财经类职业教育系列教材

数　学

概率及数理统计初步

主编　刘　煜

中国致公出版社

数　学

（概率及数理统计初步）

刘　煜　　主　编
徐玲君　　副主编
史[illegible]　　[illegible]审

图书在版编目(CIP)数据

概率及数理统计初步/刘煜主编．-北京:中国致公出版社,1995.8
财经类职业教系列教材
ISBN 7-80096-126-5

Ⅰ．概… Ⅱ．刘… Ⅲ．①概率论-职业教-教材②数理统计-职业教育-教材 Ⅳ．021

中国版本图书馆CIP数据核字(95)第13228号

概率及数理统计初步
刘　煜　主编
*
中国致公出版社出版发行
(北京西城区太平桥大街4号)
各地新华书店经销
北京怀柔王史山胶印厂
*
850×1168毫米　1/32　7.125印张　152千字
1995年8月第1版　1995年8月第1次印刷
印数01—5000
ISBN 7-80096-126-5/G·69
定价:11.50元

编审委员会

编 审 说 明

为适应经济体制改革和教学改革的需要，我们组织了一批长期从事基础课教学和财会教学、教研与实践的专家和教师，由何光明任总编，方致臣为副总编，编写了这套《数学》教材，作为“财经类职业教育系列教材”的第二批。

这套教材是根据国家教委和财政部审定颁布的教学大纲和教学计划编写的。其特点是：紧密围绕财经类职业教育的培养目标和专业特点，在内容上力求把握好基础理论和专业应用的关系，相对加强了应用；在体系上分块比较清晰，便于选用组合。

全套教材包括《基础部分（上）》、《基础部分（下）》、《微积分》、《概率及数理统计初步、》、《线性代数及其应用初步》等五本书 。经审定，同意作为财经类全日制中专学校、职业学校和各类形式的岗位培训教材，也可作为在职干部业务学习的参考用书。

书中不足之处，恳请读者予以指正。

教材编审委员会

一九九五年七月

前　言

本书是根据国家教委1987年8月审定的中等专业学校《数学教学大纲》结合这几年试用统编教材的实际编写的。

教材内容的选取充分体现了“降低理论，精选内容，压缩课时，加强应用”的原则，既考虑到数学课程的科学性、系统性，又兼顾了财经类中专教育的特点和要求，在编写过程中力求做到文字叙述通俗易懂，简明扼要，术语准确，重点突出，重要概念的引入，力求自然。例题编排和习题配备深入浅出，难易适当。例题较多，有利于加深对基本内容的理解和掌握。每章附有小结和复习题，便于复习和自学。本书可作为财经类初中专、高中专各专业的教科书、参考书或自学用书。讲授本书大约需要64学时。

参加本书编写的有：刘煜（第一、二章），赵金锁（第三章），蔡玲君（第四章），金志英（第五章）等。全书由刘煜、蔡玲君修订总纂。刘煜主编，蔡玲君副主编，史昭主审。在编写过程中参考了有关的概率和数理统计教材，并得到了有关方面的大力支持，谨在此致谢。

由于编者水平有限，加以编写时间仓促，书中疏漏缺点在所难免，恳请读者和同行不吝批评指正。

编　者

1995年6月

目　　录

第一章　随机事件及其概率

概率论是研究随机现象规律性的科学，是近代数学的重要组成部分。它在自然科学以及经济工作中有着广泛的应用，同时也是数理统计的基础，因此具备一些概率论的基本知识对于财经类学生和经济工作人员是十分必要的。

本章介绍随机事件和概率的概念、概率的计算以及两个概型和四个公式：

§1—1　随机事件

一　随机现象

在现实世界中，有一些现象在一定条件下必然出现，如向上抛一石子必然落下，人和一切动物离开空气就会死亡，同性电荷，必然相斥，等等。我们把这些现象称为必然现象。然而，在现实世界中，我们更经常遇到的则是另一类现象，这一类现象与必然现象不同，它们在一定条件下有时出现，有时不出现。例如，在相同条件下抛同一枚硬币，其结果可能是国徽面朝上（正面），也可能是数字面朝上（反面），并且不论怎样控制抛掷条件，在每次抛掷之前，无法肯定抛掷的结果是什么；从一批含有次品的产品中任取一件，取到的可能是正品，也可能是次品，事先是无法预知的，也是不能确定的；篮球运动员投篮，可能投中，也可能投不中，事先不得知道。诸如此类，不确定现象，我们称之为随机现象。

随机现象在确定的条件下发生怎样的结果是不确定的，即就是具有随机性。这仅仅是随机现象的一个方面，在大量重复试验或观察下，随机现象的结果却呈现出某种规律性，这是它的另一面。例如，多次重复抛一枚硬币得到正面朝上大致有半数；一批产品多次重复抽查，可以看到它的次品率；运动员多次重复投篮，可以观察到他的命中率。随机现象在大量重复试验或观察中所呈现出的

固有规律性，我们称之为统计规律性。

一类现象，在个别试验中呈现出不确定性，在大量重复试验中，又具有统计规律性，我们称之为随机现象。

二　随机试验

在研究随机现象时，为了方便起见，经常要用到随机试验这一概念。这里所指的试验的念意是广泛的，如做各种科学试验，对某个事物的某一特征进行观察或记录等。随机试验就是对随机现象的一次观察或实验。我们用 E 表示随机试验。下面是几个随机试验的例子。

E_1抛一枚硬币，观察正、反面出现的情况；

E_2掷一颗骰子，观察出现的点数；

E_3一袋中装有红色、白色、黄色颜色的乒乓球若干个，从中任意摸取一个，观察其颜色；

E_4记录某电话交接台一分钟内接到的呼唤次数；

E_5在一批灯泡中任意抽一只，测试其寿命。

这些试验都具有以下特征：

(1)可以在相同的条件下重复进行；

(2)每次试验的可能结果不止一个，且事先能够明确所有的结果；

(3)进行某一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

由此，我们也可以这样说，随机试验是在一定条件实现之下，其结果无法预言的试验。以后为了方便起见，将随机试验简称为试验。

三　随机事件

随机试验的每一个可能结果或某些结果的组合称为一个随机事件，简称为事件，通常用字母 A、B、C……表示。例如：

试验 E_1 中，“出现正面”是一个随机事件，“出现反面”也是一个随机事件；试验 E_2 中，“出现 1 点”，“出现 2 点”……“出现 6 点”是随机事件，“点数小于 3”也是一个随机事件，它由“出现 1 点、出

现 2 点”组合而成。

随机试验的每一个结果都称为基本事件。例如，E_1 中“出现正面”就是一个基本事件。由基本事件组合而成的事件称为复合事件。例如，E_2 中“点数小于 3”就是一个复合事件。

在一定条件下，必然要发生的事件叫做必然事件。例如，全是合格品的一批产品中任取一件，“取到合格品”就是一个必然事件。

在一定条件下，必然不发生的事件叫做不可能事件。例如，全是合格品的一批产品中，任取一件，“取到次品”就是一个不可能事件。

必然事件和不可能事件都是描述确定性现象的，所以它们实际上并不是随机事件，但为了研究随机事件的方便，我们把必然事件和不可能事件也看作随机事件。

四　样本空间

随机试验 E 的所有基本事件构成的集合称为 E 的样本空间，记为 Ω。样本空间中的每一个元素就是试验 E 的基本事件。基本事件也称样本点。

确定样本空间的关键是要明确试验的所有可能结果是什么。不同的试验有不同的样本空间。下面，我们写出前面所举试验 E_k $(k=1,2,3,4,5)$的样本空间 Ω_k。

E_1　$\Omega_1=\{0,1\}$，这里“0”表示“出现正面”，“1”表示“出现反面”；

E_2　$\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}$，其中“1”表示“出现 1 点”，其余类推；

E_3　$\Omega_3=\{$红色、白色、黄色$\}$；

E_4　$\Omega_4=\{0,1,2,\cdots\}$；

E_5　$\Omega_5=\{t\,|\,t\geqslant 0\}$。

由于样本空间 Ω 是一个集合，因此，我们很容易想到用集合表示事件。如 E_2 的样本空间是这样一个集合：

$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$

基本事件“出现 1 点”、“出现 2 点”等，可以被看成单元素集{1}、{2}等。复合事件“出现点数小于 3”是 Ω 的一个子集{1;2}。

显然，必然事件就是整个样本空间 Ω，不可能事件就是空集 φ。

总之，所有的随机事件无论是基本事件，还是复合事件，也包括必然事件和不可能事件，都要可以用集合表示，它们都是样本空间的子集。

习题 1—1

1. 举出随机事件、必然事件、不可能事件的实例各三个。

2. 写出下列随机试验 $E_K(K=1,\cdots,5)$ 的样本空间 Ω_K：

E_1：将一枚硬币抛两次，观察正、反面出现的情况；

E_2：某战士射击一次，观察命中的环数；

E_3：袋中有编号为 1、2…n 的 n 个球，从中任取一个球，观察球的号码；

E_4：考察公路某段一小时所经过的车辆数；

E_5：一射手进行射击，直到击中目标为止，观察其射击次数。

§1—2 事件间的关系和运算

我们学习了集合的概念，因为随机事件是样本空间 Ω 的子集，所以利用集合的关系和运算来研究随机事件间的关系和运算是十分方便的。

设试验 E 的样本空间为 Ω、A、B、C、$A_K(K=1,2\cdots)$是 E 的随机事件。

一　事件间的关系

1. 包含(*contain*)关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生，则称事件 B 包含事件 A，或事件 A 包含于事件 B，记作 $B\supset A$ 或 $A\subset B$。

我们将经常用图示法直观地表示事件间的关系：用一个矩形

表示样本空间(必然事件)Ω,矩形内的一些封闭图形表示一些随机事件,如图 1—1,表示了事件 B 包含事件 A。

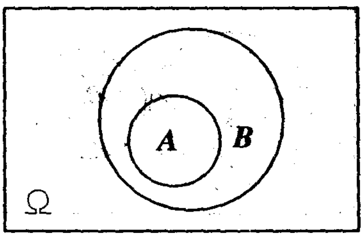


图 1—1

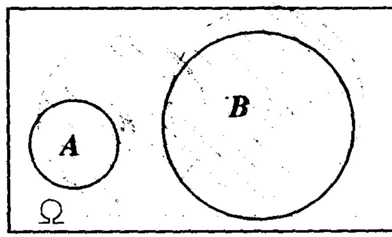


图 1—2

例如 E_2 中 $A=\{$出现 1 点$\}$,$B=\{$出现点数小于 3$\}$,则 $B\supset A$。

2. 相等关系

如果事件 B 包含事件 A,同时事件 A 包含事件 B,即 $B\supset A$ 且 $A\supset B$,则称事件 A 与事件 B 相等,记作 $A=B$。

例如 E_2 中,$A=\{$出现 1 点或出现 2 点$\}$,$B=\{$出现点数小于 3$\}$,则 $A=B$。

3. 互斥关系

如果事件 A 与事件 B 不能同时发生,则称事件 A 与事件 B 是互斥的(也称互不相容)。

例如抛一枚硬币,$A=\{$出现正面$\}$,$B=\{$出现反面$\}$,事件 A 发生了,事件 B 显然是不能发生的,同样 B 发生了则 A 不可能发生,所以事件 A 与事件 B 是互斥的。如图 1—2 所示。

例如 E_2 中,$A=\{$奇数点$\}$,$B=\{$偶数点$\}$。则 A 与 B 互不相容。

二 事件间的运算

1. 事件的和(或称并)

由于事件 A 所包含的所有基本事件和事件 B 所包含的所有

基本事件共同组成的随机事件叫做事件 A 与事件 B 的和，记作 $A \cup B$，如图 1—3 阴影部分所示。

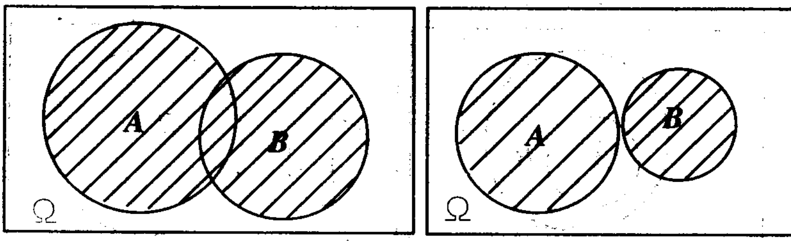


图 1—3 事件的和

显然，事件 A 与事件 B 中至少有一个发生，和事件 $A \cup B$ 才发生。

例如，在检查某些圆柱形产品时，要求它的长度和直径都符合规格才算合格，这时，要考虑“产品合格”，“产品不合格”，“直径合格但长度不合格”等事件。

设 $A=$ {直径不合格}，

$B=$ {长度不合格}，

$C=$ {产品不合格}。

则 $C=A \cup B$

和事件 $A \cup B$ 发生可分为以下三种情况：

A 发生 B 不发生；

B 发生 A 不发生；

A、B 同时发生。

和事件的概念很容易推广到任意有限多个事件上去。

若事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 中至少有一个发生，这一事件称为事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的和，记作

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$$

2. 事件的积(或称交)

事件 A 和事件 B 的全部公共基本事件所组成的随机事件称为事件 A 与事件 B 的积,记作 $A\cap B$(或 AB)。

例如,设 $A=\{$直径合格$\}$, $B=\{$长度合格$\}$, $C=\{$产品合格$\}$。则 $C=A\cap B$。图 1—4 阴影部分表示 $A\cap B$。

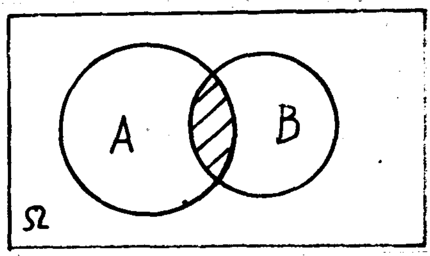


图 1—4 事件的积

显然,事件 A 与事件 B 都发生时积事件 AB 才发生。

类似地,若事件 $A_1,A_2\cdots,A_n$ 同时发生,这一事件称为 $A_1,A_2,\cdots A_n$ 的积,记作

$$\bigcap_{i=1}^{n}A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$$

3. 事件的差

由包含在事件 A 中但不包含在事件 B 中的所有基本事件所组成的随机事件称为事件 A 与事件 B 的差,记作 $A-B$。图 1—5 阴影部分表示 $A-B$。

显然,事件 A 发生而事件 B 不发生时,差事件 $A-B$ 发生。

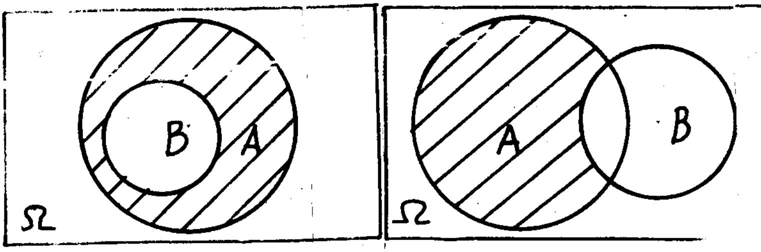


图 1－5　**事件的差**

例如，设 A＝{直径合格}，B＝{长度合格}，C＝{直径合格而长度不合格}。则 $C=A-B$。

4. 逆事件(或称对立事件)

由样本空间中除去 A 包含的基本事件后剩下来的全部基本事件所组成的随机事件称为事件 A 的逆事件，记作 $\overline{A}$。

例如，设 C＝{产品合格}，则 $\overline{C}$＝{产品不合格}。图 1－6 中的阴影部分表示事件 A 的逆事件 $\overline{A}$。

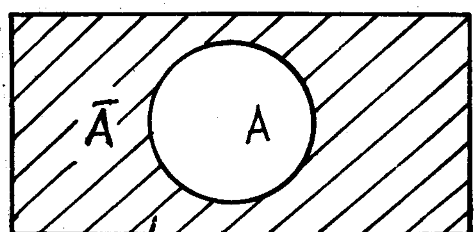


图 1－6　**事件的逆**

显然，事件 A 不发生，逆事件 $\overline{A}$ 发生

逆事件的性质：

$\overline{\overline{A}}=A$；

$A\cup\overline{A}=\Omega$;

$A\cap\overline{A}=\Phi$.

事件运算和集合运算有类似的性质，设 A、B、C 是随机事件，则事件的运算满足以下规律：

(1) 交换律

$A\cup B=B\cup A$

$A\cap B=B\cap A$

(2) 结合律

$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3) 分配律

$(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

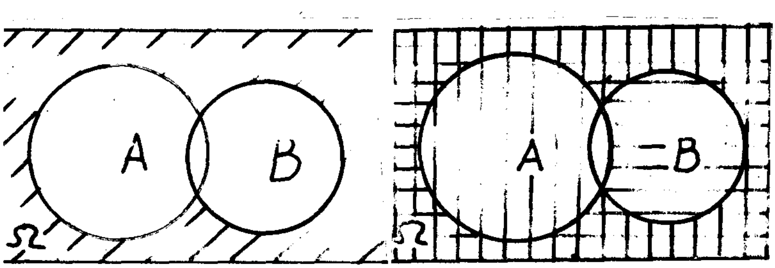
$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

(4) 反演律

$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

以上各运算律都可以用图示法得到验证，如$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$(图1—7)。



(1) 图 1—7 (2)

空白部分为 $A\cup B$ 横线部分为 $\overline{A}$

斜线部分为$\overline{A\cup B}$ 竖线部分为 $\overline{B}$