



21世纪电气信息学科立体化系列教材

信号与系统 基础

● 主编 金波



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>



21世纪电气信息学科立体化系列教材

信号与系统 基础

主 编 金 波

副主编 涂玲英 黄金平 杨春勇



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统基础/金波 主编

武汉:华中科技大学出版社,2006年8月

ISBN 7-5609-3793-4

I. 信…

II. 金…

III. 信号系统-高等学校-教材

IV. TN911.6

信号与系统基础

金波 主编

责任编辑:王红梅

封面设计:秦 茹

责任校对:陈 骏

责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87557437

录 排:华中科技大学惠友文印中心

印 刷:湖北新华印务有限公司

开本:787×960 1/16

印张:28.5

插页:2

字数:608 800

版次:2006年8月第1版

印次:2006年8月第1次印刷

定价:42.00元(含CD 1片)

ISBN 7-5609-3793-4/TN·102

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)



21世纪电气信息学科立体化系列教材

编审委员会

顾问：

潘 垣（中国工程院院士，华中科技大学教授、博导）

主任：

吴麟章（教授，湖北工业大学）

委员：（按姓氏笔画排列）

王 斌（三峡大学电气信息学院）

余厚全（长江大学电子信息学院）

陈铁军（郑州大学电气工程学院）

吴怀宇（武汉科技大学信息科学与工程学院）

陈少平（中南民族大学电子信息工程学院）

罗忠文（中国地质大学信息工程学院）

周清雷（郑州大学信息工程学院）

谈宏华（武汉工程大学电气信息学院）

钱同惠（江汉大学物理与信息工程学院）

普杰信（河南科技大学电子信息工程学院）

廖家平（湖北工业大学电气与电子工程学院）

内容简介

本书全面论述了信号与系统的基本理论和基本分析方法,重点强调了信号、系统、变换和滤波器的基本概念。叙述方式采用从时域到变换域、从连续到离散、从单输入—输出分析到状态变量分析。本书共分9章,包括信号与系统的概念、连续系统的时域分析、连续信号的傅里叶分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、连续系统的系统函数、离散系统的时域分析、离散系统的 z 域分析和系统的状态变量分析。

本书的特点是用 Matlab 作为计算的辅助工具,并贯穿于全书中。把注意力集中到对概念、理论和分析方法的掌握上,从而提高学生运用计算机解决相关问题的能务。本书附有光盘,内有两套教学课件、例题精选、全书的习题解答以及书中出现或未出现的 Matlab 程序集。

本书简明易懂、风格独特、资料丰富,面向应用。可作为高等院校本科生的教材,也可供相关人员学习参考。

前言

信号和系统的概念很早就出现在人类生活和生产活动中。随着现代科学技术的发展,特别是计算机的广泛应用,信号与系统的分析方法和概念得到更广泛的应用。同时,这一领域的理论和实践研究迅速发展,分析和设计方法不断更新。“信号与系统”是电气信息学科的基础课程,主要研究确定性信号,重点讨论线性非时变系统。系统理论研究包括系统分析和系统综合两个方面。系统分析讨论系统对于输入信号所产生的响应;而系统综合则讨论根据给定要求来设计一个系统。本书主要讨论系统分析,着重研究信号传输和处理的一般方法。

本书是根据教育部颁布的《信号与系统课程教学基本要求》编写的。全书分为9章,第1、2章介绍连续时间信号和系统的时域分析,讨论信号和系统的特征、系统响应的求解和卷积计算方法;第3、4章介绍连续信号的傅里叶级数和傅里叶变换及应用,讨论周期信号和非周期信号的频谱、连续系统的频域分析方法;第5、6章介绍拉普拉斯变换及应用,讨论微分方程和动态电路的拉普拉斯变换分析方法,以及复频域系统函数在连续系统分析中的作用;第7、8章介绍离散时间信号、系统的时域分析和 z 域分析,讨论离散信号和系统的特征、离散卷积、 z 变换及应用;第9章介绍系统的状态变量分析,讨论状态方程的意义、列写和求解状态方程的方法。

本课程的教学有两种方法。一种是先讲授连续系统后讲授离散系统的顺序;另一种则是连续和离散并行的讲授方法。本书采用第一种,即前6章是介绍连续信号和系统的分析,第7、8章是离散信号和系统的分析,第9章是系统的状态变量分析,包括了连续和离散系统。选用这种讲授顺序的主要原因是:其一,连续系统容易理解,先连续后离散比较符合认知规律;其二,一般院校都开设了本课程的后续课程“数字信号处理”课程,它是研究离散信号和系统的。所以,从连续到离散更加适合这种课程结构。

“信号与系统”的教学改革从来没有间断,随着电子信息技术的发展,与之相关的知识、概念、硬件和软件不断更新,本课程的教材也随之发生较大的变化。经过多年的教学实践和教学改革,教师和学生都需要一本既满足教学基本要求又有加深拓宽的内容、还能加强工程实践能力培养的教材,本书就是本着这一基本原则编写的。编写的指导思想是“立足基础,精选内容,突出重点,利于教学”,使之成为满足一般院校使用的有特色的本科教材。在编写过程中力争处理好教学基本要求与考研要求、本课程与其他课程的衔接、一般教学与计算机辅助教学等关系,并尽量参考国外优秀教材,选用其中的习题,使之与国

际接轨。读者将会看到本书的结构和习题都比较新颖,具有以下特色:

(1) 选用 Matlab 作为辅助计算工具。作为运算和可视化工具的 Matlab 提供了强大的运算和画图功能,并且代码很精炼,编程容易,广泛应用于工程课程的教学。因此,熟练掌握 Matlab 的使用方法,必将在今后的研究工作中受益匪浅。本书在合适的内容处适当插入 Matlab 命令或程序,便于读者随时用 Matlab 解决问题。

(2) 本书中编写了 80 多个 Matlab 程序,组成了一个程序包(程序的文件名和功能见附录 D),用这些程序可以很好地解决“信号与系统”中出现的一般问题。这些程序收录在光盘中,读者利用这些程序或稍加修改就可以进行计算或画图,使用起来十分方便。

(3) 在精选习题时,本书采用分层次递进的结构。将习题分为三个层次:基本练习题,是大多数学生必须会做的习题,这种层次的习题在考试中占 70% 左右;复习提高题,这种题稍有难度,不要求人人会做,是给学有余力特别是要考研的学生提供的;用 Matlab 练习题,是供学生选用的习题,一般不做要求。

讲授全书内容约 64 学时。标有“*”号的内容为选讲内容,这些内容往往比较深入。另外,书中有关 Matlab 的内容可以让学生自学,由于学时有限,可在课外讨论。跳过这些内容并不影响本书的连续性。与本书配套的光盘里,有两套多媒体教学课件,可供不同教学环境的教师选用;有全部习题解答以及 Matlab 程序包,以利于学生自学。

本书由长江大学、武汉科技大学、湖北工业大学、武汉工程大学、中南民族大学、海军工程大学共同编著。由金波(长江大学)主编,并编写 1、3、6 章和 4 个附录;盛玉霞(武汉科技大学)编写第 2 章;李琼(武汉工程大学)编写第 4 章;涂玲英(湖北工业大学)编写第 5 章;黄金平(长江大学)编写第 7 章;杨春勇(中南民族大学)编写第 8 章;马赛(海军工程大学)编写第 9 章。全书由金波统稿。

由于编者水平有限,书中难免有错误与不妥之处,恳请读者批评指正。

作 者

2006 年 5 月

目 录

第 1 章 信号与系统的概念	(1)
1.1 信号的概念	(1)
1.2 基本连续信号	(6)
1.3 冲激函数	(16)
1.4 信号的运算	(22)
1.5 信号的时域分解	(27)
1.6 系统的概念	(30)
1.7 系统的性质	(32)
本章小结	(37)
思考题	(38)
阅读参考文献	(38)
习题	(39)
第 2 章 连续系统的时域分析	(43)
2.1 微分方程的建立	(43)
2.2 微分算子及其特性	(44)
2.3 微分方程的经典解法	(47)
2.4 冲激响应和阶跃响应	(55)
2.5 卷积	(59)
2.6 线性系统的时域求解	(72)
本章小结	(79)
思考题	(80)
阅读参考文献	(81)
习题	(81)
第 3 章 连续信号的傅里叶分析	(85)
3.1 引言	(85)
3.2 傅里叶级数	(86)
3.3 周期信号的频谱	(94)
3.4 傅里叶级数的性质	(100)

3.5 傅里叶变换	(102)
3.6 傅里叶变换的性质	(108)
3.7 周期信号的傅里叶变换	(123)
3.8 傅里叶反变换	(126)
3.9 抽样信号与抽样定理	(129)
本章小结	(135)
思考题	(137)
阅读参考文献	(137)
习题	(138)
第4章 连续系统的频域分析	(143)
4.1 引言	(143)
4.2 周期信号激励下的系统响应	(144)
4.3 非周期信号激励下的系统响应	(151)
4.4 信号的无失真传输	(155)
4.5 理想低通滤波器	(157)
4.6 调制与解调	(162)
本章小结	(172)
思考题	(173)
阅读参考文献	(173)
习题	(174)
第5章 连续系统的复频域分析	(179)
5.1 引言	(179)
5.2 拉氏变换和收敛域	(180)
5.3 拉氏变换的性质	(185)
5.4 拉氏反变换	(196)
5.5 微分方程表示系统的复频域分析	(208)
5.6 动态电路的 s 域模型及复频域分析	(210)
5.7 任意信号输入的零状态响应	(220)
5.8 拉氏变换与傅里叶变换的关系	(226)
本章小结	(228)
思考题	(229)
阅读参考文献	(230)
习题	(230)
第6章 连续系统的系统函数	(235)
6.1 系统函数	(235)
6.2 系统函数的零极点分布与时域响应	(241)

6.3 系统函数的零极点分布与频率响应	(248)
6.4 系统的稳定性	(256)
6.5 系统模拟	(265)
6.6 信号流图与梅森公式	(272)
本章小结	(278)
思考题	(279)
阅读参考文献	(279)
习题	(280)
第7章 离散时间系统的时域分析	(285)
7.1 引言	(285)
7.2 离散时间信号及其时间特性	(286)
7.3 离散系统的描述及其性质	(295)
7.4 差分方程的解法	(296)
7.5 单位冲激响应	(303)
7.6 离散卷积	(308)
本章小结	(315)
思考题	(316)
阅读参考文献	(317)
习题	(317)
第8章 离散系统的 z 域分析	(321)
8.1 引言	(321)
8.2 z 变换及收敛域	(321)
8.3 z 变换的性质	(325)
8.4 z 反变换	(335)
8.5 z 变换与拉氏变换的关系	(343)
8.6 差分方程的 z 变换解	(345)
8.7 离散系统的系统函数	(349)
8.8 离散系统的因果性和稳定性	(356)
8.9 离散系统的频率响应	(362)
本章小结	(369)
思考题	(371)
阅读参考文献	(371)
习题	(372)
第9章 系统的状态变量分析	(375)
9.1 引言	(375)
9.2 状态及状态方程的概念	(376)

9.3 状态方程的建立	(381)
9.4 连续系统状态方程的解	(395)
9.5 离散系统状态方程的解	(406)
本章小结	(412)
思考题	(413)
阅读参考文献	(414)
习题	(414)
附录	(419)
附录 A Matlab 的基本知识及常用函数	(419)
附录 B 三大变换的性质和常用变换对	(427)
附录 C 常用周期信号的傅里叶级数	(434)
附录 D 本书中 Matlab 程序列表	(435)
附录 E 习题答案	(436)

第1章

信号与系统的概念

本章讨论信号和系统的基本概念。对于信号,主要介绍信号及信号分类、基本连续信号以及信号的运算和分解。冲激信号、阶跃信号是最基本的信号,信号波形的变换是常用的信号运算方法。对于系统,主要介绍系统及系统的分类、系统的基本性质以及线性非时变系统的判别方法。线性非时变系统是主要的研究对象。

1.1 信号的概念

信号的概念是十分广泛的,各种声音、图像、温度、位移、速度、压力等都是信号,本书讨论的“信号”主要是电信号。电信号是随时间变化的电压或电流,这种变化与声音的音频变化、图像的色光变化、温度的高低变化、位移的大小变化、速度的快慢变化等相对应。这种变化着的电压或电流就是带有信息的信号。因此,信号中包含了信息。信号是信息学科研究的基本内容,对信号特征量的研究,特别是频谱结构特征的研究,在理论上和实际上都具有十分重要的意义。

1.1.1 信号

这个世界上到处都充满着信号,无论是来自自然界还是人类。例如,说话时气压的变化、一天中气温高低的变化以及心脏跳动产生的周期性律动等。信号代表着信息,一般而言,信号不能直接表达所包含的信息,还会受到干扰。在这种意义上,信号分析和处理构成了对有用信号进行放大、提取、保存或传输的基础。由于电信号比较容易处理,所以,在进一步处理信号之前,一般要将原始信号(气压、温度、机械位移、速度等)转换为电信号。在电系统中,信号的两种主要形式是电压信号和电流信号。

信号的描述方式主要有两种:一种是数学函数的表达形式;另一种是图形表达形式,

即信号的变化波形。

在数学上,信号可以表示为一个或多个变量的函数。例如,一个语音信号可以表示为声压随时间变化的函数;一张黑白照片可以用亮度随二维空间变量变化而变化的函数来表示。本书的讨论范围仅限于单一变量的函数。

信号除了可用时间来描述之外,还可以用频率来描述。这就是通常所说的信号的频率特性,即信号的自变量是频率。信号的频率表示与信号的时间表示一样,也含有信号的全部信息,由此产生了信号的时域分析和频域分析。信号可以分为连续信号和离散信号两大类。本章是对连续信号进行时域分析,它的频域分析将在第3章中进行。离散信号的时域分析放在第7章,而它的频域分析将在“数字信号处理”课程中讲授。

1.1.2 信号的分类

1. 确定信号与随机信号

确定信号是指一个可以表示为确定的时间函数的信号,即对于某一时刻,信号有确定的值。随机信号则不同,它不是一个确定的时间函数,通常只知道它取某一值的概率。

确定信号可以是完全确定的时间函数,如图1-1(注:本书插图中各常用变量的单位标注省略)所示的正弦函数 $f_1(t) = \sin(\pi t/2)$;也可以是非连续的时间函数,如图1-2所示的门函数为

$$f_2(t) = \begin{cases} 1 & (|t| < 1) \\ 0 & (t \text{ 为其他值}) \end{cases} \quad (1-1)$$

随机信号在任意给定的时刻取随机数。图1-3给出了一个随机信号。

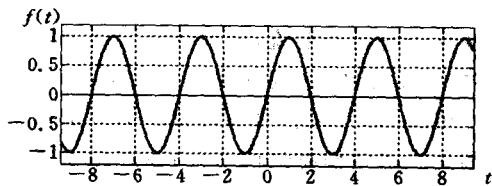


图 1-1 正弦函数信号

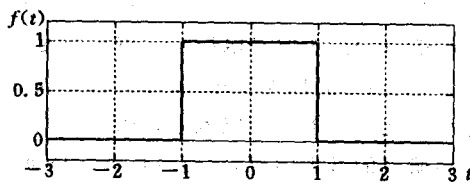


图 1-2 门函数

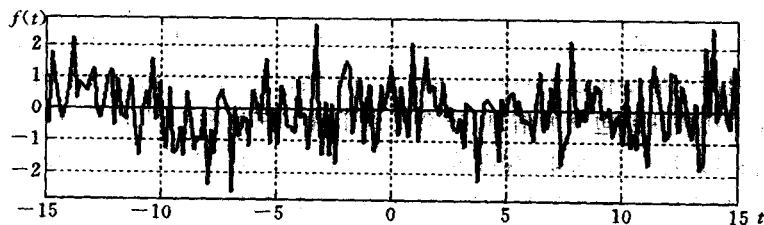


图 1-3 随机信号

2. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号是指在所讨论的时间内,对于任意时刻,除若干个不连续点外都有定义的信号。图1-1、图1-2、图1-3所示的都是连续时间信号。应该注意的是,这里的“连续时间”并不是说在数学上是连续函数,而是指连续时间变量的函数。

离散时间信号是指只在某些不连续规定的时刻有定义,而在其他时刻没有定义的信号。信号仅表示为自变量(如时间)的离散值。例如: $f(k) = \cos(k\pi/10)$,该离散信号的波形如图1-4所示。

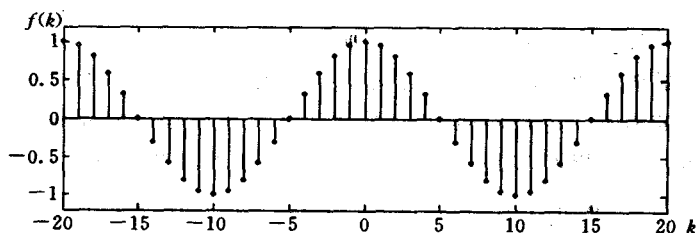


图1-4 余弦离散信号

连续信号 $f(t)$ 的自变量为连续时间 t ,而离散信号 $f(k)$ 的自变量是离散时刻的序号 k 。连续信号经过采样后得到离散信号,也称为采样信号或抽样信号。若其幅值被量化为有限数目的离散值,就会产生四种信号。模拟信号被量化就是量化信号,离散信号被量化就是数字信号,这四种信号如图1-5所示。

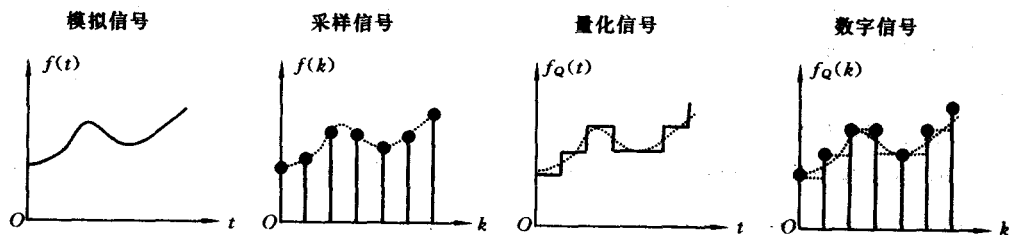


图1-5 模拟、采样、量化及数字信号

模拟信号或量化信号属于连续信号,采样信号或数字信号属于离散信号。

3. 周期信号和非周期信号

周期信号是指每隔一定时间 T ,周而复始且无始无终的信号。例如周期方波和周期锯齿波,其波形如图1-6所示。

对于周期连续信号,数学定义为:当且仅当

$$f(t \pm nT) = f(t) \quad (n \text{ 为整数}) \quad (1-2)$$

时,信号 $f(t)$ 是周期信号,其中常数 T 为周期。不满足式(1-2)的所有确定性信号都称为

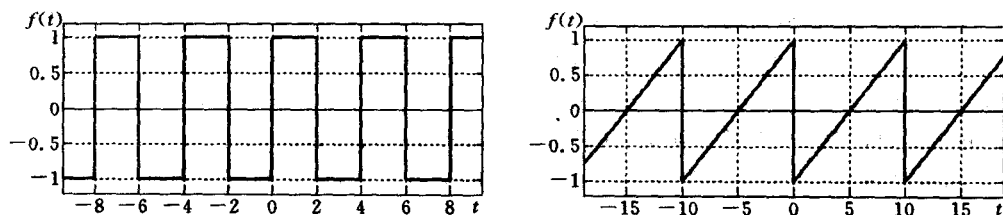


图 1-6 周期方波和周期锯齿波

非周期信号。非周期信号在时间上不具有周而复始的特性。

正弦信号是最典型的周期信号,对于任意给定的频率,正弦信号总是周期的。两个或多个正弦信号的和不一定是周期的,这取决于各个正弦信号的周期或频率之间的关系。正弦信号组合后的周期 T 是每个正弦信号完成整数个周期所用的最小持续时间,它由计算各周期的 LCM(最小公倍数)得出。基频 f_0 是 T 的倒数,它等于各频率的 GCD(最大公约数)。若它们的周期之比为有理数,或它们的频率是可约的,则它们的和是周期信号。

【例 1.1】 指出下面的信号中哪些是周期信号。

(a) $f_1(t) = 2\sin(2t/3) + 4\cos(t/2) + 4\cos(t/3 - \pi/5)$

(b) $f_2(t) = \sin t + 3\cos \pi t$

解 (a) $f_1(t)$ 中每个分量的周期分别是 3π 、 4π 和 6π 。

$f_1(t)$ 的公共周期是 $T = \text{LCM}(3\pi, 4\pi, 6\pi) = 12\pi$ 。因此, $\omega_0 = 2\pi/T = 1/6 \text{ rad/s}$ 。也可以先计算基频:每个分量的频率(以 rad/s 为单位)分别是 $2/3 \text{ rad/s}$ 、 $1/2 \text{ rad/s}$ 和 $1/3 \text{ rad/s}$ 。基频 $\omega_0 = \text{GCD}(2/3, 1/2, 1/3) = 1/6 \text{ rad/s}$ 。因此, $T = 2\pi/\omega_0 = 12\pi$ 。所以, $f_1(t)$ 是周期为 $T = 12\pi$ 的周期信号。

(b) 由于两个分量的频率 $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$ 、 $\omega_2 = \pi \text{ rad/s}$ 的比值是无理数,因此无法找出公共周期。所以 $f_2(t)$ 是非周期信号。

4. 能量信号与功率信号

信号可看作随时间变化的电压或电流,信号 $f_1(t)$ 在 1Ω 电阻上的瞬时功率为 $|f(t)|^2$,在时间区间 $(-\infty, \infty)$ 内所消耗的总能量和平均功率分别定义为

$$\text{总能量} \quad E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (\text{J}) \quad (1-3)$$

$$\text{平均功率} \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt \quad (\text{W}) \quad (1-4)$$

根据上式可定义以下信号类型。

1) 当且仅当 $0 < E < \infty$ 时, $f(t)$ 为能量信号,此时 $P = 0$ 。

2) 当且仅当 $0 < P < \infty$ 时, $f(t)$ 为功率信号,此时 $E = \infty$ 。

3) 不符合上述条件的信号既不是能量信号,也不是功率信号。

对于周期信号,信号功率只是每个周期上的平均能量,即

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt \quad (1-5)$$

周期信号的能量随着时间的增加可以趋于无限,但功率是有限值,所以周期信号属于功率信号,当然,功率信号还包含当 $|t| \rightarrow \infty$ 时功率仍为有限值的一些非周期信号。

注意:功率信号和能量信号是互斥的,因为能量信号的功率为零,而功率信号的能量为无限大,所以一个信号不可能既是功率信号,又是能量信号。但是一个信号可以是一个既非功率信号,又非能量信号,如单位斜坡信号 $f(t)=t(t \geq 0)$,是具有无限能量及无限功率的信号。除了具有无限能量及无限功率的信号外,非周期信号或者是能量信号 $[t \rightarrow \infty, P=0]$,或者是功率信号 $[t \rightarrow \infty, P \neq 0]$ 。

三种有用的脉冲波形的信号能量如图 1-7 所示。

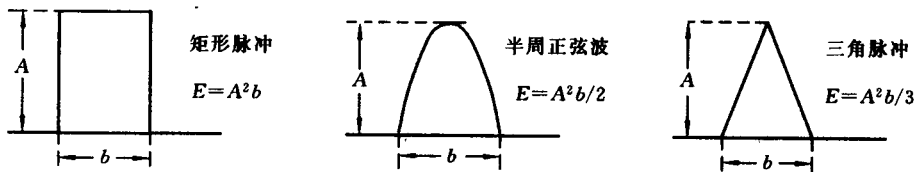


图 1-7 三种脉冲波形及能量

【例 1.2】 判断下面信号是否为能量信号或功率信号。

(a) $f_1(t) = e^{-2|t|}$

(b) $f_2(t) = 5\cos(10\pi t)\epsilon(t)$

(c) $f_3(t) = e^{-t}$

解 (a)
$$E_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-2|t|})^2 dt = \int_{-\infty}^0 e^{4t} dt + \int_0^{\infty} e^{-4t} dt$$

$$= 2 \int_0^{\infty} e^{-4t} dt = \frac{1}{2} \text{J}$$

$$P_1 = 0$$

所以 $f_1(t)$ 为能量信号。

(b)
$$E_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{T/2} 25\cos^2(10\pi t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{T/2} \frac{25}{2} [1 + \cos(20\pi t)] dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{25}{2} \cdot \frac{T}{2} = \infty$$

$$P_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} 25\cos^2(10\pi t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \frac{25}{2} [1 + \cos(20\pi t)] dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \cdot \frac{25}{2} \cdot \frac{T}{2} = 6.25 \text{W}$$

所以, $f_2(t)$ 为功率信号。

(c)
$$E_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T (e^{-t})^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2t} dt = -\frac{1}{2} e^{-2t} \Big|_{-\infty}^{\infty} = \infty$$

$$P_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E_3 = \infty$$

所以, $f_3(t)$ 既非功率信号, 又非能量信号。

【例 1.3】求图 1-8 所示周期信号的功率。

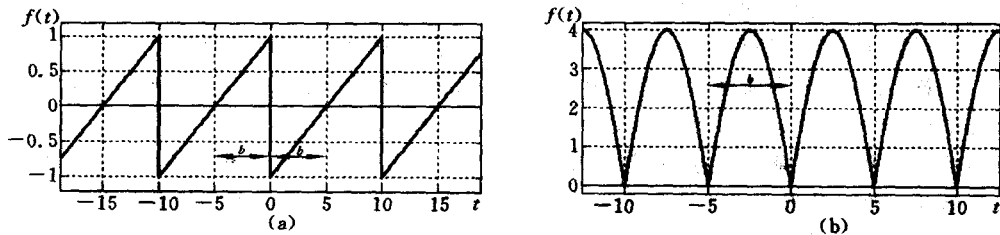


图 1-8 例 1.3 的信号

解 (a) 周期锯齿波的功率。由于 $T=b+b=10\text{s}$, 一个周期的能量为

$$E = \frac{1}{3} A^2 b + \frac{1}{3} (-A)^2 b = \frac{1}{3} A^2 T$$

信号的功率为
$$P = \frac{E}{T} = \frac{1}{3} A^2 = \frac{1}{3} \text{W}$$

(b) 全波整流波形的功率。由于 $T=b=5\text{s}$, 一个周期的能量为

$$E = \frac{1}{2} A^2 b = \frac{1}{2} A^2 T$$

信号的功率为
$$P = \frac{E}{T} = \frac{1}{2} A^2 = \frac{1}{2} \times 16 \text{W} = 8 \text{W}$$

1.1.3 按持续时间对信号的分类

信号的持续时间可以是有限的, 也可以是无限的。各种信号按持续时间定义如下。

无时限信号: 在时间区间 $(-\infty, +\infty)$ 内均有 $f(t) \neq 0$ 的信号。

因果信号: 当 $t < 0$ 时 $f(t) = 0$; 当 $t > 0$ 时 $f(t) \neq 0$, 可表示为 $f(t)\epsilon(t)$ 。

右边信号: 当 $t < t_1$ 时 $f(t) = 0$; 当 $t > t_1$ 时 $f(t) \neq 0$, 起始时刻为 t_1 。因果信号为右边信号的特例。

左边信号: 当 $t > t_2$ 时 $f(t) = 0$; 当 $t < t_2$ 时 $f(t) \neq 0$, 终止时刻为 t_2 。

时限信号: 在时间区间 (t_1, t_2) 内 $f(t) \neq 0$, 而在此区间外 $f(t) = 0$ 的信号。

上述几种信号的波形如图 1-9 所示。

1.2 基本连续信号

实际信号大部分都是不同形式的复杂信号, 它们是由常用的基本信号组合而成的。因此了解常用的基本信号是非常必要的。