

简明测量不确定度评定

# 方法与实例

郑觉儿 编著 刘智敏 审校

测量不确定度

测量不确定度

中国计量出版社  
CHINA METROLOGY PUBLISHING HOUSE



# 简明测量不确定度 评定方法与实例

郑党儿 编著 刘智敏 审校

中国计量出版社

## 编者的话

2000年，中国计量出版社出版了我主编的《计量保证方案在工业计量中的应用》一书。此后，中国计量出版社何伟仁、刘宝兰、杨庚生等几位资深编辑鼓励我继续写作，希望我写一本深入浅出实用性强的不确定度评定的书。深入浅出是再创造，难度很大，也很有挑战性，我怕写不好，就请教国际不确定度工作组成员刘智敏研究员，刘老师给予热情指导并十分乐意为我审稿。于是我才大着胆子接受出版社约稿。之后自是不敢懈怠，用了一年多的业余时间，写完了书稿，经刘智敏老师审校，又在刘宝兰编审帮助下修改章节编排后定稿。本书立意在于将自己从事基层计量检定工作20年的经验与现代不确定度理论相结合，以帮助初学者掌握测量不确定度评定的基本方法，完成一般的测量不确定度评定任务。

本书正文共八章，前五章中大部分内容依据《JJF 1059—1999 测量不确定度评定与表示》国家计量技术规范来表述，其中前三章小部分内容及第四、五章属本人学习体会和研究成果。第六、七、八章提供12个实例，均给出每一评定步骤的依据和理由，这是本书区别于其他同类著作的特点（这里应该指出的是，在提供给用户的不确定度报告中是不必如此详细的）。由于本书从定稿到出版的时间间隔较长，实例中依据的个别检定规程

已修订，但从帮助读者理解测量不确定度评定方法的角度看，仍有现实意义。另外，在附录中还为读者提供了必要的数表、技术规范摘录等资料。本书写作过程及某些内容曾得到《JJF 1059 —1999 测量不确定度评定与表示》第一起草人李慎安先生、中国计量科学研究院席德熊研究员、铁道部标准计量所王彦春副研究员、原广东省计量所所长陈奕钦高工和总工程师刘天怀高工的指导和帮助。广州铁路（集团）公司中心计量所所长吴小明高工及谢秀凤、刘卫清高工、陈一微、侯清萍工程师也曾对长、力、电实例提出过宝贵的参考意见。谨此向他们表示深深的谢意。

由于本人水平有限，错漏之处在所难免，敬请专家、同行批评指正。

编著者

2004 年 12 月

# 目 录

|                                  |      |
|----------------------------------|------|
| <b>第一章 概述</b> .....              | (1)  |
| 第一节 不确定度基本概念 .....               | (1)  |
| 第二节 概率分布基本知识 .....               | (9)  |
| <b>第二章 标准不确定度的评定</b> .....       | (21) |
| 第一节 标准不确定度 A 类评定的一般方法 .....      | (21) |
| 第二节 最小二乘法中的标准不确定度评定 .....        | (25) |
| 第三节 应用阿伦方差评定标准不确定度 .....         | (28) |
| 第四节 标准不确定度的 B 类评定 .....          | (29) |
| <b>第三章 标准不确定度的合成、扩展及报告</b> ..... | (38) |
| 第一节 标准不确定度的合成 .....              | (38) |
| 第二节 扩展不确定度的评定 .....              | (48) |
| 第三节 测量不确定度的报告与表示 .....           | (49) |
| <b>第四章 统计控制下的测量不确定度评定</b> .....  | (52) |
| 第一节 核查标准和控制图对不确定度评定的意义 .....     | (52) |
| 第二节 基本的统计控制方法 .....              | (52) |
| 第三节 统计控制下的测量不确定度评定 .....         | (56) |
| 第四节 应用及其优越性评价 .....              | (57) |

|                                                            |             |
|------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>第五章 测量不确定度的验证 .....</b>                                 | <b>(59)</b> |
| 第一节 概述 .....                                               | (59)        |
| 第二节 不确定度验证应注意的几个问题 .....                                   | (61)        |
| 第三节 验证通不过的原因及处理方法 .....                                    | (64)        |
| <b>第六章 较为简单的测量不确定度评定实例 .....</b>                           | <b>(68)</b> |
| 第一节 用指针式万用表测量直流电阻 .....                                    | (68)        |
| 第二节 用千分尺测量钢球直径并计算其体积 ...                                   | (72)        |
| 第三节 用低频交流毫伏表测量正弦波电压<br>信号 .....                            | (76)        |
| 第四节 用 E 312 A 型通用计数器测量正弦波<br>信号的频率 .....                   | (79)        |
| <b>第七章 较为复杂的测量不确定度评定实例 .....</b>                           | <b>(82)</b> |
| 第一节 端度量块校准/检定的测量不确定度评<br>定详解 .....                         | (82)        |
| 第二节 金属材料抗拉伸强度试验的测量不确<br>定度评定 .....                         | (98)        |
| 第三节 检定超高频毫伏表基本误差时的测量<br>不确定度评定 .....                       | (107)       |
| 第四节 检定失真仪失真度示值误差时的测量<br>不确定度评定 .....                       | (118)       |
| 第五节 检定钢轨探伤仪检测仪的脉冲间隔误差<br>(用示波器校准仪比较法) 时的测量不<br>确定度评定 ..... | (127)       |

|                                                               |       |
|---------------------------------------------------------------|-------|
| 第六节 检定钢轨探伤仪检定仪上衰减器误差时的测量不确定度评定 .....                          | (132) |
| 第八章 规范化的常规测量应用合并样本标准差评定不确定度的实例 .....                          | (137) |
| 第一节 静态称量轨道衡周期检定 ( $T_6$ 检衡车法) 测量不确定度评定程序 .....                | (137) |
| 第二节 静态称量电子轨道衡检定 ( $T_{6F}$ 检衡车大砝码法) 测量不确定度评定程序 .....          | (143) |
| 附录 1 几种分布数值表 .....                                            | (153) |
| (1) 正态分布表 .....                                               | (153) |
| (2) $t$ 分布表 .....                                             | (156) |
| (3) $F$ 分布表 .....                                             | (157) |
| (4) 计算控制图线的因子 .....                                           | (160) |
| 附录 2 《JJF 1059—1999 测量不确定度评定与表示》之附录 B “概率分布情况的估计 (参考件)” ..... | (161) |
| 附录 3 《JJF 1033—2001 计量标准考核规范》之附录 C “填写《计量标准技术报告》的若干说明” .....  | (163) |
| 参考文献 .....                                                    | (171) |

# 第一章 概 述

## 第一节 不确定度基本概念

一切测量结果都不可避免地具有不确定度。科学决策基于测量结果，不确定度是测量结果的测度，它反映了测量结果的质量水平。没有不确定度说明，测量结果既不能相互比较，也不能与标准值比较。不确定度与计量科学技术密切相关。不确定度用来表明计量校准、计量检定、测量与测试的水平，作为量值溯源的依据，也用来表明计量基准、计量标准与测量设备的质量以及科研、工程、工业、运输、贸易、医疗卫生、安全防护、环保、资源等一切领域中测量结果的质量水平。所以说，缺欠不确定度说明的测量结果是没有意义的。

为了使涉及测量的技术领域和部门可以用统一的准则对测量结果及其质量进行评定、表示和比较，必须执行统一的测量不确定度评定和表示的技术规范。国际上公认和执行的标准为国际标准化组织（简称 ISO）等七个国际组织联合发布的《测量不确定度表示指南》（Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement，以下简称 GUM）。我国原则上等同采用 GUM 的基本内容，执行的计量技术规范为《JJF 1059—1999 测量不确定度评定与表示》（以下简称 JJF 1059—1999）。对于 JJF 1059—1999 未详细规定和说明的内容，可参考 GUM 及相关的国际标准、我国国家标准及部门标准执行。对未有国际和国内标准的内容，可以开展学术研究与讨论，但当涉及供需合同时协商确定。

依据 JJF 1059—1999，测量不确定度定义为：表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数。

该定义的解释及其他相关术语的概念见 JJF 1059—1999 之 2。在着手评定测量不确定度之前应熟知这些术语及概念。这部分内

容在 JJF 1059—1999 中已表达得很清楚，此处从略。这里需要说明的是，定义强调了“合理”，本书认为有两层意思，一是对不确定度的评定既不夸大也不缩小；二是重复测量过程须满足或基本满足统计控制的要求（利用核查标准和统计检验可以满足统计控制的要求，仅按测量技术条件要求对测量的环境、操作、配套设备等基本条件进行控制可基本满足统计控制的要求）。

测量不确定度反映了对被测量值认识的不足。测量不确定度表明了：给定被测量的测量结果并非一个值，而是分散的无限个值，这就是分散性。

对已认识的系统影响进行修正后的测量结果，仍然只是对被测量值的一个估计。这是由于不确定度来源于随机影响和对系统影响进行的修正不完善。

对于测量结果，即使评定的不确定度大，它也可能与被测量非常接近（系统影响已修正至足够程度）。因此，测量结果的不确定度不应与剩余的未知误差相混淆。

对于测量结果，即使评定的不确定度很小，仍不能保证测量结果的误差很小；有可能在确定修正值时因认识不足而忽略了某些系统影响。因此，测量结果的不确定度不一定能表明测量结果接近被测量的程度，它不过是与可利用知识相应的对最佳接近程度的一种估计。

GUM 中对“误差”和“不确定度”这两个术语的区分十分谨慎，JJF 1059—1999 之 2 中对“误差”和“不确定度”这两个术语给出了明确定义并做了详细注解，它们不是同义词，而是代表两个完全不同的概念，不应将它们混淆或误用。

“准确度”是定性概念，不是定量概念，定量表示应使用“不确定度”。“测量准确度（Accuracy）”的定义为：测量结果与被测量真值之间的一致程度。它涉及真值这个不可知量，故是一个理想概念。准确度是定性名词。不能这样表达：甲设备测量准确度为 1%，乙设备的准确度为 0.1%，因 1% 大于 0.1%，就说甲设备测量准确度高于乙设备，因这恰与事实相反。只能说甲设

备测量相对扩展不确定度为 1%，乙设备测量相对扩展不确定度为 0.1%，乙设备测量准确度高于甲设备。目前定量表示准确度的情况（包括给出“精度”或“精确度”定量数据的情况）仍然普遍存在，这是不规范的，今后应避免在新的技术文件中使用。可以说准确度高（或低）、准确度为 0.25 级、准确度为 3 等及准确度符合  $\times \times$  标准；尽量不使用如下表示：准确度为 0.25%，16 mg， $\leq 16$  mg 或  $\pm 16$  mg。对目前存在于计量检测设备（计量器具）说明书或其他技术文件中的准确度（或允差）的定量数据，可按 B 类评定标准不确定度分量的评定方法依据统计分布评定。不应误解为将“准确度”定量数据前的“ $\pm$ ”号去掉就是不确定度。

不确定度是针对特定量进行评定的。不确定度定义中的“测量结果”一词是指由测量所得到的，赋予被测量的值；“值”又是特定量的大小，“特定量”指单一量，例如某根棒的长度或所给酒样品中酒精的物质浓度等具体量。所以评定不确定度应针对一个特定量进行，不可以对多个特定量给出同一个不确定度（除非经计算其数值一致）。目前一些校准实验室或计量机构出具校准/检定证书时，常出现多个测量值（有时多至几十个值）而笼统地给出一个不确定度，这样做，仅当多个测量值的不确定度相同时才是正确的。针对上述情况，正确的做法是对每个测量值给出不确定度或选一个或一些代表性的测量值给出不确定度。若能根据用户需要的量值点来评定不确定度就最合适了。

精密度的与准确度类似的名词，为定性名词。在国际通用计量学名词中，并未有“精密度（Precision）”一词。精密度一词在实际应用中较乱，有时它指重复性，有时还指复现性，故出现“重复条件下的精密度”、“复现条件下的精密度”的说法。但一般精密度指重复性，为在规定条件下，所得独立测量结果充分靠近的程度。可以说精密度高或说精密度低。但不能说精密密度为  $2 \mu\Omega$  等，即精密度不能被表达为具体数值。精密度的定量表示，还是用不确定度。

在 GUM 和 JJF 1059—1999 中, 不带形容词的“不确定度”这个词用于表示不确定度一般概念和该概念任何或所有定量测量。当需要表示一个特定测量时, 要用合适的形容词。与不确定度定义相连形成的基本词有:

标准不确定度: 以标准差表示的测量结果不确定度。

(不确定度的) A 类评定: 由观测列统计分析所作的标准不确定度评定法。

(不确定度的) B 类评定: 由不同于观测列统计分析所作的标准不确定度评定法。

合成标准不确定度: 当测量结果根据其他量得来时, 测量结果按其量值的标准不确定度合成而得的标准不确定度。当各分量独立时, 它等于各项分量方差之和的正平方根。

扩展不确定度 (即展伸不确定度): 确定测量结果区间的量, 合理赋予被测量的值分布的大部分可望含于区间 (按 GUM, 此部分即为区间置信水准, 英文为: level of confidence, 而置信水平的英文为: confidence level, 置信水平一词仅用于纯 A 类评定。在 JJF 1059—1999 中, 上述两英文词组视同一致)。扩展不确定度在国际“建议书 INC-1”中也叫总不确定度, 由于合成标准不确定度也有总体的意义, 故现称它为扩展不确定度, 以表示它是由合成标准不确定度扩展所得的不确定度。

包含因子, 即覆盖因子: 为获得扩展不确定度, 用作合成标准不确定度乘数的数值因子, 一般在 2~3 范围内。

相对不确定度: 不确定度除以测量结果的绝对值, 称为相对不确定度。标准不确定度除以测量结果的绝对值, 称为相对标准不确定度。合成标准不确定度除以测量结果的绝对值, 称为相对合成标准不确定度。扩展不确定度除以测量结果的绝对值, 称为相对扩展不确定度。对于指针式仪表, 可以用满量程值去除标准/合成标准/扩展不确定度后, 称为满量程相对标准/合成标准/扩展不确定度。相对不确定度还可以用分贝表示。

测量不确定度必须正确评定。不确定度评定过大, 会因误认

测量不能满足需要而需再投资造成浪费；不确定度评定过小，会对生产、贸易、人身安全与国防造成危害。有人出于安全的考虑，对不确定度的评定存在宁大勿小的思想，但 GUM 明确反对“保险”或“保守”的做法，因此不确定度评定应尽量符合实际。

测量不确定度正确评定和表示的基本方法可用框图表示，如图 1-1 所示为不确定度评定基本框图。

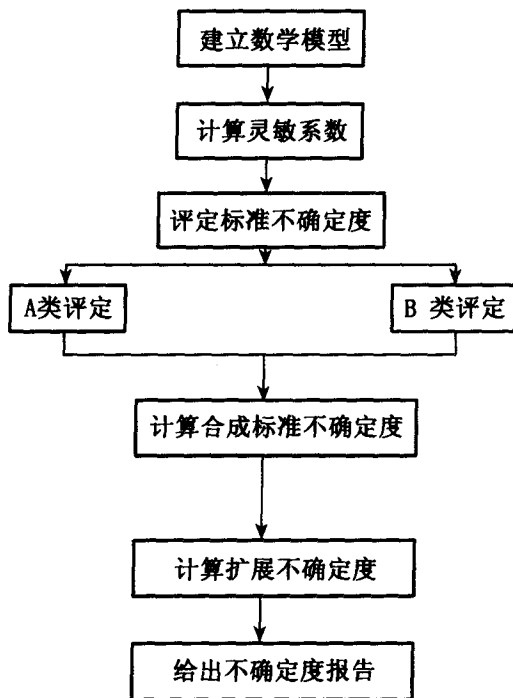


图 1-1

通常的步骤是：①先搞清被测量的定义、测量的方法（直接测量、间接测量、比较测量或组合测量，在计量检定/校准中被测量的定义和测量方法可从检定规程或技术规范及有关书籍中找到），搞明白测量结果的不确定度有哪些须要考虑的来源，分清

各个不确定度来源（分量）是否相关（应尽量避免相关），然后写出被测量的函数表达式即建立数学模型；②分清数学模型是否为线性函数，属非线性函数且各输入量无关时可计算各项偏导数（灵敏系数），属线性函数且各输入量无关时可省略这一步，非线性显著及各输入量有关时情况复杂，应按 JJF 1059—1999 及 GUM 中有关规定处理（见后续章节），然后再着手计算各项 A 类评定和 B 类评定标准不确定度，A 类评定常常需要专门进行重复测量，有时可利用检定记录等现有数据，B 类评定主要按经验估算；③计算合成标准不确定度；④计算扩展不确定度；⑤写出测量结果及不确定度报告。

建立数学模型有一定难度，但它是正确评定合成标准不确定度的基础，是不可缺少的步骤。在测量中，被测量  $Y$ （即输出量）由  $N$  个其他量  $X_1, X_2, \dots, X_N$  通过函数关系  $f$  来确定，即：

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1-1)$$

式中， $X_i$  是对  $Y$  的测量结果  $y$  产生影响的影响量（即输入量）。式（1-1）称为测量模型或数学模型。

现代不确定度评定方法是基于不确定度传播律而建立的协调一致、可比较、可传播的规范性方法。其传播系数受函数关系  $f$  制约，因此在评定不确定度时一定要先建立测量数学模型。

简单的数学模型可以为  $Y = X_1 - X_2$ ，甚至为  $Y = X$ 。

对直接测量，数学模型允许用“ $Y = X$ ”的简单形式表示，同时指明  $X$  所受到的所有影响量（A 类：多次测量重复性；B 类：测量器具允许误差、最小分辨力、测量方法、工作环境以及零点、水平调整等等，以下同）。

对间接测量，应尽量写出包含间接测得量和所有影响量的完整的表达式  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ ，写出完整表达式有困难时起码应给出各间接测得量  $X_i$  与输出量  $Y$  的（不考虑修正值和不确定度影响的）函数关系式，同时指明每个  $X_i$  所受到的所有影响量。

数学模型应通过展开、变量代换等方法尽量以线性函数表示。如遇有各影响量相关的情况，除“+1”或“-1”相关的情况外，应尽量考虑增加输入量以消除相关。

输出、输入量可以用物理量符号表示，例：

$$P = UI, I = U/R, L = L_1 + L_2。$$

如被测量  $Y$  的估计值为  $y$ ，输入量  $X_i$  的估计值为  $x_i$ ，则数学模型可以表示为：

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (1-2)$$

在不引起误解的情况下，可以不写出式 (1-1) 而直接写出式 (1-2)。

$x_i$  是  $y$  的不确定度来源，寻找不确定度来源时，可以从被测量的定义和测量方法入手，先考虑几项基本输入量，然后再考虑器具、人员、环境等因素的影响，所有有关的量应充分反映其实际情况的变化，以便可以根据尽可能多的观测数据来评定不确定度。应做到不遗漏、不重复。遗漏会使  $y$  的不确定度过小，重复则会使  $y$  的不确定度过大。考虑到影响量  $x_i$  的多寡应与测量所要求的准确度相适应，准确度要求高时，应增加影响量，反之则可简化。在没有足够经验的情况下，可先多考虑一些影响量，分别评定出所有分量后，按微小不确定度原则判断属于微小量者再忽略之，然后重新整理数学模型。

测量中可能导致不确定度的因素一般来源于以下几个方面：

- ①对被测量的定义不完整；
- ②用于复现被测量的测量方法不理想；
- ③取样的代表性不够，即被测样本不能代表所定义的被测量；
- ④对测量过程受环境影响的认识不恰如其分或对环境的测量与控制不完善；
- ⑤对模拟式仪器数据的读取存在人为偏移；
- ⑥测量仪器的计量性能（如灵敏度、鉴别力阈、分辨力、死区及稳定性等）的局限性；

⑦测量标准或标准物质的不确定度（由上级检定/校准确定或按准确度等级或允用误差界换算）；

⑧引用的数据或其他参量的不确定度；

⑨测量方法和测量程序的近似和假设；

⑩在相同条件下被测量在重复观测中的变化。

上述不确定度的来源可能相关，应设法消除。也可能重复，例如，第⑩项可能与前面各项重复，应适当取舍。多数系统效应使重复测量数据强相关，为消除相关，系统效应的影响一般应单独考虑。这个思想隐含于 GUM 的正文、附录及实例之中。随机效应的影响如何取舍应具体分析，例如重复测量的标准不确定度可能与读数误差引起的标准不确定度重复，当分辨力不足以反映测量过程变化时，重复测量的标准不确定度（或称为重复性  $r$ ）会小于或与读数误差引起的标准不确定度  $u_{\text{读}}$  可比，这时两者必须同时考虑。当分辨力不足导致  $r=0$  时， $u_{\text{读}}$  应 100% 计算；当  $r$  与  $u_{\text{读}}$  可比时可考虑将  $u_{\text{读}}$  打折扣计算；当  $r$  远大于  $u_{\text{读}}$  时， $u_{\text{读}}$  可忽略，从而减少这个输入量，但有时为使数学模型适合多种情况（例如多量程），也可保留它，因它此时对合成标准不确定度影响很小，而另一情况下（例如不同量程），它可能不可忽略。详见第七章第三节检定超高频毫伏表基本误差的测量不确定度评定实例。

对于那些尚未认识到的系统效应，显然是不可能在不确定度评定中予以考虑的，但它可能导致测量结果的误差。这个未知误差可能并不被包含于不确定度之中。在《计量标准技术报告》中要求对所给出的扩展不确定度进行实验室（或计量标准）间比对验证，这时这个未知误差可能导致验证通不过，处理方法是设法找出这个未知误差并修正之，或对此估计一个不确定度分量并加入合成标准不确定度，使所给出的扩展不确定度增大一些。

评定  $y$  的不确定度前，为确定  $y$  的最佳值，应将所有修正量加入测得值（一般应体现在数学模型中，即使有时修正量小到可忽略，数学模型中仍应保留它，因为修正量小到可忽略，不等

于其不确定度也小到可忽略), 并将测量数据中所有异常值予以剔除。

因为  $y$  的标准不确定度将主要取决于每个  $x_i$  的标准不确定度  $u(x_i)$ , 为此要首先评定  $x_i$  的标准不确定度  $u(x_i)$ 。

$x_i$  的标准不确定度评定可归为两类: A 类评定与 B 类评定。评定方法在第二章表述。

## 第二节 概率分布基本知识

现代不确定度评定方法, 不论 A 类评定还是 B 类评定, 都建立在概率分布的基础上。因此, 在学习不确定度评定之前, 应掌握一些概率论与数理统计的基本知识。

### 1. 随机变量的基本概念

#### (1) 事件

观测或试验的一种结果, 称为一个事件。

#### (2) 随机事件

在一定条件下可能出现也可能不出现的事件, 称为随机事件。

#### (3) 随机变量

如果某一量(例如测量结果)在一定条件下, 取某一值或在某一范围内取值是一个随机事件, 则这样的量叫作随机变量。

随机变量根据其取值的特征可以分为两种:

①连续型随机变量。若随机变量  $X$  可在坐标轴上某一区间内取任一数值, 即取值布满区间或整个实数轴, 则称  $X$  为连续型随机变量。例如重复测量中所得的一组观测值, 就属于连续型随机变量。

②离散型随机变量。若随机变量  $X$  的取值可离散地排列为  $x_1, x_2, \dots$ , 而且  $X$  以各种确定的概率取这些不同的值, 即只取有限个或可数个实数值, 则称  $X$  为离散型随机变量。取有效数字的位数时, 数字的舍入误差就是一种离散型随机变量。

#### (4) 事件的概率

随机事件的特点是：在一次观测或试验中，它可能出现、也可能不出现，但是在大量重复的观测或试验中呈现统计规律性。例如，在连续  $n$  次独立试验中，事件  $A$  发生了  $m$  次， $m$  称为事件的频数， $m/n$  则称为事件的相对频数或频率， $n$  极大时，频率  $m/n$  稳定地趋于某一个常数  $p$ ，此常数  $p$  称为事件  $A$  的概率，记为  $P(A) = p$ 。这就是概率的古典定义。概率  $p$  是用以度量随机事件  $A$  出现的可能性大小的数值。必然事件的概率为 1，不可能事件的概率为 0，随机事件的概率  $P(A)$  的取值范围为  $0 \leq P(A) \leq 1$ 。所以必然事件和不可能事件是随机事件的两种极端情况。概率可以通过一定的法则进行运算，常用运算法则有概率的加法定理和乘法定理。

加法定理：互斥（不能同时出现）的诸事件中任一事件出现的概率为各个事件概率的总和。

乘法定理：互相独立的各个事件同时出现的概率等于各个独立事件的概率的乘积。

#### (5) 分布函数

设随机变量  $X$  的某一给定变量为  $x$ ， $X \leq x$  的概率  $P(X \leq x)$  是  $x$  的函数，令

$$F(x) = P(X \leq x)$$

称  $F(x)$  为随机变量  $X$  的分布函数。

当  $X$  为离散型时，表示为：

$$F(x) = \sum_{i < n} p_i$$

式中， $p_i$  是  $x_i$  的概率。限制条件为  $i < n$ ，而且  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ 。

当  $X$  为连续型时，表示为：

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

式中， $f(x)$  是  $X$  的概率分布密度函数， $f(x)$  定义为  $F(x)$  的导数。