（发行部） 87521386（编辑室）

电子邮件：211@fjpph.com

网 址：<http://www.fjpph.com>

印 刷：福建省地质印刷厂

地 址：福州市塔头路2号 邮政编码：350011

开 本：787毫米×1092毫米 1/16

印 张：9.75

字 数：221千字

版 次：2006年8月第1版 2006年8月第1次印刷

书 号：ISBN 7-211-05358-5/G·3367

定 价：10.30元

本书如有印装质量问题，影响阅读，请直接向承印厂调换
版权所有，翻印必究

编写说明

“高中课外训练步步高”根据课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅关注学生夯实基础知识、基本技能，还关注学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅关注培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还关注培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新课改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“高中课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）一般设：“学习目标”、“要点透析”、“方法指津”、“自我评估”、“探究应用”、“拓展视野”、“归纳整合”、“单元评估”等栏目。

“学习目标”是根据各章（或单元）应达到的目标提出具体要求。“要点透析”是以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对精选的经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法。题目既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、合作性。“探究应用”特别注重吸收密切联系生产、生活实际的有趣题目，加强探究性习题的训练。“拓展视野”对本章（或单元）知识进行拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章（或单元）内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。“归纳整合”以树形图、方框图或表格等形式对本章（或单元）知识进行梳理、归纳、整合，使学生对整章（或单元）知识间的逻辑关系有个清楚的认识。经过系统的训练后，通过“单元评估”与“模块评估”对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。

“高中课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

本丛书在编写过程中引用了一些作者的作品，在此，对这些作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并请与我们联系。由于编写时间仓促，书中难免存在不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

编者

目录

C O N T E N T S

- 第一章 空间几何体 /1**
- 1.1 空间几何体的结构/1
 - 1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征/1
 - 1.1.2 简单组合体的结构特征/5
 - 1.2 空间几何体的三视图和直观图/8
 - 1.2.1 中心投影与平行投影/9
 - 1.2.2 空间几何体的三视图/9
 - 1.2.3 空间几何体的直观图/12
 - 1.3 空间几何体的表面积与体积/16
 - 1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积/17
 - 1.3.2 球的体积和表面积/22
- 单元评估/27
- 第二章 点、直线、平面之间的位置关系 /30**
- 2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系/30
 - 2.1.1 平面/31
 - 2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系/35
 - 2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系/39
 - 2.1.4 平面与平面之间的位置关系/41
 - 2.2 直线、平面平行的判定及其性质/43
 - 2.2.1 直线与平面平行的判定/44
 - 2.2.2 平面与平面平行的判定/47
 - 2.2.3 直线与平面平行的性质/51
 - 2.2.4 平面与平面平行的性质/54
 - 2.3 直线、平面垂直的判定及其性质/58
 - 2.3.1 直线与平面垂直的判定/59
 - 2.3.2 平面与平面垂直的判定/62
 - 2.3.3 直线与平面垂直的性质/66
 - 2.3.4 平面与平面垂直的性质/69
- 单元评估/74
- 第三章 直线与方程 /78**
- 3.1 直线的倾斜角与斜率/78
 - 3.1.1 倾斜角与斜率/78
 - 3.1.2 两条直线平行与垂直的判定/81
 - 3.2 直线的方程/84
 - 3.2.1 直线的点斜式方程/85
 - 3.2.2 直线的两点式方程/87
 - 3.2.3 直线的一般式方程/90
 - 3.3 直线的交点坐标与距离公式/93
 - 3.3.1 两条直线的交点坐标/93
 - 3.3.2 两点间的距离/96
 - 3.3.3 点到直线的距离/99
 - 3.3.4 两条平行直线间的距离/101
- 单元评估/106
- 第四章 圆与方程 /109**
- 4.1 圆的方程/109
 - 4.1.1 圆的标准方程/109
 - 4.1.2 圆的一般方程/111
 - 4.2 直线、圆的位置关系/114
 - 4.2.1 直线与圆的位置关系/114
 - 4.2.2 圆与圆的位置关系/117
 - 4.2.3 直线与圆的方程的应用/120
 - 4.3 空间直角坐标系/123
 - 4.3.1 空间直角坐标系/123
 - 4.3.2 空间两点间的距离公式/126
- 单元评估/130
- 模块评估/133**
- 参考答案/137**

第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构

学习目标

1. 初步了解柱、锥、台、球的结构特征，并能描述这些几何体的结构特征.
2. 理解由柱、锥、台、球组成的简单几何体的结构特征，并能运用柱、锥、台、球的结构特征描述简单组合体的结构特征；能运用这些结构特征判断、描述现实生活中的实物模型.
3. 通过对柱、锥、台、球及简单组合体的观察分析，培养学生的观察能力和抽象概括能力，逐步培养学生探索问题的精神.

要点透析

1. 棱柱有两个本质特征：一是有两个面互相平行；二是其余各面每相邻两个面的公共边都互相平行.
2. 棱锥有两个本质特征：一是有一个面是多边形；二是其余各面都是有一个公共顶点的三角形，此处一定要注意有一个公共顶点.
3. 棱台的侧棱的延长线会相交于一点，否则，一定不是棱台；棱台的上、下底面是相似多边形，且互相平行.
4. 圆柱、圆锥、圆台的侧面都是由平面图形的一条边绕一直线旋转而生成的曲面.
5. 当圆台的上底逐渐变小，半径趋近于0时，圆台就趋向于圆锥；当圆台上底逐渐变大，上底半径与下底半径相同时，圆台变为圆柱. 同样，棱台也有相同的变化.
6. 半圆以它的直径为旋转轴，旋转而成的曲面叫做球面，球面所围成的几何体叫做球体，简称球.
7. 现实生活中，除了柱、锥、台、球等基本几何体外，还有许多几何体是由柱、锥、台、球等基本几何体组合而成的，这些几何体叫组合体.

1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征

方法指津

例1 下列命题中正确的是 ().

- A. 有两个面平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

- B. 有两个面平行, 其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
- C. 有一个面是多边形, 其余各面都是三角形的几何体叫棱锥
- D. 棱台各侧棱的延长线交于一点

分析 如图 1-1①图, 面 $ABC \parallel$ 面 $A_1B_1C_1$, 但图中的几何体每相邻两个四边形的公共边并不都互相平行, 故不是棱柱. A、B 都不正确. 棱锥有一个面是多边形, 其余各面都是有一个公共顶点的三角形 (即这些三角形必须有一个公共顶点). 如图 1-1②图, 每个面都是三角形但形成的几何体不是棱锥. C 不正确. 棱台是用一个平行于底面的平面去截棱锥而得到, 其各侧棱的延长线必交于一点, 故 D 是正确的.

解 选择 D.

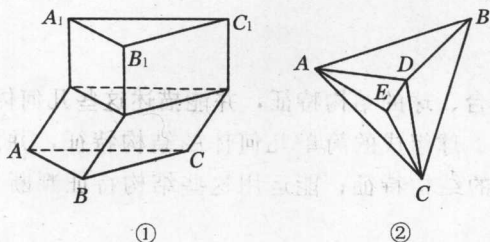


图 1-1

评注 判断一个物体是否是简单几何体, 一定要紧扣定义, 切不可马虎大意, 如本例中的 A、B、C 三个选项, 就有很强的干扰性. 在开始学习立体几何时, 要学会观察、分析并记住一些特殊的物体和图形, 以便于在解题中运用. 反例推证是一种重要的数学方法, 同学们应熟练掌握.

例 2 在图 1-2 中找出常见的几何体 (至少 3 种), 并画出来.

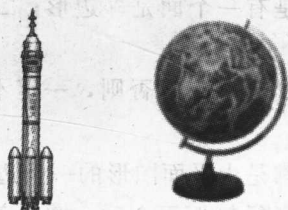


图 1-2

分析 从所给图形知, 其中包含着圆柱、圆锥、圆台和球, 因此只要画出这些简单几何体即可, 画图时注意体现立体感, 即被挡着的线应画成虚线或不画.

解 如图 1-3 所示.

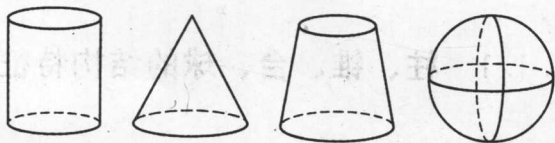


图 1-3

评注 空间中的图形多种多样, 要识别它们需要对基本图形, 如柱、锥、台、球有正确的认识, 熟记定义, 学会用定义进行判断、查找. 特别对简单几何体应相当熟悉, 把握各自

的特征，能从整体中分离出个体。

例 3 如图 1-4，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=3$ ， $BC=2$ ， $BB_1=1$ ，由 A 到 C_1 在长方体表面上的最短距离为多少？

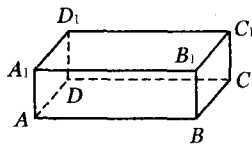


图 1-4

分析 解本题可将长方体表面展开，利用在平面内两点间的线段长是两点间的最短距离来解答。通过展开表面，将空间问题转化为平面问题。

解 如图 1-5①展开： $AC_1 = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$ ；

如图 1-5②展开： $AC_1 = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$ ；

如图 1-5③展开： $AC_1 = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ 。

由此可知， A 到 C_1 在长方体表面上的最短距离为 $3\sqrt{2}$ 。

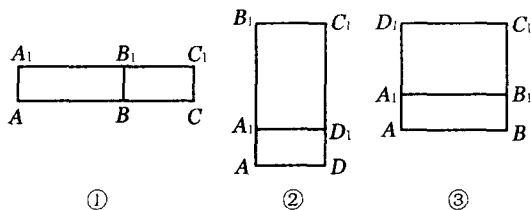


图 1-5

评注 解答空间几何体表面上两点间最短线路问题，一般都是将空间几何体表面展开，转化为求平面内两点间线段长，这体现了数学中的转化思想。

自我评估

- 下列命题正确的是 ()。
 - 有两个面平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱
 - 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
 - 有两个面平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱
 - 用一个平面去截棱锥，底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台
- 下面几何体的轴截面一定是圆面的是 ()。
 - 圆柱
 - 圆锥
 - 球
 - 圆台
- 下列说法正确的是 ()。
 - 直角梯形绕其一边旋转形成圆台
 - 直角三角形绕其一边旋转形成圆锥
 - 圆柱不是旋转体
 - 圆台可以看作是平行于底面的平面截一个圆锥而得到的
- 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等，则该棱锥一定不是 ()。
 - 三棱锥
 - 四棱锥
 - 五棱锥
 - 六棱锥
- 从长方体的一个顶点出发的三条棱上各取一点 E 、 F 、 G 过此三点作长方体的截面，那么截去的几何体是_____。
- 有下列说法：

- ①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段；
- ②球的直径是球面上任意两点间的连线段；
- ③用一个平面截一个球，得到的是一个圆；
- ④不过球心的截面截得的圆叫做小圆.

其中正确命题的序号是_____.

7. 写出图 1-6 所示几何体的名称，并简述该几何体的特征.

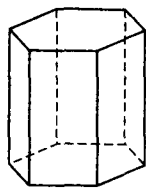


图 1-6

- 8. 用一张长、宽分别为 8 cm、4 cm 的矩形硬纸板折成长方体的侧面，求此长方体的底面周长.

- 9. 圆台的一个底面周长是另一个底面周长的 3 倍，轴截面的面积等于 392 cm^2 ，母线与轴的夹角是 45° ，求这个圆台的高、母线长和底面半径.

探究应用

- 10. 如图 1-7， M 、 N 是圆柱体的同一条母线上位于上、下底面上的两点，若从点 M 绕圆柱体的侧面一周到达点 N ，沿怎样的路线路程最短？

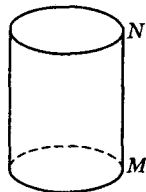


图 1-7

1.1.2 简单组合体的结构特征



方法指津

例 1 指出图 1-8 中的几何体是由哪些简单几何体构成的？

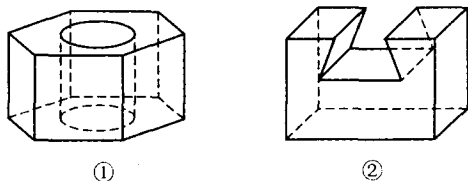


图 1-8

解 图 1-8①的几何体是一个六棱柱挖去一个圆柱所构成的. 图 1-8②中的几何体可以看成是一个长方体割去一个四棱柱所得的几何体, 也可以看成是一个长方体与两个四棱柱组合而成的几何体. 实际上, 图 1-8②也是一个柱体, 它的底面为一个凹多边形.

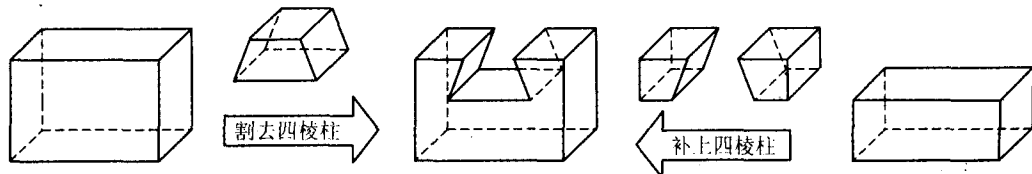


图 1-9

例 2 如图 1-10 所示, 小明设计了某个产品的包装盒, 他少设计了其中一部分, 请你把它补上, 使其成为两边均有盖的正方体盒子.

- (1) 你有 _____ 种弥补的办法;
- (2) 任意画出一种成功的设计图.

分析 本题考察正方体的展开图, 因正方体有六个面, 图中只画出了五个小正方形, 所以应当添画一个小正方形. 问题在于在哪添画一个正方形, 图 1-10 中有四个小正方形相连成一条直线, 想象将图 1-10 还原成正方体后, 这四个相连成一条直线的小正方形应该形成一个环, 于是所缺少的面应该是剩下的那个小正方形所对的面, 这只有在图 1-10 中连成一条直线的四个正方形的任意一个的下面添加, 于是就有 4 种情况.

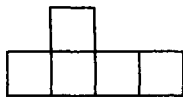


图 1-10

解 (1) 4 (2) 设计如图 1-11.

评注 对于正方体的展开图, 其形式多种多样, 只要折起后形成正方体就符合条件, 通常可以制作纸片加以折叠, 通过实际操作, 验证是否能折成正方体; 也可以将一个小正方体作为底面, 想象其他各面折起, 看能否围成正方体.

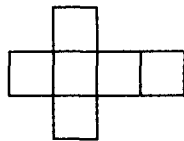


图 1-11

自我评估

1. 图 1-12 中不可能围成正方体的是 ().

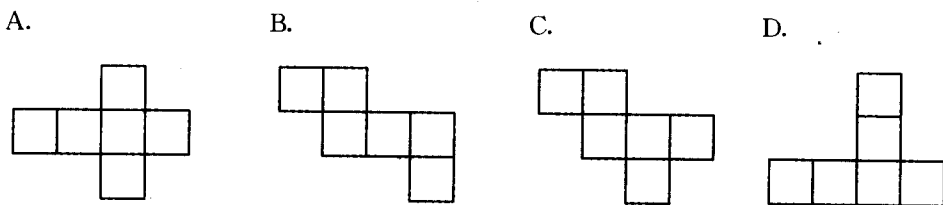


图 1-12

2. 在四棱锥的侧面中, 直角三角形最多可有 ().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

3. 有三个命题: ①底面是平行四边形的四棱柱是平行六面体; ②底面是矩形的平行六面体是长方体; ③直四棱柱是直平行六面体. 这三个命题中真命题的个数是 ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 图 1-13 的几何体是由图 1-14 中某个平面图形旋转得到的, 这个平面图形是 ().

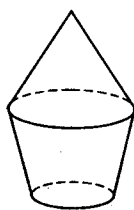


图 1-13

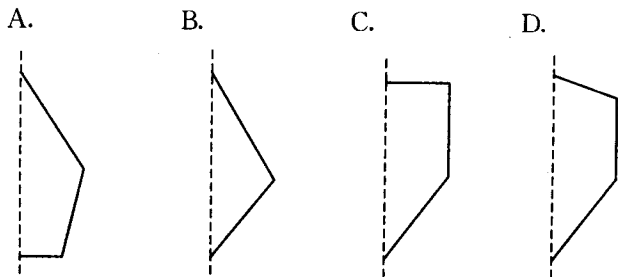


图 1-14

5. 在本书我们学过的常见几何体中, 如果用一个平面去截此几何体, 截面是三角形, 那么这个几何体可能是_____.

6. 一个棱柱有十个顶点, 所有的侧棱长的和为 60 cm, 则每条侧棱长为_____cm.

7. 如图 1-15, 指出图中两个几何体分别是由哪些简单几何体组合成的.

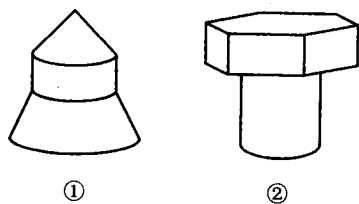


图 1-15

8. 如图 1-16, 将直角梯形 $ABCD$ 绕 AB 边所在的直线旋转一周, 由此形成的几何体是由哪些简单几何体构成的?

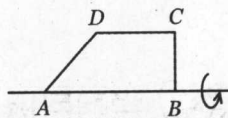


图 1-16

9. 如图 1-17, 将阴影部分图形绕图示直线旋转一周, 请说出所得几何体的结构特征.



图 1-17

探究应用

10. 图 1-18 是一个上口为矩形的游泳池的示意图, 池底为一斜面, 装满水后形成的几何体可由哪些简单几何体组成?

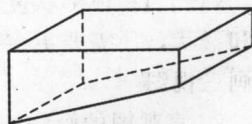


图 1-18

11. 请探究一下正方体的截面可能是什么形状的图形.

1.2 空间几何体的三视图和直观图

学习目标

1. 理解几何体与三视图的关系, 能画出简单几何体的三视图, 能识别三视图所表示的几何体.
2. 会用斜二测画法画出水平放置的平面图形和简单几何体的直观图; 能够使用材料(如纸板等)制作立体模型.
3. 通过观察用平行投影与中心投影画出的视图与直观图来了解空间图形的不同表示形式. 平行投影的投影线是互相平行的, 而中心投影的投影线相交于一点.

要点透析

1. 三视图

(1) 三视图是从三个不同的方向看同一个物体而得到的三个视图, 包括正视图、侧视图和俯视图.

(2) 正视图反映了物体上下、左右的位置关系, 即反映了物体的高度和长度; 俯视图反映了物体左右、前后的位置关系, 即反映了物体的长度和宽度; 侧视图反映了物体上下、前后的位置关系, 即反映了物体的高度和宽度.

(3) 三视图的排列规则是: 先画正视图, 俯视图安排在正视图的正下方, 长度与正视图一样, 侧视图安排在正视图的正右方, 高度与正视图一样, 即“长对正, 高平齐, 宽相等”, 如图 1-19.

(4) 当物体形状复杂时, 三视图还不足以反映它的大小和形状, 还需要更多的投影平面, 或者分解成几部分分别画三视图.

2. 直观图的画法——斜二侧画法

斜二侧画法是一种最常用且直观性好的直观图画法, 它的步骤为:

(1) 在空间图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴, 两轴相交于点 O , 再取 z 轴, 使 $\angle xOz = 90^\circ$, 且 $\angle yOz = 90^\circ$;

(2) 画直观图时把它们画成对应的 x' 轴、 y' 轴和 z' 轴, 它们相交于点 O' , 并使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ 或 135° , $\angle x'O'z' = 90^\circ$, x' 轴和 y' 轴所确定的平面表示水平平面;

(3) 已知图形中平行(或重合)于 x 轴、 y 轴或 z 轴的线段, 在直观图中分别画成平行(或重合)于 x' 轴、 y' 轴或 z' 轴的线段;

(4) 已知图形中平行(或重合)于 x 轴和 z 轴的线段, 在直观图中保持原长度不变; 平行(或重合)于 y 轴的线段, 长度为原来的一半.

3. 投影线交于一点的投影称为中心投影; 投影线相互平行的投影称为平行投影.

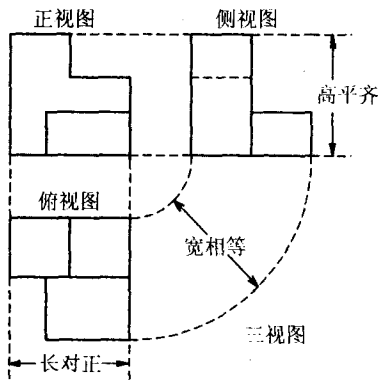


图 1-19

1.2.1 中心投影与平行投影

1.2.2 空间几何体的三视图



例 1 画出下列几何体的三视图 (图 1-20).

分析 画三视图之前, 先把几何体的结构弄清楚. 仔细观察实物模型, 想象从三个方向各看到了什么, 进而准确画出几何体的三视图. 在绘制三视图时要将被遮挡的部分用虚线表示出来.

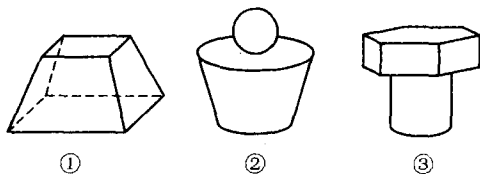


图 1-20

解 这三个几何体的三视图如图 1-21 所示.

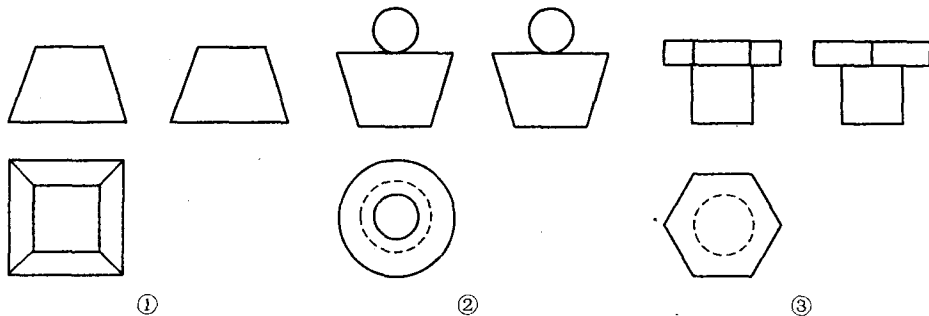


图 1-21

评注 画物体的三视图时, 可以想象自己就在物体的正前方、正上方、正左方, 观察它是哪些基本几何体组合而成, 它的外轮廓线是什么, 然后再去画图. 有条件的还可以观察实物模型, 也可以自己把模型做出来. 这是一个从模型到图形的过程, 从具体到抽象再到具体的过程, 是提高空间想象能力的有效方法.

例 2 图 1-22 是从某种型号的滚筒洗衣机抽象出来的几何体, 试画出它的三视图.

分析 这个几何体是由一个长方体和一个圆柱体构成的组合体.

解 其三视图如图 1-23 所示.

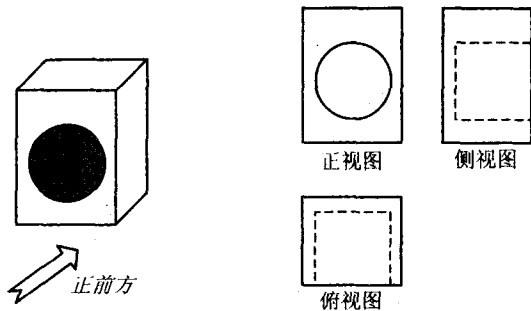


图 1-22

图 1-23

评注 现实生活中,很多物体都是由基本几何体组合而成.我们要多留心观察这些物体,联想它们各组成部分所表示的基本几何体,并善于解剖这些物体,进而正确地画出它们的三视图.

例 3 根据图 1-24 的三视图,画出物体的形状.

分析 由正视图可以判断这个几何体由两部分构成,由侧视图可以判断上下两部分的宽度是相等的,再由俯视图可以判断,这个几何体的上部分是一个圆柱,下部分是长方体.因此,它的大致形状是长方体上放一个圆柱.

解 如图 1-25 所示.

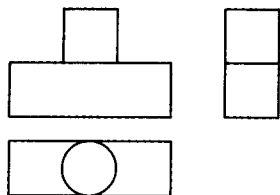


图 1-24

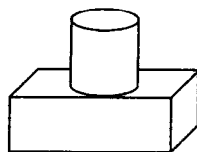


图 1-25

自我评估

1. 图 1-26 表示桌面上放着一个圆锥和一个长方体,则其俯视图是 ().

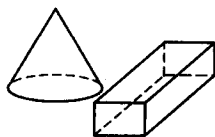


图 1-26

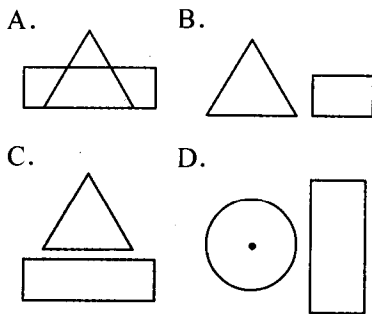


图 1-27

2. 对几何体三视图,下列说法正确的是 ().
- A. 正视图反映物体的长和宽
B. 俯视图反映物体的长和高
C. 侧视图反映物体的高和宽
D. 以上都不对
3. 甲、乙、丙、丁四人分别面对面坐在一张正方形桌子旁边,桌上
一张纸上写着数字“9”,如图 1-28 所示.甲说他看到的是“6”,
乙说他看到的是“∞”,丙说他看到的是“∞”,丁说他看到的是
“9”,则下列说法正确的是 ().
- A. 甲在丁的对面,乙在甲的左边,丙在丁的右边
B. 丙在乙的对面,丙的左边是甲,右边是乙
C. 甲在乙的对面,甲的右边是丙,左边是丁
D. 甲在丁的对面,乙在甲的右边,丙在丁的右边
4. 一个几何体的三视图如图 1-29 所示,这个几何体应是一个 ().

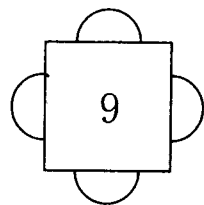
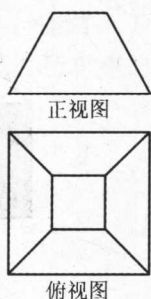
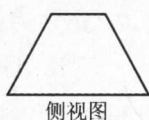


图 1-28

A. 棱台



B. 棱锥



C. 棱柱



D. 都不对

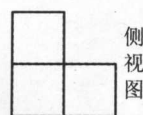


图 1-29

图 1-30

5. 图 1-30 为长方体积木块堆成的几何体的三视图，此几何体共由 _____ 块长方体积木块堆成。
6. 图 1-31 表示桌子上放着一个长方体和圆柱，图 1-32 中的三幅是它的三视图。三幅图分别是① _____，② _____，③ _____。

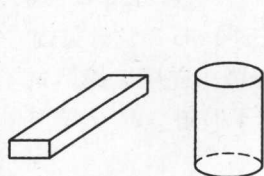


图 1-31

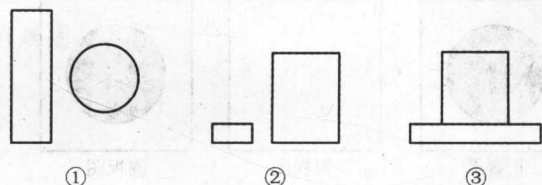


图 1-32

7. 画出图 1-33 所示正四棱锥的三视图。

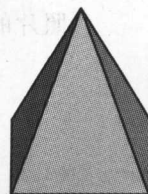


图 1-33

8. 图 1-34 所示几何体的 6 条棱都相等，请画出它的三视图。

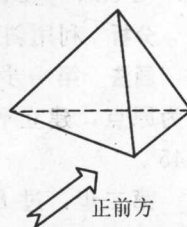


图 1-34