中等职业教育通用教材

数 学

SHU XUE

主编◆张 力

西南交通大学出版社
Http://press.swjtu.edu.cn

中等职业教育通用教材

数　　学

张　力　主编

西南交通大学出版社

·成都·

图书在版编目（CIP）数据

数学（含习题册）/张力主编. —成都：西南交通大学出版社，2006.7
中等职业教育通用教材
ISBN 7-81104-291-6

Ⅰ. 数… Ⅱ. 张… Ⅲ. 数学课—专业学校—教材
Ⅳ. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 050212 号

数学（含习题册）
张　力　主编
*
责任编辑　张宝华
责任校对　李　梅
封面设计　本格设计
西南交通大学出版社出版发行
（成都二环路北一段 111 号　邮政编码：610031　发行部电话：028-87600564）
http://press.swjtu.edu.cn
E-mail: cbsxx@swjtu.edu.cn
重庆市鹏程印务有限公司印刷
*
成品尺寸：185 mm×260 mm　　总印张：21.25
总字数：521 千字　　印数：1—20 000 册
2006 年 7 月第 1 版　　2006 年 7 月第 1 次印刷
ISBN 7-81104-291-6
套价：27.00 元

前 言

进入21世纪以来，为了贯彻落实中共中央、国务院《关于深化教育改革，全面推进素质教育的决定》和国务院《关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，适应新世纪社会主义市场经济和职业教育快速发展的需要，培养大批具有综合素质的建设小康社会的技能型人才，在上级领导的热情关心和全力支持下，我们结合社会主义市场经济发展和西部大开发及劳动力市场的现状，以及中等职业学校专业技能基础课教学的实际情况，编写了这本中等职业教育通用教材《数学》。鉴于《数学》课是中等职业学校学生必修的一门重要文化基础课和工具课，因此，本教材以马克思主义、毛泽东思想、邓小平理论和"三个代表"重要思想为指导方针，结合中国国情、西部大开发和中等职业学校学生的知识基础和年龄特点等实际情况，并根据中职学校的培养目标，充分体现数学课是重要文化基础课和工具课的特点，力求理论联系实际，既遵循"系统性和实用性相结合"的原则，又坚持教学内容和综合素质并重的原则，使教材内容做到科学性、思想性、审美性的有机结合。因此，本教材的内容具有一定的科学性、专业性、系统性和实用性等特点，适合各类专业中等职业学校二、三年制的学生使用，也可以作为职工培训的学员使用。

在编写本教材的同时，为了便于教师教学安排与因材施教、利于学生复习巩固，也编写了与其相配套的《数学教学大纲》、《数学》习题册、《数学教学参考》，以供各校师生在具体的教学实践中参考。

本教材由张力主编与统稿，姚望主审。

参加本教材的编写人员是：梁灏（绪论、第一章），张力（第二章），杨怡静（第三章），郑国志（第四章），高清莹（第五章），熊晓岚（第六章），姚望（第七章）。

这本《数学》教材的成型经过了几年的努力，由于职教形势发展的需要，本着与时俱进的精神，在这次正式出版之际，我们在广泛听取意见的基础上，将教材中的有关内容进行了必要的修改与调整。

这次修改与调整由原主编、主审、参编人员承担。

在本教材的编写、修改调整和正式出版的过程中，得到了重庆市劳动和社会保障局、重庆市技能人才开发协会有关领导同志的具体指导和各中、高等职业院校的领导、老师的热情关心，得到了承担本书编写任务的同志所在学校领导和老师的大力支持，也听取了社会各界许多宝贵的意见，在此表示衷心的感谢。

限于编者的水平，缺点和错误在所难免，恳切期盼各学校在使用教材中继续提出批评和改进意见。

编 者

2006年7月

目　　录

绪　论

一、中等职业学校开设数学课的必要性

数学是科学之母、科学之王，它给人智慧、给人力量。它以现实世界中的空间形式和数量关系为研究对象，具有高度的抽象性和应用的广泛性。在中等职业学校各专业的教学计划中，数学是学生必须掌握的一门重要的文化基础课，是学习其他专业知识必要的理论基础。

二、中等职业学校通用教材《数学》的教学目的、教学内容和教材特色

中等职业学校通用教材《数学》的教学目的：一方面是要为学生学习专业课程提供必要的数学工具；另一方面是进一步提高学生的思想文化素质。通过对数学知识、方法、思想的学习，可培养和提高学生的运算能力、逻辑思维能力、空间想像能力以及分析问题和解决问题的能力，培养学生的辨证唯物主义观点和爱国主义思想。

中等职业学校通用教材《数学》的教学内容包括集合与函数、三角函数、空间图形及其计算、复数、数列、平面解析几何等。为了进一步扩大学生的知识面，增加了导数与积分简介。

中等职业学校通用教材《数学》的特色：尽量做到与初中数学内容紧密衔接，注意知识的实用和够用，加强基础，贯彻少而精的原则，将现实生活及各类专业学习中有着广泛应用的基础知识作为必学内容，注意从实例中引入概念，不贪多求全，深入浅出，并以典型例题巩固所学理论知识。教材具有一定的弹性，可以使不同的专业及学有余力的学生选择不同的内容。

三、怎样学习数学？

学习数学首先要明确学习目的。数学是人们认识世界的一种有力武器，是培养人们进行理性思维的重要科学。中等职业学校的学生学习数学，不仅可以提高文化素质修养，更重要的是掌握必备的数学工具，而且为进一步学好专业课程奠定良好的基础，从而获得将来适应社会、奉献祖国的基本技能和工作能力。

学习数学要勤学多练，动手动脑，加强练习。在解题的过程中，不能只局限于代公式、套定理、背题型，要注意逻辑分析和推理，掌握规律，只有这样才能学好数学知识。

学习数学还要多问善问，“学问”就是既要会学，还要会问。“学”就是不断学习新知识，积累经验，“问”就是要经常思考、怀疑和探索。只有不断的多学多问，才能不断提高自己的数学科研成果和学习数学的能力，进而学好数学。

第一章 集合与函数

第一节 集合的概念与运算

一、集合与元素

集合是现代数学中最基本的概念之一，它是人们从日常生活和生产活动中抽象出来的一个数学概念.为了正确理解集合这个概念，我们先看如下的例子：

(1)1,3,5,7,9；

(2)在一个平面内，与一条线段的两端点距离相等的所有的点；

(3)x^3，$4x^2+2x+1$，$6y^2+x$，$4x^2+2y^2$；

(4)所有的直角三角形；

(5)某学校图书馆的全部藏书.

它们分别是由一些数、一些点、一些代数式、一些图形、一些物体组成的.虽然从表面上看它们是5个完全不同的问题，但是实质上它们都有一个共同的特点，就是每个问题所讨论的事物都具有某种属性.

一般地，把具有某种特定属性的事物(或对象)组成的总体称为集合，简称集.组成集合的各个事物(或对象)称为这个集合的元素.例如，例(1)是由小于10的正奇数组成的集合，数1，3，5，7，9就是这个集合的元素，这些元素的特定属性是“小于10的正奇数”.

*注意：要构成集合，必须有三要素：元素(对象)、特征(特定属性)、范围.在集合概念中，“元素”必须是确定的，“特征”必须是能准确判断的，“范围”必须是可以衡量(计数)的.*据此，就能判断所给的对象是否构成集合.例如：

(6)全体3的倍数；

(7)我们学校的全体学生；

(8)一些五边形；

(9)一切很大的数；

(10)平面内的全体；

(11)长得比较高的人.

上面例子中，(1)～(7)构成集合，(8)～(11)不构成集合.

习惯上，我们用大写字母$A,B,C,D\cdots$等表示集合，而用小写字母$a,b,c,d\cdots$等表示集合的元素.如果a是集合A的元素，则称“a属于A”，记作$a\in A$；如果a不是A的元素，则称“a不属于A”，记作$a\notin A$.

含有有限个元素的集合称为有限集，如例(1)，(3)，(5)，(7)都是有限集.含有无限个元素的集合称为无限集，如例(2)，(4)，(6)都是无限集.特别地，只含有一个元素的集合称为单元素集，如方程$x+3=0$的解组成的集合(简称解集)就是一个单元素集.不含有任何元素的集合

称为空集，记作 Φ，如由方程 $x^2+4=0$ 的实数根组成的集合就是一个空集 Φ.

由数组成的集合称为数集，由点组成的集合称为点集. 下面给出一些常用的数集及其记法：

全体非负整数的集合简称为自然数集，记作 **N**；

自然数集内排除 0 的集简称为正整数集，记作 N_+ 或 N^*；

全体整数的集合简称为整数集，记作 **Z**；

全体有理数的集合简称为有理数集，记作 **Q**；

全体实数的集合简称为实数集，记作 **R**.

例 1 试说明 $5,-3,\frac{5}{7},\sqrt{3}$ 各是什么数集的元素？

解 $5\in\mathbf{N},-3\in\mathbf{Z},\frac{5}{7}\in\mathbf{Q},\sqrt{3}\in\mathbf{R}$.

例 2 设 A 是小于 10 的正偶数所组成的集合，试问 $-4,0,2,3,6,12$ 是否为 A 的元素？

解 $-4\notin A,0\notin A,2\in A,3\notin A,6\in A,12\notin A$

由上可知，对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，即是说，任何一个对象或者是这个集合中的一个元素，或者不是它的元素. 另外，对于一个给定的集合，集合中的元素又是互异的，即是说，集合中的元素不能重复出现.

二、集合的表示法

表示集合的方法，常用的有列举法和描述法两种.

1. 列举法

列举法就是把属于某个集合的元素一一列举出来，写在花括号｛ ｝内，每个元素仅写一次，不考虑顺序，这种表示集合的方法称为列举法.

例如，所有小于 4 的正整数组成的集合可表示为 $\{1,2,3\}$ 或 $\{3,2,1\}$，但不能表示为 $\{1,2,2,3\}$.

列举法多用于表示元素个数较少的集合. 当集合的元素很多，不需要或不可能一一列出时，也可以在列举出有代表性的元素后，用省略号表示那些被省略的元素. 例如，不大于 100 的正整数集合可表示为 $\{1,2,3,\cdots,98,99,100\}$.

2. 描述法

描述法就是把属于某个集合的元素所具有的特定属性描述出来，写在花括号内，这种表示集合的方法称为描述法.

在描述法中，一般把集合表示成如下的形式：

$$\{x \mid x\text{ 应具有的属性或应满足的条件}\}$$

其中，x 代表集合的元素或元素的一般形式，"|"是把元素与其属性隔开的标记.

例 3 (1)由方程 $x^2+5x+6=0$ 的根组成的集合可表示为

$$\{x \mid x^2+5x+6=0\}$$

(2)不等式 $x+2>5$ 的解集可表示为

$$\{x \mid x+2>5\}$$

(3)抛物线 $y=x^2$ 上所有点 (x,y) 组成的集合可表示为

$$\{(x,y) \mid y=x^2\}$$

有些集合用描述法表示时，可以省去竖线及其左边的部分.

例 4　(1)所有的直角三角形的集合，可表示为

$$\{\text{直角三角形}\}$$

(2)不大于 100 的正整数集可表示为

$$\{\text{不大于 100 的正整数}\}$$

列举法和描述法是集合的两种不同表示法，实际运用时究竟选用哪种表示法，要视具体问题而定. 有些集合两种表示法都可选用，例如，例 3(1)中的集合还可用列举法表示为$\{-2,-3\}$.

有时，为了形象地表示集合，我们还可用一条封闭曲线的内部来表示一个集合. 例如，图 1-1 表示任意一个不是空集(简称为非空集)的集合 A.

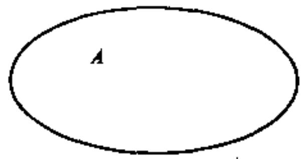

图 1-1

三、子集和真子集

1. 子集

我们观察下面两个集合：

$A:\{a,b\}$

$B:\{a,b,c,d\}$

可以发现集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素，对于集合中的这种关系，数学上给出了以下的定义.

定义 1.1　对于两个集合 A、B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则称集合 A 是集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”.

例如，$\{a,b\}\subseteq\{a,b,c,d\}$，$\{1,2,3\}\subseteq\{1,2,3,4\}$.

当集合 A 不是集合 B 的子集时(即至少有一个元素 $x\in A$，但 $x\notin B$ 时)，记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$，读作“A 不包含于 B”或“B 不包含 A”

对于任一非空集合 A，因为它的任何一个元素都是集合 A 的元素，所以 $A\subseteq A$，即是说，任何集合都是它本身的子集.

我们规定，空集是任何集合 A 的子集，即 $\Phi\subseteq A$.

注意：符号$\in$与$\subseteq$不同，$\in$用于表示元素与集合间的关系，$\subseteq$用于表示集合与集合之间的关系.

2. 真子集

如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，则称集合 A 为集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$，读作“A 真包含于 B”或“B 真包含 A”.

例如，$\{a,b\}\subsetneqq\{a,b,c,d\}$；

$\{1,2,3\}\subsetneqq\{1,2,3,4\}$.

显然空集是任何非空集合的真子集，即 $\Phi\subsetneqq A$.

当 A 是 B 的真子集时，用图 1-2 表示.

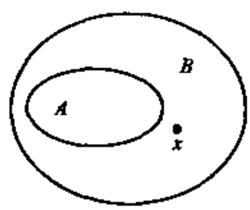

图 1-2

例 5　写出集合$\{1,2,3\}$的所有子集，并指出其中哪些是真子集？

解　集合$\{1,2,3\}$的所有子集是：Φ，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{1,2,3\}$，其中除$\{1,2,3\}$外，其余都是真子集.

例 6　讨论集合 $A=\{x\mid -2<x<1\}$ 与集合 $B=\{x\mid -3<x<4\}$ 的包含关系.

解　在数轴上把集合 A 与集合 B 表示出来，如图 1-3 所示，从图上可以看出集合 A 是集

合 B 的真子集，即 $A\subsetneqq B$.

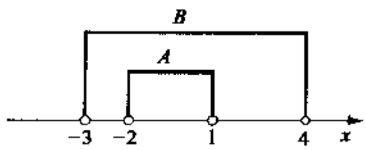

图 1-3

3. 集合的相等

对于两个集合 A 和 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，则称集合 A 与集合 B 相等，记作 $A=B$，读作"A 等于 B".

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同.

例如，$\{1,2,3\}=\{2,3,1\}$.

又如，若 $A=\{x|x^2+5x+6=0\}$，$B=\{-2,-3\}$，则 $A=B$.

课堂练习 1.1(1)

1. 判断下列问题中给出的对象是否构成集合：

(1)所有 5 的倍数；　　(2)某工厂的所有车床；

(3)一些梯形；　　(4)所有的胖人；

(5)直线 $y=3x+4$ 上所有的点；　　(6)空间内的全体.

2. 写出下列集合中的元素：

(1)一年中有 31 天的月份的集合；

(2)大于 5 小于 25 的偶数的集合；

(3)方程 $(x-1)(x^2-2)(x^2+2)=0$ 的实数根的集合；

(4)我国古代四大发明的集合.

3. 在下列空格处填上合适的符号：

1 ______ $\mathbf{N}$；　-2 ______ $\mathbf{N}$；　-5 ______ $\mathbf{Q}$；　$\sqrt{2}$ ______ $\mathbf{Q}$；　-7 ______ $\mathbf{Z}$；

π ______ $\mathbf{R}$；　Φ ______ $\{a\}$；　0 ______ Φ；　a ______ $\{a\}$；　$\{a\}$ ______ $\{a,b\}$；

a ______ $\{b,c,d\}$；　$\{a,b\}$ ______ $\{b,a\}$；　$\{1,2\}$ ______ $\{2,4\}$.

4. 用列举法或描述法表示下列集合：

(1)绝对值不超过 2 的整数组成的集合；

(2)大于 5 小于 20 的奇数的集合；

(3)所有能被 3 整除的正数组成的集合；

(4)数轴上点 $x=3$ 左边所有的点组成的集合.

四、交　集

先看下面的例子：

设集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$，$B=\{c,b,d,f\}$，把属于 A 且属于 B 的所有元素组成一个新的集合 $C=\{b,c,d\}$，对于这样的集合，给出下面的定义.

定义 1.2　设 A，B 是两个集合，把属于 A 且属于 B 的所有元素组成的集合称为 A 与 B

的交集，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"．即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

其中，"$x\in A$ 且 $x\in B$"指的是 $A\cap B$ 的元素要同时属于 A 和 B．

图 1-4 中的阴影部分就表示 A 与 B 的交集 $A\cap B$．

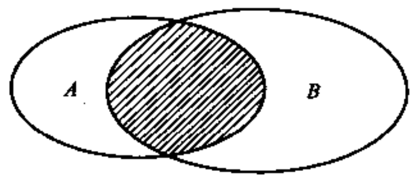

图 1-4

上面例子中的集合 C 就是集合 A 与集合 B 的交集，可记为 $C=A\cap B$．

若 $A\cap B\neq\Phi$，则称 A 与 B 相交；若 $A\cap B=\Phi$，则称 A 与 B 不相交．

例 7　设 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$，$B=\{1,3,5,6,7\}$，求 $A\cap B$．

解　$A\cap B=\{1,3,5,6\}$．

例 8　设 $A=\{$矩形$\}$，$B=\{$菱形$\}$，$C=\{$三角形$\}$，求 $A\cap B$，$A\cap C$．

解　$A\cap B=\{$矩形$\}\cap\{$菱形$\}=\{$既是矩形又是菱形$\}=\{$正方形$\}$．

$A\cap C=\{$矩形$\}\cap\{$三角形$\}=\{$既是矩形又是三角形$\}=\Phi$．

例 9　设 $A=\{x\mid x>2\}$，$B=\{x\mid 0\leqslant x<4\}$，求 $A\cap B$．

解　$A\cap B=\{x\mid x>2\}\cap\{x\mid 0\leqslant x<4\}=\{x\mid 2<x<4\}$．

其几何意义如图 1-5 所示．

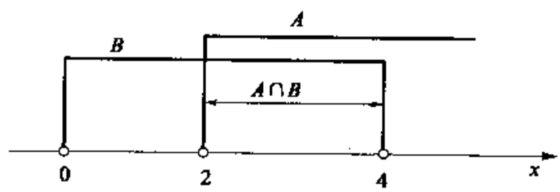

图 1-5

例 10　设 $A=\{2,4,6,8,10\}$，$B=\{1,3,5,7,9\}$，求 $A\cap B$．

解　A 和 B 没有公共元素，所以 $A\cap B=\Phi$．

例 11　设 $A=\{(x,y)\mid x+5y=7\}$，$B=\{(x,y)\mid 3x-2y=4\}$，求 $A\cap B$．

解　
$$A\cap B=\{(x,y)\mid x+5y=7\}\cap\{(x,y)\mid 3x-2y=4\}$$
$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+5y=7\\3x-2y=4\end{cases}\right\}=\{(2,1)\}.$$

例 12　设 $A=\{24$ 的正约数$\}$，$B=\{18$ 的正约数$\}$，$C=\{$不大于 5 的正整数$\}$，求：

(1)$(A\cap B)\cap C$；　　(2)$A\cap(B\cap C)$．

解　因为

$$A=\{24 \text{ 的正约数}\}=\{1,2,3,4,6,8,12,24\}$$
$$B=\{18 \text{ 的正约数}\}=\{1,2,3,6,9,18\}$$

$$C=\{不大于5的正整数\}=\{1,2,3,4,5\}$$

所以

(1)$(A\cap B)\cap C=\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,3,4,5\}=\{1,2,3\}$.

(2)$A\cap(B\cap C)=\{1,2,3,4,6,8,12,24\}\cap\{1,2,3\}=\{1,2,3\}$.

根据交集的定义和上面的例子,可以得出:对于任意集合 A,B,C,有

$A\cap B\subseteq A$,$A\cap B\subseteq B$,$A\cap A=A$,$A\cap\Phi=\Phi$.

$A\cap B=B\cap A$,$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)=A\cap B\cap C$.

五、并　集

先看下面的例子:

设集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$,$B=\{c,b,d,f\}$,把 A 和 B 两个集合的元素合并在一起(相同元素只取一个),可以组成一个新的集合 $C=\{a,b,c,d,e,f\}$,对于这样的集合,给出下面的定义.

定义 1.3　设 A,B 是两个集合,把 A、B 的所有元素合并在一起组成的集合,称为 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$,读作"A 并 B",即

$$A\cup B=\{x|x\in A 或 x\in B\}$$

其中,"$x\in A$ 或 $x\in B$"包括三种情况:

(1)$x\in A$ 但 $x\notin B$;

(2)$x\in B$ 但 $x\notin A$;

(3)$x\in A$ 且 $x\in B$.

这三种情况不一定都出现,有时可能只出现其中的一种或两种.

图 1-6 中的阴影部分表示 A 与 B 的并集 $A\cup B$,其中包括 A 与 B 相交和不相交两种情形.

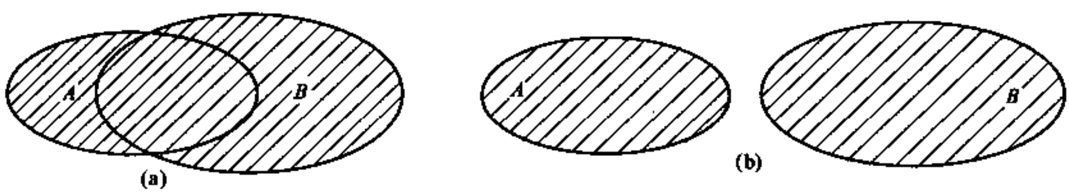

图 1-6

上面例子中的集合 C 就是集合 A 与集合 B 的并集,可记为 $C=A\cup B$.

例 13　设 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$,$B=\{1,3,5,7\}$,求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}\cup\{1,3,5,7\}=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.

例 14　设 $A=\{锐角三角形\}$,$B=\{钝角三角形\}$,求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{锐角三角形\}\cup\{钝角三角形\}$

$=\{锐角三角形或钝角三角形\}=\{斜三角形\}$.

例 15　设 $A=\{x|(x-2)(x+3)=0\}$,$B=\{x|x^2-9=0\}$,求 $A\cup B$.

解　因为

$$A=\{x|(x-2)(x+3)=0\}=\{2,-3\}$$
$$B=\{x|x^2-9=0\}=\{-3,3\}$$

所以

$$A\cup B=\{2,-3\}\cup\{-3,3\}=\{2,-3,3\}$$

例 16　设 $A=\{x\mid -1<x<2\}$，$B=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}$，求 $A\cup B$.

解　$A\cup B=\{x\mid -1<x<2\}\cup\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 3\}=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$.

其几何意义如图 1-7 所示.

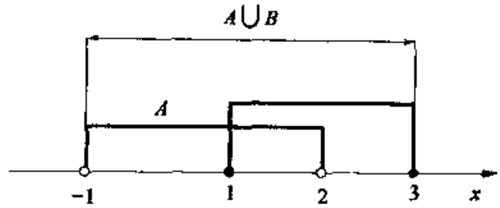

图 1-7

例 17　设 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{1,3,5\}$，$C=\{2,4,6\}$，求 $(A\cup B)\cup C$ 和 $A\cup(B\cup C)$.

解　$(A\cup B)\cup C=\{0,1,2,3,5\}\cup\{2,4,6\}=\{0,1,2,3,4,5,6\}$.

$A\cup(B\cup C)=\{0,1,2,3\}\cup\{1,2,3,4,5,6\}=\{0,1,2,3,4,5,6\}$

根据并集的定义和上面的例子，可以得出：对于任意集合 A,B,C，有

$A\subseteq A\cup B$，$B\subseteq A\cup B$，$A\cup A=A$，$A\cup\Phi=A$.

$A\cup B=B\cup A$，$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)=A\cup B\cup C$.

课堂练习 1.1(2)

1. 填空：

(1) $\{1,2,3,4\}\cap\{3,4,5,6\}=$ ________；

(2) $\{1,2,3,4\}\cup\{3,4,5,6\}=$ ________；

(3) {正整数} $\cup$ {正分数} $=$ ________；

(4) {有理数} $\cap$ {无理数} $=$ ________.

2. 设 $A=\{x\mid x(x+1)(x+2)=0\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

3. 设 $A=\{x\mid -3<x<2\}$，$B=\{x\mid -4\leqslant x\leqslant 3\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

4. 设 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$，$B=\{3,4,6,7,8,10\}$，$C=\{3,5,7\}$，求：

(1) $A\cup B\cup C$；　　(2) $A\cap B\cap C$；

(3) $(A\cap B)\cup(A\cup C)$；　　(4) $(A\cup B)\cap(A\cup C)$.

5. 设 $A=\{x\mid x\leqslant -4\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 1\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

第二节　简单的不等式与区间

一、绝对值不等式的解法

含有绝对值的不等式称为绝对值不等式.

从初中学习的数学知识中，我们知道，实数 a 的绝对值 $|a|$ 在几何上就表示数轴上表示 a

的点到原点的距离，如图 1-8 所示.

因此，不等式$|x|\leqslant 2$的解集是由与原点距离小于或等于 2 的所有点所对应的实数组成的，如图 1-9 所示，从图 1-9 可看出，不等式$|x|\leqslant 2$的解集就是$\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$.

图 1-8

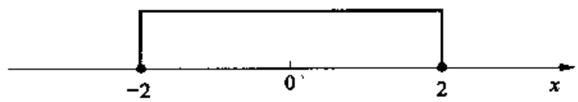

图 1-9

而不等式$|x|\geqslant 2$的解集是由与原点距离大于或等于 2 的所有点所对应的实数组成的，如图 1-10 所示，从图 1-10 可看出，不等式$|x|\geqslant 2$的解集就是：

$$\{x|x\leqslant -2\}\cup\{x|x\geqslant 2\}=\{x|x\leqslant -2 \text{ 或 } x\geqslant 2\}$$

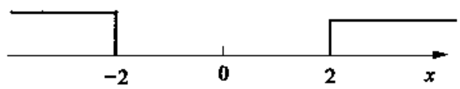

图 1-10

一般地，对于正实数 c，$|x|\leqslant c$ 的解集是$\{x|-c\leqslant x\leqslant c\}$；

$|x|\geqslant c$ 的解集就是$\{x|x\leqslant -c \text{ 或 } x\geqslant c\}$.

对于$|ax+b|\leqslant c$和$|ax+b|\geqslant c(c>0)$型不等式，如果令 $X=ax+b$，就可化为$|X|\leqslant c$和$|X|\geqslant c(c>0)$型不等式来求它的解集.

例 18 解不等式：

(1)$3|x|-6<0$；　　(2)$3|x|-6>0$；

(3)$3|x|+6<0$；　　(4)$3|x|+6>0$.

解

(1)由原不等式可得$|x|<2$，所以原不等式的解集是

$$\{x|-2<x<2\}$$

(2)由原不等式可得$|x|>2$，所以原不等式的解集是

$$\{x|x<-2 \text{ 或 } x>2\}$$

(3)由原不等式可得$|x|<-2$. 因为无论 x 是怎样的实数，$|x|$都是一个非负数，不可能小于负数，所以原不等式的解集是空集 Φ.

(4)由原不等式可得$|x|>-2$. 因为无论 x 是怎样的实数，$|x|$总是大于任何负数，所以原不等式的解集是实数集 **R**.

例 19 解不等式$|x-3|<4$.

解 由原不等式可得$-4<x-3<4$，在不等式的两边各加上 3，得$-1<x<7$，所以原不等式的解集为

$$\{x|-1<x<7\}$$

例 20 解不等式$|2x-1|\leqslant 5$.

解 由原不等式可得$-5\leqslant 2x-1\leqslant 5$，在不等式的两边各加上 1，得$-4\leqslant 2x\leqslant 6$，再各除以 2，得$-2\leqslant x\leqslant 3$，所以，原不等式的解集为

$$\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 3\}$$

例 21 解不等式 $|3x-2|>10$.

解 由原不等式可得 $3x-2>10$ 或 $3x-2<-10$，解得 $x>4$ 或 $x<-\dfrac{8}{3}$，所以，原不等式的解集为

$$\{x \mid x>4 \text{ 或 } x<-\frac{8}{3}\}$$

二、一元二次不等式的解法

含有一个未知数且未知数的最高次数是 2 的不等式，称为一元二次不等式，它的一般形式是

$$ax^2+bx+c>0(a \neq 0) \quad \text{或} \quad ax^2+bx+c<0 \quad (a \neq 0)$$

怎样解一元二次不等式呢？我们来看下面的例子.

例 22 解不等式：

(1) $x^2-x-6>0$；　　　　(2) $x^2-x-6<0$.

解 由于 $x^2-x-6=(x+2)(x-3)$，所以有

(1) 原不等式可化为 $(x+2)(x-3)>0$. 因为两因式的乘积大于零，所以其符号一定相同，因此原不等式可化为下述两个不等式组

$$① \begin{cases} x+2>0 \\ x-3>0 \end{cases} \quad \text{或} \quad ② \begin{cases} x+2<0 \\ x-3<0 \end{cases}$$

可解得方程组①的解集为 $x>3$，方程组②的解集为 $x<-2$，所以原不等式的解集为

$$\{x \mid x>3 \text{ 或 } x<-2\}$$

(2) 原不等式可化为 $(x+2)(x-3)<0$. 因为两因式的乘积小于零，所以其符号一定相反，因此原不等式可化为下述两个不等式组

$$① \begin{cases} x+2>0 \\ x-3<0 \end{cases} \quad \text{或} \quad ② \begin{cases} x+2<0 \\ x-3>0 \end{cases}$$

可解得方程组①的解集为 $-2<x<3$，方程组②的解集为空集 Φ，所以原不等式的解集为

$$\{x \mid -2<x<3\}$$

从上面的解法中可以知道，如果一元二次不等式一般形式中的二次三项式 ax^2+bx+c $(a \neq 0)$ 能分解因式，那么就可以把解一元二次不等式转化为解两个一元一次不等式组.

下面介绍一元二次不等式的另一种直观、易学而且常用的解法. 设 $y=x^2-x-6$，这是一个二次函数，它的图像是开口向上的抛物线，且与 x 轴相交于点 $(-2,0)$、$(3,0)$ 两点，如图 1-11 所示.

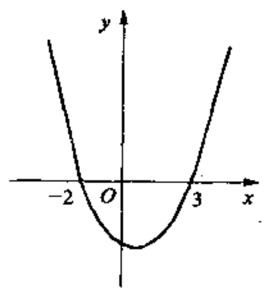

图 1-11

从图 1-11 容易看出，x 在两根之外，即当 $x<-2$ 或 $x>3$ 时，$y>0$. 即是说 $\{x \mid x<-2 \text{ 或 } x>3\}$ 是不等式 $x^2-x-6>0$ 的解集；x 在两根之内，即当 $-2<x<3$ 时，$y<0$. 即是说 $\{x \mid -2<x<3\}$ 是不等式 $x^2-x-6<0$ 的解集.

一般地，设 $y=ax^2+bx+c(a>0)$，那么它的图像是开口向上的抛物线.

当二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有不相等的二实根 x_1，x_2 $(x_1<$