

全國測繪科學技術經驗交流會議

資料選編
重力測量

測繪出版社

全国測繪科学技术經驗交流會議資料选編

重 力 測 量

編 者	全国測繪科学技术經驗交流會議 資 料 选 編 編 輯 委 員 会
出 版 者	測 繪 出 版 社 北京宣武門外永光寺西街8号 北京市書刊出版業營業許可證出字第081号
发 行 者	新 华 書 店 科 技 发 行 所
經 售 者	各 地 新 华 書 店
印 刷 者	地 質 出 版 社 印 刷 厂 北京安定門外六鋪炕40号

印数(京)1—1,500册	1959年9月北京第1版
开本 $33^{\circ} \times 46^{\circ} \frac{1}{32}$	1959年9月第1次印刷
字数100 000	印张 $3^{\frac{15}{16}}$ 插頁2
定价(8)0.47元	統一書号: 15039·353

出 版 說 明

一九五九年二月在武汉召开的全国測繪科学技术經驗交流會議广泛地交流了各方面的先进經驗和技术革新成就。为供全国測繪工作者学习先进經驗的参考，今由大会秘書处組成編輯委员会，按专业編选汇集，予以分册出版。

本册介紹了我国重力測量概况，重力測量布置，重力測量方法和工作經驗，重力測量計算以及仪器試制等。可供重力測量研究人員、作业人員以及石油、地質、測繪院校重力专业师生参考。

为加快出版時間，本資料选編由測繪、建筑工程、水利电力、煤炭工业等四个出版社協作出版。

目 录

第一节 总論

- 我国重力測量概况..... 全国測繪科学技术經驗交流大会重力組 (3)

第二节 重力測量布置

- 一、对中国重力測量布置的意見..... 武汉測繪学院天文重力教研組 (12)
- 二、天文-重力水准中重力点量測精度
..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (27)
- 三、二等重力点間联測的精度問題
..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (42)

第三节 重力測量方法及工作經驗

- 一、北京高精度重力加密網的联測試驗报告
..... 国家測繪总局重力队 (48)
- 二、二等重力点单綫联測方法的研究
..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (63)
- 三、重力仪的常数檢定..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (72)
武汉測繪学院天文重力教研組

第四节 重力測量計算問題

- 一、两种天文重力水准計算模板的比較
..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (89)
武汉測繪学院天文重力教研組 5541 班
- 二、鄂尔多斯重力代表誤差的推导
..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (99)

第五节 仪器試制

- 一、气压測高仪的試制报告
..... 中国科学院武汉測量制图研究所重力組 (107)

重力測量

第一節

總論

一、我國重力測量概況

全國測繪科學技術經驗交流大會重力組

(一) 重力測量在大地測量上的應用

重力測量是近代大地測量中的一個重要組成部分。

大家知道，大地測量的計算工作是在參考橢球面上進行的，因此，在三角網平差之前，首先必須將在地面上實測得到的基綫長度和水平方向（或水平角）歸算到所採用的參考橢球面上。過去，我國大多採用平展法（或稱展開法與擴展法），即將地面上所測得的結果歸算到大地水準面上，當作是歸算到參考橢球面上。但是大地水準面與參考橢球面的偏差最大可以達到幾十公尺至一百餘公尺，因此採用平展法在計算中就會產生系統誤差。如果採用投影法，利用大地高將地面量測的數據直接歸算到參考橢球面上，就可以避免這種誤差，而能求得精確的大地坐標。

大地高是由地面到似大地水準面的正常高和由似大地水準面到達參考橢球面的高程異常兩部分組成。正常高可由精密水準測量加入重力改正求得，而高程異常則用天文水準或天文—重力水準測量的方法求出。

我們在地球表面上量測基綫，要求達到的精度是 1:1000 000，當按照高程歸算到大地水準面上時，如果大地水準面偏出橢球面

的距离为30公尺（30公尺的偏差是很普遍的），則基綫本身归算的精度只能达到1:200 000。由此可見应用平展法时，我們在地面上精确的丈量基綫就沒有多大意义了。

假定只采用天文—大地水准，則根据計算，要保証高程异常的精度在2—3公尺以內，必須每隔10公里或20公里就測一高精度的天文点，而对于复杂的山区还須加密。这样做工作量相当大，一般均不采用。所以天文—重力水准是一个切实可行迅速簡便的方法。要进行这项工作，除了在全国范围內进行控制点測量外，还必須在每一条一等三角鎖的天文点（鎖环交叉处的拉伯拉斯点和鎖段中間的天文点）周围进行重力加密測量。

在地面測量角度时，由于相对垂綫偏差的影响，給观测方向带来了一定的誤差，当相对垂綫偏差小于 $2''$ 时，这种影响可以忽略，但是地面的相对垂綫偏差往往大于此值，故須求出各三角点上的垂綫偏差加以改正。而垂綫偏差最好是用重力測量資料来推算，因为用天文測量的方法推求垂綫偏差須要在每个三角点上进行天文測量（甚至更密一些），而用重力方法則比較簡便。

在进行水准測量时，由于水准面的不平行，其閉合誤差随水准路綫而异。由我国已測的二等水准网閉合結果看出，最大的可达235公厘，因此，必須采用一高程系統使环形水准网在理論上閉合。从前所采用的正高系統，由于我們无法知道地面到达大地水准面間的实际重力平均值，故求出的不是正高而是近似高。从現有二等水准网的計算結果看出采用这种高程系統有时甚至会使閉合差增大。苏联科学院院士 M·G·莫洛金斯基根据大地重力学的理論，提出了新的高程系統——正常高，并在苏联1955年水准測量則細（中譯本測繪出版社1956年出版）中得到了明确的規定，这种高程系統可以利用重力資料准确的求出。所以在进行一、二等水准測量时，必須采取正确的高程系統并沿水准路綫敷設重力点，才能得出正确的高程。

为了使参考椭球体正确的定向，必須应用大量的重力資料来求出大地原点上的绝对垂綫偏差和绝对高程异常。

由以上所述，我們知道大地測量数据的归算，水准測量成果归算和参考椭球体的定向，都需要在广大的国土上按照一定的密度进行重力測量，这项工作是相当繁重的。据初步統計，需要測定6000余个重力点（海洋面上青藏地区以及其他困难地区所需要的重力点还不包括在內）。为了使重力測量資料能及时供应大地測量的需要，就必须采用多、快、好、省的原则进行工作，为此，国家測繪总局重力队、中国科学院測量制图研究所、武汉測繪学院、中国人民解放军測繪学院等从事重力測量工作的同志，在党和国家測繪总局的领导下，进行了大量的野外測量、科学研究和培养重力測量队伍等工作，几年来取得了巨大的成績。

（二）我国重力測量概况

旧中国的重力測量是极端落后的，虽然法国人雁若飞和伪政府北平研究院物理研究所曾經測量了二百余重力点，但是由于当时重力測量的目的性不明确以及使用的仪器沒有經過严格的檢定，这些成果在今天都沒有多大的实用价值。

解放后，由于党和政府的正确领导和重視，以及苏联政府的无私援助，几年来特别是1958年大跃进以来，我国重力測量工作以空前未有的速度和規模开展起来了，重力測量的队伍也日益壮大。

1953年，中国科学院地理研究所大地測量組（中国科学院測量制图研究所前身）和总參謀部測繪局，首先利用四摆仪开展这项工作，到1956年先后測量了約一百余个重力点。

1956—1957年，在苏联的无私帮助下，我国完成了由一百零三个高精度重力点組成的重力控制网，同时进行了国际联測，使我国的重力网与波茨坦重力系統，苏联、蒙古、越南、朝鮮等社会主义国家的重力网接連起来，这些控制网的联測精度完全达到了国际水平，它的建立为我国进一步开展大規模的普遍重力測量准备了必要的条件。

1957年上半年，国家測繪总局重力队成立，統一領導了全国的重力測量工作。

1957年上半年，苏联专家B. B. 布洛瓦尔到武汉測繪学院講授重力測量学和地球形状学。国家測繪总局、武汉測繪学院中国人、民解放軍測繪学院、中国科学院測量制图研究所等单位都派人参加了学习。苏联专家B. B. 布洛瓦尔，不但为我国培养了一批重力測量的研究人員和技术人員，同时在他的指导下，根据苏联的經驗和莫洛金斯基的先进理論，为中国的重力測量布置設計了一个經濟合理的方案。国家測繪总局重力队和中国科学院測量制图研究所根据这一設計拟定了全国重力測量规划，为我国大規模开展重力測量工作准备了組織条件。

我們的任务就是在这个基础上，开展最后一級控制——二等点的联測工作，和天文-重力水准測量所需的重力加密測量工作。

为了使全国重力測量在統一規定的精度和方法下进行。国家測繪总局与中国科学院測量制图研究所，根据野外丰富的实际工作經驗和应用了先进的地球形状理論，在1958—1959年拟訂了重力測量細則。

1958年开始，国家測繪总局重力队和中国科学院測量制图研究所都进行二等重力点和重力加密点联測的試驗工作。由于党的正确領導和国家測繪总局重力队苏联专家B. И. 費德洛夫同志的指导，同志們鼓足干劲，敢想、敢做，貫徹了多、快、好、省的方針，創造了先进的測量方法，測量一百三十多个二等重力点和七十余个重力加密点，不仅提前并超額完成了任务，而且还总结出一套重力測量工作的經驗，培养了一批熟練的野外作业人員，为今后更大的跃进創造了条件。

几年来，重力測量队伍有很大的发展，中国人民解放軍測繪学院在1956年開設了重力測量专业，培养了一批重力測量的專門人才，該院还編写了“重力測量学”（何紹基編，測繪出版社，1957年出版），武汉測繪学院在天文大地系中也開設了重力測量課程，在教学改革的基础上，根据我国的具体情况和先进的理論与科学成就，編写了适合天文大地測量专业的重力測量教材。現在，我国的重力測量工作者已由1953年的几个人发展到近百人，

可以预料，随着我国测量事业的发展，这支大地测量中不可缺少的队伍将会有更大的发展。

重力测量资料，不仅可以应用在大地测量上，而且也用于地球物理学和物理勘探的工作中。几年来石油部、地质部、煤炭工业部等单位进行了大量的重力测量工作，对大地测量工作也有极大的帮助，因此，我们希望有关单位能多与我们联系，共同为进一步发展祖国的重力测量事业而奋斗。

(三) 重力测量学的科学研究和技术革新

如上所述，重力测量工作是很艰巨的。因此，中国科学院测量制图研究所、国家测绘总局重力队、武汉测绘学院、中国人民解放军测绘学院等单位，进行了广泛的科学研究和技术革新工作，大大的促进了我国重力测量事业的发展。

我们知道重力点的布置直接影响到重力测量工作量的多少。如果布置得合理，我们就能够达到既能满足大地测量上的需要，又能节省工作量的目的。否则，就会造成浪费，或不能满足精度要求。因此，在全国范围内开展重力测量工作之前，必须在理论上研究布点的问题。中国科学院测量制图研究所和国家测绘总局重力队在苏联专家B.B.布洛瓦尔的指导下，吸取了苏联的先进经验，提出了平原地区的合理布置方案。根据研究的结果，中国重力点的数目比苏联现有的布置方案（每1000平方公里一点）减少了40%左右。在山区，我国与苏联的情况也不尽相同。因此，我们必须根据我国的特殊条件，研究一个经济而可靠的山区布点方案。中国科学院测量制图研究所和武汉测绘学院在这方面进行了研究。根据初步的研究结果，我国山区重力点的数目比按苏联原来的布点方案约减少三分之一左右。这些研究的成果大大减少了我国重力测量的工作量，可以为国家节省了大量的人力和经费开支。

重力测量的精度与测量方法的繁简和工作量的多少有着密切的联系。当精度规定过高时，就须增加仪器和联测的次数。规定

得过低，就不能满足大地测量的精度要求。因此，中国科学院测量制图研究所在这方面也进行了研究，对二等点的联测精度和重力加密点的联测精度以及它们的点位精度拟定了比较合理的方案。

重力测量方法的好坏直接影响到完成任务的期限和经费开支，中国科学院测量制图研究所在这方面进行了多方面试验工作。在重力仪联测的工作中创造了单线联测法。过去重力仪测量一直是采用多架仪器多次联测的方法（如图1所示），不论控制点间有多少个重力施测点和不管施测仪器的好坏，每点都要联测三次。这种方法虽然有其优点，但是它不仅需要较大的经费开支，而且速度很慢。

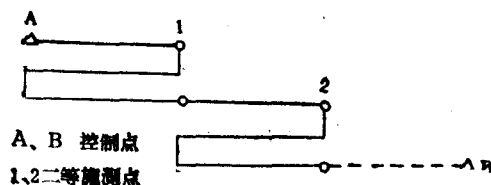


图 1

单线联测法（如图2所示），从控制点出发只需进行一次联测，这样无论在时间和经济上都较原测量

方法节省三分之二。不过这里需要指出，这种方法只有在仪器质量较好的情况下才能应用。下表是单线联测法和多次联测法所得结果的精度。



图 2

1. 单线联测

点 名	平 湖	长 兴	南 城	宁 都	茶 陵	醴 陵	思 平
联测中误差	± 0.04	± 0.70	± 0.02	± 0.28	± 0.04	± 0.01	± 0.03

电 白	云 浮	新 丰	韶 关	郴 县	平 江	崇 阳	信 宜	平均
± 0.15	± 0.09	± 0.41	± 0.33	± 0.76	± 0.14	± 0.20	± 0.12	± 0.22

2. 多次联测

点 名	南陵	长兴	平湖	宁波	黄岩	温州	白水	嵊县	歙县	景德鎮
联测中誤差	± 0.17	± 0.13	± 0.26	± 0.34	± 0.17	± 0.44	± 0.30	± 0.37	± 0.40	± 0.34

东乡	上方	遂川	信丰	会昌	梅县	仙头	陆丰	紫金	平 均
± 0.11	± 0.18	± 0.36	± 0.14	± 0.12	± 0.23	± 0.20	± 0.28	± 0.16	± 0.25

由表可以看出，单綫联测方法是能够滿足精度要求的。

摆仪測量一直是被人認為落后的測量方法。但是經過中国科学院測量制图研究所的試驗，采用摄影記錄来代替符合观測法以后，每个測站的观測時間由70—90小时縮短到6—8小时。如将儀器的設備和操作方法再加以某种改进，摄影記錄法的观測時間还可由6—8小时縮短到15—30分鐘。这样就大大的增高了观測速度，改变了摆仪的落后面貌，使摆仪測量接近重力儀的速度。

在重力联测的同时，需要确定重力点的坐标和高程。由于我国絕大多数地区，还没有精密的地形图，所以高程和位置联测工作就大大的影响了重力測量的速度。在解决这个問題时，可以尽量将重力点布置在三角点和水准点上或其附近。这样，在布置重力点时，就需要收集大量的三角和水准測量資料。在这方面，我国有很多測量单位建立了各种等級的三角网和水准网，我們热誠地希望能够得到各兄弟单位的支持，将得到的各种資料供給国家測繪总局重力队，以加速重力測量工作的进行。但在实际布点时，由于資料的限制和理論上的要求，不可能把所有的重力点都布置在三角点或水准点上。因此研究快速确定重力点坐标和高程的方法，就有着极其重要的意义。由此，中国科学院測量制图研究所进行了各方面的試驗和研究工作：

(1) 利用野外实际觀測的天文經緯度和根据新測1:100 000地圖內插得到的經緯度比較，大体上得到：由旧圖內插緯度的精

度在 $\pm 30''$ 左右，內插經度的精度在 $\pm 1''$ 左右。根据这个初步研究的結果，可以認為在进行加密点的外环測量时，如果对当地旧图預先加以研究，肯定其質量，則重力点的位置可以由旧图上量得。

(2) 在輕便小型的工程水准仪上，裝上等高稜鏡，使水准仪一方面能用于測定高程，同时也能用稜鏡等高的方法測定天文經緯度，減少了重力測量队的野外装备。

(3) 試制了精度較高的地形气压測高仪，和补偿式的气压測高仪，根据野外試測的結果，在30公里的范围内，一架地形測高仪的測量精度在2.0—2.5公尺左右，这一精度已能滿足重力点高程的精度要求。

但是气压測高仪往往受到气候条件和時間上的限制，因此中国科学院測量制图研究所与武汉測繪学院合作試制了自动測高仪。

国家測繪总局也利用空盒气压計进行了測定重力点高程的試驗，根据試驗結果，这种方法可以应用在低精度天文-重力水准中的加密点，和高精度的外环加密測量。此外，还进行了五十万分之一航空图量取重力点坐标的試驗工作。根据試驗結果，这种方法可以应用在加密圈的外环重力点。中国人民解放军測繪学院和中国科学院測量制图研究所还試制了太阳稜鏡，裝于經緯仪上以測定重力点的經緯度。以上这些試驗和研究，对加速重力測量工作有很大的实用意义。

測量仪器制造是重力測量事业发展的一个重要环节。过去我国的仪器多数从国外进口，不仅价錢昂貴，而且不易买到。为了解决仪器不足的困难，中国科学院測量制图研究所在党的领导下，破除了迷信，在短短的五个月中，試制了ГAK-3M重力仪，小型重力仪。虽然这些仪器在目前还不能达到精度要求，但是为我们自己設計和制造仪器打下了良好的基础。

在获得重力資料以后，我們需要利用它来計算每个三角点的垂綫偏差和基綫之大地高，目前在国际上已有一些計算方法。但

它們都較繁，不易掌握。因此中国科学院測量制图研究所进行了簡化計算方法的研究，提出了一种新的天文-重力水准的計算模板。这一模板与莫洛金斯基模板比較，其优点是不用进行重力异常內插，及减少乘法的計算，只需进行簡單的数点工作，故便于掌握，并提高了工作效率，其精度两者一致。

(四) 重力測量今后的任务

几年来，我們在党的正确领导下，做了不少的工作，也获得了一些成績。但是摆在我們重力測量工作者面前的任务还很艰巨。根据国家測繪总局的指示，我国的天文-大地网平差工作将在1961年进行，因此要求我們在1961年完成全国的重力測量（約6000多个点），为了能以多快好省的原則按期完成这一任务，首先我們必須立即开始設計和制造海洋重力測量的仪器，并尽早的开展海洋重力測量工作，以便进行沿海地区的天文-重力水准測量。其次，我們还应进一步掀起技术革新的高潮，大胆改革測量方法，解放思想、破除迷信，大搞仪器制造，使我們在短期內能大量制造高精度的重力仪。中国人民解放军測繪学院已开始进行压电重力仪的試制工作，这一工作是具有很大的意义。与此同时能将自动測定坐标高程的仪器試制成功，就会使重力測量工作进入自动化、电子化的时期。再次，我們需要繼續进行理論研究：重力点的合理分布和天文-重力水准測量中高程异常和垂綫偏差計算方法的研究，使我們能及时計算出基綫上的大地高和各三角点上的垂綫偏差，以滿足大地測量的需要。

虽然目前我国重力測量的基础还很薄弱，摆在我們面前的困难还很多，但在党的领导和总路綫的鼓舞下，我們重力測量工作者滿怀信心，决心鼓足干劲苦战三年，按期完成全国重力測量任务，从根本上改变我国重力測量的落后面貌，跨入世界的先进行列。

第 二 节

重 力 測 量 布 置

一、对中国重力测量布置的意见

武汉测绘学院天文重力教研组

(一) 序 言

在著作〔1〕中已将我国重力测量的布置作了合理的安排。目前国家测绘总局重力测量队已按这个方案开始在我国进行大规模的加密重力测量工作。根据作业单位的意见，我们对有关资料进行了分析研究，并作了具体的计算，觉得著作〔1〕中的方案还有改进的必要。因此在本文的第一部分中，就对平原地区的重力测量布置作了补充。

对于山区的重力测量布置，在我国还是一个悬而未决的问题，所以本文也对山区的重力测量布置问题，根据苏联有关方面的资料，并结合我们的意见，也提出了初步的方案，作为作业单位布置时的参考。

(二) 平原地区重力测量的布置

在〔1〕中对重力测量进行设计时，是根据水准线路两端间的高差的误差仅与 $\sqrt{n}$ 成比例的要求，即

$$\sqrt{n} \times 2l \times m = 2-3m,$$

式中 $n = \frac{S}{2l}$;

S ——水准路线的长度，在此为 800km—1000km（低精度）；

$2l$ ——两天文点之间的距离，

m_0 ——重力测量的垂线偏差的误差。

則

$$\sqrt{S} \times \sqrt{2l} \times m \leq 2-3m;$$

$$\sqrt{2l} \times m \leq 2-3m / \sqrt{S} = \text{常数}.$$

根据上述要求，量取了我国天文点间的距离 $2l$ 大约为80—140公里。因此〔1〕中对80、100、120、140公里四种距离分别求出重力点最合理的布置方案。按照苏联的例子，沿着某些三角锁进行高精度天文重力水准时，垂线偏差的误差 m'' ，假定为 $\pm 0''.43-0''.50$ 。而对于一般的天文重力水准路线 m'' ，假定为 $\pm 1''.0-1''.3$ 。

根据这样的情况看来，在天文大地网中，除了一等三角锁段的基线端点上所具有的一等天文点外，还必须在一等三角锁段的中部增设一等天文点。按原来我国建立天文大地网的规定，再隔70—100公里测一个天文点，这样每条一等锁可能需测两点。而现在规定一般每条一等锁段中只测一点。因此天文点间距离约为100公里，最大可能达到140公里。但目前实际上已经施测的天文点并不多，就是按现在的规定，仅我国的东南部地区，还需补测108个一等天文点。这个工作量是相当庞大的。我们知道测中间天文点的目的，是仅仅为了求垂线偏差用的。因此我们提出，是否可以在布置重力测量时将天文点间的距离放长到200公里，使它恰为一等三角锁两基线间锁段的长度，就是说一等锁段中部天文点是否可以不测。根据我们的分析和计算的结果来看，这样做是可以的。其理由叙述如下：

原来在〔1〕中只考虑中国敷设一条高精度的天文重力水准线路。这条线路离最远的低精度天文重力水准线路的距离约为800—1000公里。但是现在根据国家测绘总局的计划，在我国天文大地网内将敷设两条高精度的天文重力水准路线作为低精度天文重力水准的控制，并和苏联的高精度天文重力水准相联系。因此，高精度的天文重力水准线路到最远的低精度天文重力水准线路的距离由原来的800—1000公里缩减到400—500公里。由此，我们

根据重力測量細則草案中的規定，由苏联普尔科伐大地原点到北京大地原点的一等三角鎖長大約为7000—8000公里，而从北京到达中国最南边的一等三角鎖長大約为2000公里，所以总長大約为： $S=10\,000$ 公里。假定天文点之間的平均距离为： $2l=100$ 公里（对高精度天文重力水准來說），則高程异常的传递誤差为：

$$\delta N = m_0 \sqrt{2l \cdot S} = 1000m$$

如果規定 $m_0 < 0''.5$ ，則 $\delta N < 2.5m$ 。而对于低精度天文重力水准綫路，現在 $S=500$ 公里， m 和 δN 仍然按細則草案規定为 $1''.5$ 和 $\delta N < 2.5m$ ，这样保証高程异常誤差不超过 $2-3m$ 。因此

$$2.5m = 1''.5 \sqrt{2l \cdot 500}$$

根据上式算得天文点間的平均距离 $2l$ 可为200公里。这就是說我們从求得高程异常的精度来看，这样做是可以的。

此外，在推导天文重力水准的基本公式时，根据

$$-(\zeta_{A\Gamma}^B - \zeta_{A\Gamma}^A) = -(\zeta^B - \zeta^A) + \int_{(AB)} (\vartheta_z + \kappa) dl_\mu$$

在求上式右端的第二項 $\int_{AB} (\vartheta_z + \kappa) dl_\mu$ 时，由于假定在参考

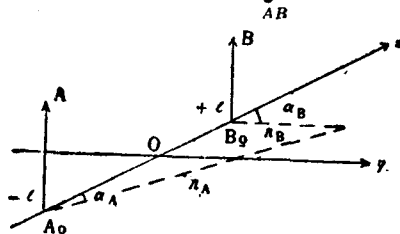


图 1

椭圆体上的距离 A_0B_0 (即 $2l$) 为100公里，这是一个很短的距离，所以在推导公式时将椭圆体表面当成平面，坐标原点放在 A_0B_0 的中点上， x 軸朝向 B_0 ， $A_0B_0=2l$ ，假定

$\vartheta_z + \kappa$ 在 A 和 B 之間成直綫变化，則

$$\vartheta_z + \kappa = a + bx$$

那么
$$\int_{(AB)} (\vartheta_z + \kappa) dl_\mu \approx \int_{-l}^{+l} (a + bx) dx = 2al,$$

現在我們取平均距离 $2l=200$ 公里，由于距离扩大一倍，是否仍能將 A_0B_0 当成是平面的距离呢？現在来討論这个問題。我

們知道大圓弧的参数方程为:

$$x = R \sin \varphi,$$

$$y = R \cos \varphi.$$

因为 x 軸放在 A_0B_0 的方向上, 所以計算与 y 无关, 由图 2 可以看出

$$S = R \varphi,$$

$$\text{即 } \varphi = \frac{S}{R}.$$

将 φ 值代入 $x = R \sin \varphi$ 式中

$$x = R \sin S/R$$

$$S = R \sin^{-1} x/R$$

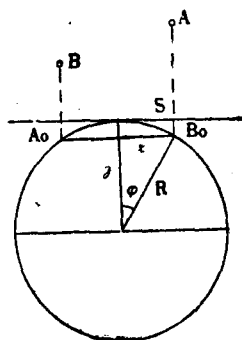


图 2

在球面上我們仍假定 A 、 B 点之間的 $\vartheta_z + \kappa$ 成直綫变化, 因为我們可以增加重力測量区域 σ 的半径来保証这个条件。則

$$\vartheta_z + \kappa = a' + b' R \sin^{-1} \frac{x}{R} = a' + b' x + b' R \frac{\left(\frac{x}{R}\right)^3}{6}$$

这样一來

$$\int_{AB} (\vartheta_z + \kappa) dl_\mu \approx \int_{AB} (a' + b's) ds = \int_{AB} \left(a' + b'x + \frac{b'}{6R^2} x^3 \right) ds.$$

但

$$ds = \left(1 + \frac{x^2}{2R^2} \right) dx,$$

$$\text{所以 } \int_{AB} (a' + b's) ds = \int_{AB} \left(a' + b'x + \frac{b'}{6R^2} x^3 \right) \left(1 + \frac{x^2}{2R^2} \right) dx$$

$$= \int_{AB} \left(a' + b'x + \frac{b'}{6R^2} x^3 + \frac{a'x^2}{2R^2} + \frac{b'x^3}{2R^3} \right) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \left(a' + b'x + \frac{a'x^2}{2R^2} + \frac{b'}{6R^2} x^3 + \frac{b'x^3}{2R^3} \right) dx$$