

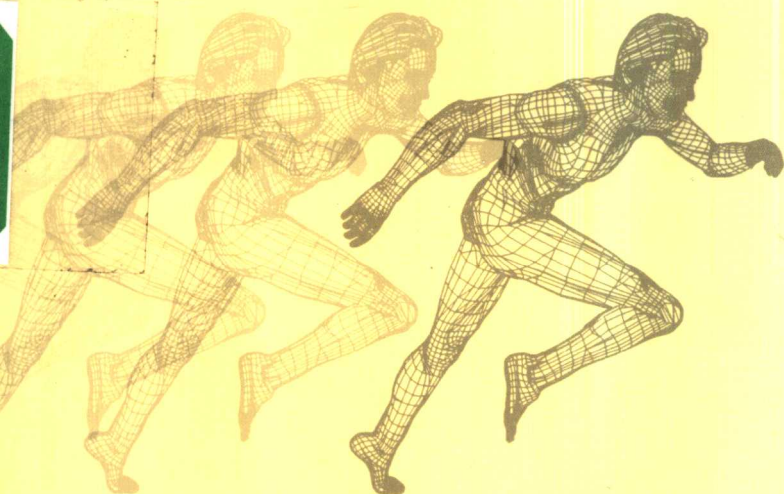


课程与教学论
系列教材

新编数学教学论

高等师范院校教材
**GaoDengShiFan
YuanXiaoJiaoCa**i

涂荣豹 王光明 宁连华◎编著



华东师范大学出版社



新编数学教学论

高等师范院校教材
GaoDengShiFan
YuanXiaoJiaoCa
i



课程与教学论系列教材

G633.6
41

新编数学 教学论

涂荣豹

王光明 编 著

宁连华

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编数学教学论/涂荣豹,王光明,宁连华编著. —上海:
华东师范大学出版社,2006.9
ISBN 7-5617-4850-7

I. 新... II. ①涂... ②王... ③宁... III. 数学教学-
教学研究 IV. 01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 089721 号

新编数学教学论

编 著 涂荣豹 王光明 宁连华
组 稿 大中专教材事业部
项目编辑 朱建宝
文字编辑 孙 雯
封面设计 卢晓红
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsabook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 华东师范大学印刷厂
开 本 787×1092 16 开
印 张 16.5
字 数 312 千字
版 次 2006 年 9 月第一版
印 次 2006 年 9 月第一次
印 数 6000
书 号 ISBN 7-5617-4850-7/O·177
定 价 24.80 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

前言

伴随着改革开放的步伐,发达国家的教育理念不断冲击着我国数学教育理论界与实践田野,进入 21 世纪,数学课程改革风起云涌,数学课程备受关注,研究成果不断涌现。令人忧虑的是,我们在追赶国际先进水平的时候,却忽略了对我国数学教育的经验与教训进行总结,并做理论提升;我们在进行课程改革的时候,忽视了课程只是教学的资源,数学教育兴衰关键在数学教学质量的高低,数学教师的素质又决定着数学教学质量的高低。放眼世界,立足本土,脚踏实地地培养高素质数学师资,是教师教育院校数学教育者的神圣职责。

数学教学是数学教师教育的最基本问题,科学的教育理念需要在教学中贯彻,数学对人的教育价值需要在教学中体现,数学的理性精神和思想方法需要在教学中传承,数学知识赋予人类探索世界奥秘的力量需要在教学中展示。这表明,作为一名数学教师的首要任务,是明确数学教学的根本目的,学习数学教学的基本原理,掌握数学教学的基本技能,形成数学教学的科学认识。这正是“数学教学论”所要达到的目标。

数学“教学”具有一般教学过程的性质,又具有“数学”教学特殊过程的性质,这种双重性质的数学教学过程构成了数学教学研究的对象。基于这样的思想认识,数学教学问题的研究就应该以“教与学对应的原理”和“教与数学对应的原理”双重轨道进行。“教与学对应原理”的核心是,教师的教应该建立在学生的学的基础上,数学教学必须从学生学习数学的特点出发,以教育的科学原理和方法为指南。“教与数学对应原理”的核心是,数学教师必须精通数学教学的内容,把握数学对象的本质,掌握数学思想方法的精髓,了解数学教学的价值,并把它们展现或渗透在数学教学中。本书的撰写正是遵循了这样的二重原理。

本书以“现代数学教育观”和“现代数学观”开篇,把对数学教学的思想认识作为全书的引领,把“数学课程理论及其发展”、“数学学习理论及其教学启示”和“数学教学理论及其运用”作为数学教学研究的理论基础。在此基础上,深入研究“数学概念的教学”、“数学解题的教学”、“数学思想方法的教学”、“数学课堂教学情境的创设”;对“数学课堂教学的提问”、“数学课堂教学的语言”、“数学课堂

教学的结束”、“数学课的备课与说课”等数学教学基本技能进行有效的阐释,并辅以教学案例,提供数学教学的示范。此外,本书还对中学数学建模和数学教育科研进行了介绍,以拓展学生视野,为学生未来的教师专业发展打下基础。本书每章都配备了适量的思考题,以帮助读者理解本章的要义和进行有一定深度的思考。

对本书编写,我们不刻意追求理论的时髦、高深和全面,但求对未来数学教师从事数学教学有切实的指导;对国内外理论成果的综述不求面面俱到,但要有自己的深入思考和独特见解,能够引发学生的积极思考和理性探索,便于在数学教学实践中运用、检验和提高。我们希望此教材能为培养拥有先进教育理念,具有数学教育思考力与数学教学驾御力,能够适应新时期数学教育改革的中学数学教师做出贡献。因而本书既可作高等师范院校数学专业学生的教科书,也可作为中学数学教师专业化培养的参考书。

本书由我整体设计与统稿,并在集体讨论的基础上分工、合作完成。本书的第1、2章全部及第4、5、6、7章的一部分由我撰写,第3、8、12、14、15由王光明博士撰写,第9、10、11、13章及第4、5、6、7章的某些部分由宁连华博士撰写。我的部分博士研究生、硕士研究生参加了编写思考题和校对工作。

华东师范大学出版社倪明先生和朱建宝先生为本书的编写和出版给予了许多的帮助,谨向他们表示感谢。鉴于我们水平有限,不足之处恳请读者不吝赐教。

涂荣豹

2006年6月于南京师范大学

目 录

第 1 章 现代数学教育观	1
§ 1.1 现代数学教育观	1
§ 1.2 我国数学课堂教学的特点及分析	5
§ 1.3 对我国中学数学教学的反思	9
第 2 章 现代数学观	12
§ 2.1 数学的抽象性特征	12
§ 2.2 数学的确定性特征	17
§ 2.3 数学活动的探索性特征	19
§ 2.4 数学的广泛应用性特征	22
§ 2.5 数学的文化价值观	25
第 3 章 数学课程理论及其发展	29
§ 3.1 什么是数学课程	29
§ 3.2 数学课程论的研究内容	31
§ 3.3 数学课程的发展	32
第 4 章 数学学习理论及其教学启示	35
§ 4.1 什么是数学学习	35
§ 4.2 数学学习是有意义学习	43
§ 4.3 学生的认知发展理论	49
§ 4.4 数学建构主义学习理论	55
§ 4.5 探究性学习理论及其在数学教学上的应用	60
第 5 章 数学教学理论及其运用	65
§ 5.1 数学教学及其过程	65

§ 5.2	数学教学原则	73
§ 5.3	数学教学方法的特征	82
§ 5.4	数学教学评价	84
第 6 章	数学概念的教学	96
§ 6.1	把握数学概念的本质	96
§ 6.2	掌握数学概念教学的特点	100
§ 6.3	数学概念教学的基本方式	104
§ 6.4	数学活动中进行概念教学	109
§ 6.5	数学概念教学反思	112
第 7 章	数学解题的教学	118
§ 7.1	数学解题学习是有意义学习	118
§ 7.2	数学解题的元认知	121
§ 7.3	数学题意的理解	123
§ 7.4	数学解题方法的探究	127
§ 7.5	数学解题的反思	132
§ 7.6	数学例题的教学	137
第 8 章	数学思想方法的教学	143
§ 8.1	数学思想方法及其意义	143
§ 8.2	数学思想方法教学的原则	148
§ 8.3	中学数学思想方法的教学	149
第 9 章	数学课堂教学情境的创设	158
§ 9.1	数学课堂教学情境概述	158
§ 9.2	数学课堂教学导入情境的创设	166
§ 9.3	数学课堂教学情境创设的案例分析	169
第 10 章	数学课堂教学的提问	173
§ 10.1	数学课堂教学提问的功能	173
§ 10.2	数学课堂教学提问的类型和特点	177
§ 10.3	数学课堂教学提问设计的原则和要求	180

第 11 章 数学课堂教学的语言	189
§ 11.1 数学课堂教学语言的构成及其功能	189
§ 11.2 数学课堂教学语言使用的基本要求	192
§ 11.3 数学课堂教学语言的操作艺术	195
第 12 章 数学课堂教学的结束	201
§ 12.1 数学课堂教学结束的意义	201
§ 12.2 数学课堂教学结束的类型	203
§ 12.3 数学课堂教学结束的技能及其应用	206
第 13 章 数学课的备课与说课	211
§ 13.1 数学课的备课	211
§ 13.2 数学课教案的编写	216
§ 13.3 数学课的说课	221
第 14 章 中学数学建模及其教学	233
§ 14.1 中学数学建模	233
§ 14.2 如何在教学中开展数学建模活动	236
第 15 章 数学教育科研与写作	239
§ 15.1 数学教育研究的主要内容	239
§ 15.2 数学教育的行动研究	241
§ 15.3 数学教育研究方法选介	246
§ 15.4 数学教育研究论文写作方法指导	249

第1章 现代数学教育观

实现现代化的数学教育是每一个教育者的理想。什么是数学教育的现代化呢？数学教育现代化是数学教育思想的现代化，是数学教育内容的现代化，是数学教学方法的现代化。

在数学教学内容现代化方面，不是简单地以现代数学取代传统数学。主要是如何运用数学教育现代化的思想和方法，编写出现代化的普通教育的数学教材，即在体系、结构、内容各方面适应于教育现代化的需要。

在数学教育思想的现代化和教学方法的现代化方面，主要是指教师如何用最先进的教育思想认识教材，如何用最先进的教学方法组织教学。有了数学教育的现代化思想观念和数学教学的现代化方法，教师才可能实现中学数学的现代化教学，否则即使有现代化的教材，也不能实现中学数学教育的现代化。

所以，数学教育现代化的本质是数学教育思想观念的现代化。在数学教育观念现代化的问题上，最重要的是处理好继承和发展的关系，防止从一个极端走向另一个极端。为此，现代数学教育观念的形成既要从国外汲取丰富的营养，也要传承我国数学教育自身的宝贵财富，根本的标准在于所吸纳和坚持的教育理念必须是时代的、科学的、正确的。

§ 1.1 现代数学教育观

树立科学的现代数学教育观，是数学教学沿着正确轨道前进的前提和保证。科学的现代数学教育观涉及多方面的思想认识，包括数学教育的目的观、功能观、学习观、教学观、能力观、技术观等等。

1.1.1 数学教育的目的观

现代社会需要的是富有教养、具有独立性、自信心、创造力、积极主动和讲究效率的人，教育作为发展和完善人的活动，其目的正是培养出适应社会发展

需要的人。其中数学在形成人类理性思维和促进个人智力发展过程中具有独特的不可替代的作用,在形成人对世界的认识观和方法论方面起着重要的作用。数学是人类文化的重要组成部分,数学素养是现代公民所必须具备的一种修养。因而,数学教育成为教育不可或缺的重要组成部分。在现代社会中,数学教育是终身发展的重要方面,是人进一步学习的需要,是终身教育不可缺少的基础。这就需要学校向更多的或者全体学生提供数学的基础知识、基本技能、基本思想,使学生学会数学地思维,数学地表达,培养学生实事求是、锲而不舍的精神。

在数学教育中大力推进素质教育至关重要,其要意在于摒弃急功近利、拔苗助长的短视行为,立足于通过长期数学素质培养,为高技术高素质的人才奠定坚实的基础。素质教育的目的在于“百年树人”,应试教育的目的仅仅在于获取大学的“敲门砖”。

1.1.2 数学教育的功能观

数学教育的功能观是随着时代的进步而发展的。按传统的看法,教育的任务就是培养和造就人才,这里“人才”的含义实际是指“英才”。按照自古希腊哲学家柏拉图以来的传统思想,人的素质是命定的,上帝造人时所用的材料就各不相同,教育的功能就在于从人群中将那些具有特质的人“筛选”出来。

为了能够起到这种“筛选”作用,所谓“好”的数学教育,就应该以理想中“英才”的素质来设计,具体的就是按数学家的素质要求来设计。其最终目的是选拔出具有这种素质的人,而不是培养和造就具有这种素质的人。这种“筛选”的必然结果,是导致了大部分人的失败。

然而,在以科学发展观建立和谐社会为目标的时代,怎么能让教育把受教育者引向失败?教育责无旁贷的是把所有受教育者引向成功。所以,数学教育应该成为“泵”,而不是“过滤器”或“筛子”,更不能使一大批人成为牺牲品,要使得每个人通过数学教育达到成功。

数学教育的功能应该给学生一颗好奇的心,激发他们的求知欲;给学生一双数学的眼睛,丰富他们观察世界的方式;给他们一个睿智的头脑,让他们学会理性地思维;给他们一套研究的模式,让他们获得探索世界奥秘的显微镜和望远镜;给他们一双数学的眼睛,一对数学的翅膀,让他们看得更远,飞得更高。

1.1.3 数学教育的学习观

学习是一种理性的活动,数学是理性精神的代表,因而数学学习更是一种理性的活动。数学学习的最基本特点之一就是独立思考。真正的数学学习是通过

独立思考,使得对数学的理解向深层次结构转化。一旦向深层次结构转化的学习发生突破时,对数学原先的理解就扩大了。原有的知识并没有错误的地方,然而它的范围太小了。我们用意识翻译或者重新组织自己的知识时,原有的知识圈圈在某一个点上被突破,并在这个点上生成新的知识,这种生成性知识把原有的知识带入一个新的层次,从而适应新知识的大世界观。数学学习正是一个重组知识、解释经验、发展认识的过程,但是这个过程建立在学习者勤于思考,善于思考,特别是独立思考的基础之上。

真正的数学学习是“思接千载,视通万里”的精神活动,数学学习需要刻苦,但更是一种快乐,是刻苦酿造快乐。学习总会有功利性的收益,如果仅仅从功利出发,学习就会成为违背人的天性的劳役。

有一则“关于卵石的寓言”对学习意义具有形象而深刻的喻意。一个人正在沙漠里行走,突然一个声音对他说:“捡一些卵石放在你的口袋里,明天你会又高兴又后悔。”这个人弯下腰抓了一把卵石放进口袋。第二天他将手伸进口袋,发现了钻石、绿宝石和红宝石。他感到又高兴又后悔。高兴的是他拿到了一些;后悔的是他没有能多拿一点。

这个故事的寓意正是对功利主义学习态度的警示。如果只想学习“有用”的东西,“沙漠里的鹅卵石”捡之何用?第二天又哪有“钻石、绿宝石和红宝石”?所以对于学习应打破眼鼻尖的功利界限而游心于千载,去领略“书中乾坤大,笔下天地宽”的意趣,同时使人生境界也得到升华,那才是学习的真谛。

前苏联教育家苏霍姆林斯基(B. A. Сухомлинский)指出:“应该抱有一种强烈的愿望去学习、去认识世界,以不断丰富自己的精神世界。倘若学生只是以将来是否有用这种观点来看待知识,他就会没有激情、计较个人利益、动机不纯,甚至情操低下。”

怀抱强烈动机而目标高远的学习,必然会导致一种关注自我成长与个人发展的学习。个人的发展实质上包含个人能力和社会关系两个方面——个人能力指鉴赏力、洞察力、学习能力、创造能力、表达能力等;社会关系的丰富意味着个人能不断地拓展自己的生活舞台,在日新月异的社会生活中成功地扮演各种社会角色。

1.1.4 数学教育的教学观

数学教学应该是“以激励学习为特征,以学生活动为中心”的实践模式,而不是“传授知识”的权威模式。把学生当成知识的容器和解题的机器的做法会使大部分学生丧失对数学的兴趣、好奇心、批判能力和自学能力。促进学生学习,是教育者的基本责任和最终目标。

“教”的正确方式应该是,教师作为学生学习的向导和领路人,即创设情境,

激发兴趣,引发问题,促进探索,启迪思维,激励创造。不能用简单的训练来代替这些工作,只有这样,学生“学少悟多”的主体性才能真正得到体现。如果从老师那儿转手来的外在东西不多,但是内心却不断地悟出很多东西,这些东西就是自己的,而不是老师教给的,更不是老师交给的。

在学校教学中,牢固确立“教师的教是服务于学生的学的”这一观念十分必要。学习的过程应该是一个创造的过程,一个批判、选择、释疑、存疑的过程,课堂教学应当充满想像,充满探索性和体验性。任何知识,特别是个体的经验,需要有一个个性化的过程。别人的知识和经验没有经过改造、扬弃、整合、升华为自己的精神修养的学习,是没有用处的,至少是没有大用处的,充其量只是小技巧,而不是大智慧。再多的学习,其作用也是十分间接的、潜在的。

1.1.5 数学教育的能力观

数学教育应发展学生广泛的基本数学能力。数学能力分为:学、才、识三个方面。“学”是指数学的各种概念、公式、定理、算法、理论等等;“才”是指运算能力、推理能力、分析与综合能力、洞察力、直觉思维能力、独立分析问题和解决问题的能力等等;“识”则是指分析鉴别知识,再经过融会贯通后形成的个人见解和策略观念。必须“学、才、识”三者兼顾才能构成完整的数学能力。

数学的能力更体现为创造力。然而创造力不是教出来的,而是鼓励出来的,是在充分自由的环境里发芽、生长的。如果在教育的环境中,过于重共性而轻个性、过于重义务而轻权利、过于重服从而轻自主、过于重外在的纪律而轻内在的能动,人的个性受到压抑,就不可能有敢为天下先的精神,就只会做那些别人做过的事,而不会去做别人没有做过的事。没有个性就没有独特性,没有独特性怎么可能有另辟蹊径的创造性?没有独立性就会时时处处依赖他人,怎么可能有冲破常规所需要的百折不挠的精神和勇气?

华裔物理学家李政道有句名言:“求学问,需学问;只学答,非学问。”发问即使很幼稚,却蕴含着创造。向常规挑战的第一步,就是提问。对每一个人来说,从小养成敢于提问的个性,始终保持一颗好奇心,培养对学习的热爱,是学生创造力培养的要诀。

1.1.6 数学教育的现代技术观

随着现代信息技术深入到现代社会的各个领域,数学教育由主要强调纸笔计算向充分使用现代教育技术转变已经是历史的必然。

从思维的角度看,现代信息技术是人类头脑的延伸,除了计算、作图、统计、推理及证明,还可以模拟实验,拓展想像,促进理解,甚至可以完成人类无法完成的任务。它能够为学习环境注入一种引人入胜的气氛,有利于提高学生的兴趣;

许多原来的知识和技能,能够被新的所代替;学生可以体验数学的探索过程,从而培养数学直觉和洞察力,开拓和发展学生的创造力。

从学生学习数学的角度,现代教育技术所具有的卓越性能,有利于学生成为真正的主体,使学生从静态和动态、局部和整体、图形和数值、具体和抽象、理论和应用的各个侧面去研究和探索数学中的各种问题。它为学生们提供了平台,使他们能充分地发挥自己丰富的想像力和自由创造的思维,在美妙无穷的数学空间中翱翔!

从数学教学的角度看,运用现代教育技术,可以使教师在教学活动中充分扮演组织者、引导者的角色。教师可以利用现代技术的动态形象优势,创设生动活泼、富有启发性的情境,使数学教学在兴趣激发、问题提出、概念形成、意义理解、实质把握、语言表达、图形想像、思想启迪、思路探索、前景判断、方法发现、论证推理、智力参与、生成体验等各个方面收到出人意料的良好效果。

把现代技术用于学校教学不是一种简单的操作,而是在学生了解一些新技术的前提下,重点探究如何把它们用于数学教学,如何根据现代的教育思想研究教学内容,运用现代教育技术创造性地设置教学情境,从而使学生能够有效地理解和建构所学的数学知识。

§ 1.2 我国数学课堂教学的特点及分析

树立科学的、现代的数学教育观,不能脱离对我国数学教育的现状的认识。要全面而科学地认识我国数学教育是一个十分艰巨的工作,这里我们先辩证地来认识一下我国数学课堂教学的若干特点。

1.2.1 突出知识性的具体目标

1. 大纲、课标及考纲对知识提出不同的目标要求

我国对数学教学起指导作用的纲要,过去称为教学大纲,现改称课程标准(民国时期也称为课程标准);高考内容和要求依据的则是考试纲要。无论教学大纲、课程标准或考试纲要都对数学知识的掌握提出明确要求,并突出具体的目标描述。例如:《教学大纲》中不仅明确总体教学目的,而且分章、节详细罗列具体教学内容和教学要求;《课程标准》中对数学课程目标从横向和纵向两方面陈述,横向的课程目标包括:知识与技能目标、数学思考目标、解决问题目标、情感与态度目标;纵向的课程目标则是根据上述四个目标提出分学段

目标。

2. 教学过程中对目标细化具有可操作性

为了使大纲、课标提出的目标能在教学中落到实处,各级教研部门用带有具体特征的各种行为动词对目标的具体涵义作出详细的描述,从而使目标要求的实现具有可操作性。例如,用行为动词将知识与技能目标划分为了解、理解、掌握、灵活运用四个等级的层次;再对各个层次中每个知识和技能的目标要求,用行为动词做出更加细致的刻画。像“了解”这个层次的目标,就用“叙述、复述、表述、默写、记住、指出、知道、识别、填写、解释、改写”等行为动词来刻画。具体的诸如:复述有关数学知识的定义、定理、法则、性质、公式;指出、认识具体数学符号、图形的直接意义;正确默写有关数学公式、法则;记住重要的常用数学符号;在教材内容文字相同的条件下,模仿式地完成作业习题等等。

通过与每个层次及水平对应的行为动词,以及对应的习题来达到对教学目标的落实。这样做的最大好处就是,教学目标明确、具体、可操作性强,教师一看就懂,易于把握。教学中的这种落实,是能看得到的落实,尤其是在考试中可以取得立竿见影的效果。

3. 每章、每单元和每节课都有细致的目标

我国在落实教学目标上对双基采取强有力的措施。教学目标细化到每章、每节、每课,教师严格按照这些层次的目标进行教学,而且为了完成教学目标,教师需对课堂教学的各个环节设计切实可行的步骤,一步不落、按部就班地进行。这些做法与美国教育家和心理学家布卢姆(B. S. Bloom)提出的目标教学(认知、能力、情感)在形式上有某种联系,因而一拍即合,似乎获得了一定的理论支撑。课堂教学中对各个目标的落实,还体现在教学的例题和练习题中,通过模仿性练习题、干扰模仿性练习题、选择运用性练习题、选择组合性练习题、综合运用性练习题等体现不同目标层次的数学习题的训练,来确保对各个目标要求落到实处。这些细致的目标实质上以知识、技能为主,而教学成效的检测最终仍以考试成绩来评价目标是否达到,虽然也兼顾能力目标,实际是辅而不为。在很大程度上目标的细化还是应试的产物。

1.2.2 长于由旧知引出新知

我国的数学课堂教学中,绝大多数的新知识是由旧知识引入的,这基本符合人的认识规律,也与现代认知主义理论、建构主义思想相一致。课堂教学的开始多以复习提问的形式出现,教师设计一系列的问题,在学生对与新知识相关的已知内容的温故之中,让新知识的内容、意义逐渐露出端倪,自然而然地流淌出来。下例是比较典型的由旧知引出新知的案例。

对数概念作为新知的教学,由已知的有关幂指数的知识引入:

$$2^x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1$$

$$2^x = \sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$2^x = 3 \Rightarrow x = ? \rightarrow \text{需要引入新的运算——求对数。}$$

这个求对数的新运算,用数学符号表示为 $x = \log_2 3$ 。

一般地, $a^x = N$ ($N > 0$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$) $\Rightarrow x = \log_a N$ 。

由旧知引出新知可能导致两种教学形态。一种形态是,使学生由旧知中产生困惑或新的情境——形成和激发认识新知、发现新知、获取新知的欲望和行动——经历知识发生、发展的过程,这无疑是应该追求的理想的教学形态。另一种形态是,淡化从旧知识到新知识的发生发展过程,甚至会直接把新知识告诉学生,只要所谓会用就行了。这很容易造成学生被动接受,成为事实上的被灌输知识的容器,这当然是应该竭力避免的教学形态。

1.2.3 注重新知识内部的深入理解

在新知识的意义建立起来以后,往往还要对其进行深入的意义辨析,以期达到对新知识的深层次理解。其采用的方法,或是对新概念、新命题中关键性语句进行咬文嚼字的分析,特别对关键词的理解更是突出强调;或是利用变式教学(辨析题、变式题)深入认识新知识的本质属性,概括出新知识的要义或注意点,梳理新旧知识间的联系,在辨析中加强理解。下例是一个典型例子,在对数定义建立以后,往往要进一步挖掘新的认识。

第一,认识对数与指数之间的联系,可用图 1.2.1 表示。

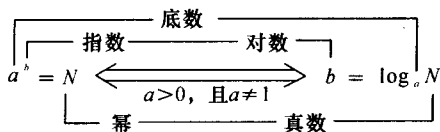


图 1.2.1

第二,认识对数是指数的逆运算。

$a^b = N \rightarrow$ 已知 a 、 b , 求 $N \rightarrow$ “乘方”运算。

$a^b = N \rightarrow$ 已知 b 、 N , 求 $a \rightarrow$ “开方”运算。

$a^b = N \rightarrow$ 已知 a 、 N , 求 $b \rightarrow$ “对数”运算。

第三,认识对数定义中关于底数 a 和真数 N 取值范围的合理性。

例如,若 $a = 1$, $N = 1$, 则 $\log_1 1$ 不确定(不能保证 $\log_a N$ 有意义——存在且惟一)。

这种深入理解可能导致对立的两个方面:积极方面是可以促进学生新旧知识的继续同化,加强对新旧知识内在的非人为和实质性的联系,形成良好知识结构和网络;消极方面是仅仅局限于知识的内部,停留在字面意义的理解,脱离实际,削弱了知识对提高人的认识水平的作用,很容易演化为仅仅为掌握知识而教学,削弱对人的认识力的培养。

1.2.4 重视解题并关注方法、技巧

学习数学公认的途径是解题,我国的数学教学十分重视解题。解题必须以概念和定理为依据,因而解题是对概念、定理的再学习。强调解题有利于对解题基本方法的熟练掌握,这有利于夯实基础。我国的数学教学还非常重视解题思路的探求,注重一题多解、一法多用,这些对学生思维的培养和发展有一定的积极意义。

但是我国的解题教学也存在一些缺陷。例如,所解的题,绝大部分是源于数学内部的常规问题、形式化问题,缺少对方法中所蕴涵的人类认识问题的基本思想规律的渗透和感悟。这种解题容易变成僵化刻板的套路,应试效果好,但无益于创造能力的培养。

1.2.5 重视巩固、训练和记忆

1. 及时巩固、强化练习是我国数学教学的重要特点

中国的数学教学每课有练习,每节有习题,每章有复习题;课内有练习,课后有作业,单元有小考,学期有大考。这种对基本功训练的重视,从巩固练习的角度看有一定道理,有其必要和正确的一面,但度很难把握,很容易走向反面。数学教学的现实已经可以证明对“双基”的强化很容易过度,并且在我国现今的中学数学教学中已经过度,如果不注意发展和创新,就会发生基础过剩,影响到中华民族的创新精神。

2. 我国数学教学强调记忆有法

我国的数学教学强调记忆有法。常用的记忆方法有:意义记忆、口诀记忆、图表记忆、对比记忆、联想记忆等。这些记忆的方法很多属于意义记忆的范畴,对学生牢固地掌握知识是有力的措施和有效的方法。但是难在度的把握,过分强调记忆,即使强调意义记忆,也很容易异化为机械记忆、方法模仿、僵化操作,并会加重学生的学习负担。

中国数学教学的特点远远不止以上几个,还有很多特点有待进一步发掘、提炼和分析研究,这有利于在教育改革中弘扬优良和改进不足。