高职高专院校财经类规划教材

经济数学

主编　高文君 孙帆

郑州大学出版社

高职高专院校财经类规划教材

经济数学

主编　高文君　孙帆

郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/高文君主编. —郑州:郑州大学出版社,
2006.8
ISBN 7-81106-410-3

Ⅰ.经… Ⅱ.高… Ⅲ.经济数学-高等学校-教
材 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 079730 号

郑州大学出版社出版发行
郑州市大学路 40 号　　邮政编码:450052
出版人:邓世平　　发行部电话:0371-66966070
全国新华书店经销
河南省豫水印务有限公司印制
开本:787 mm×1 092 mm　　1/16
印张:18
字数:415 千字　　印数:1~3 200
版次:2006 年 8 月第 1 版　　印次:2006 年 8 月第 1 次印刷

书号:ISBN 7-81106-410-3/F·98　　定价:27.50 元

作者名单

★ 主　编

高文君　孙　帆

★ 副主编

刘金山　杨紫元　符俊超

★ 编　委（按姓氏笔画为序）

皮　磊　刘金山　孙　帆　杨紫元

柴林清　高文君　符俊超　韩联郡

前　言

《经济数学》是高职高专院校财会、企管等经济类专业必修的基础课程，不但能很好地培养学生的思维能力，使他们了解认识世界的方法，而且对学生以后学习专业课有着重要的意义。

在内容的选择上，本书包括微积分及应用、线性代数、概率论三项内容，满足了财经、企管等各类专业对数学知识的需求，不同专业可以根据自己的需要取舍。

本书结合高职高专院校学生特点，本着“以学生为本，更具人性化”的原则编写，以利学生阅读，是把教科书同时作为学生自学用书的一个新尝试。在编著过程中作了以下探索：

(1)每章的开始以实际的经济问题引入，每章节也尽可能与实际的经济问题相联系，充分体现了经济数学的特点——数学为经济服务。

(2)增加了“预备知识”：学生学习每节内容所需要、可能遗忘的知识，我们以“预备知识”的形式给出，有利于学生的阅读。

(3)在内容上删除了繁琐的推理和证明。叙述以学生能理解、明白为目的，处处为学生考虑。

(4)例题解答中的中间步骤不缺失，使学生能顺利阅读，尽量少地遇到障碍。在例题解答前增加“分析”，给学生理顺思路，指明解题的方向。

(5)每节的结尾用问题引入下节，不但使使全书结构紧密，而且引导学生阅读。每章小结一目了然。

全册内容包括：函数，极限与连续，导数与微分，导数的应用，不定积分及应用，定积分及应用，多元函数微分学初步，行列式，矩阵，线性方程组，随机事件及其概率，随机变量及其数字特征。教学参考学时数为 90 ~ 100 学时，标 * 号的为选学内容，可以根据需要另加学时。书中每节有习题，供练习和作业选用，每章有自测题，书末附有答案。

参加本书编写的有：河南质量工程职业学院的高文君(第 3,4 章)，孙帆(第 11、12 章)，商丘职业技术学院的杨紫元(第 2、7 章和附表)，南阳理工学院的符俊超(第 8 章)，开封教育学院的刘金山(第 5、6 章)，永城职业技术学院的韩联郡(第 10 章)，平原大学的皮磊(第 9 章)，平原大学的柴林清(第 1 章和参考答案)。全书统稿和定稿由主编完成。在成书过程中我

们得到了参编单位领导、同行和出版社的大力支持,在这里深表感谢!

由于我们时间仓促,水平有限,书中错误或不当之处难免,敬请读者批评指正。

编　者

2006 年 5 月

目录

第一篇　微积分及其应用

第二篇 线性代数

第三篇 概率论

第一篇　微积分及其应用

第1章

函 数

★问 题:

某商场销售一种儿童玩具,定价为60元时,每天能卖出25个;定价为50元时,每天能卖出35个. 假定该玩具的需求规律是线性的,求定价为45元时,商场每天能卖出多少个玩具?

在上述问题中,当价格变动时玩具的需求量也变化,即需求量随价格而变化,二者就构成了一个函数关系. 我们在初中、高中已经学习了函数的概念和性质,为了学习微积分的需要,我们继续学习函数,并重点介绍经济问题中常见的几种经济函数.

*1.1 函数的概念

预备知识

$(a,b]=\{x|a<x\leqslant b\}$.

1.1.1 函数的定义

为了更好理解函数的概念,我们先看下面的例子:

【例1.1.1】 某种商品的市场需求量 q 与该商品的价格 p 之间满足关系式

$$q=50-20p$$

按照这个关系式,已知商品的价格 p,就可以求出需求量 q,需求量 q 随价格 p 而变动. 我们把二者之间的这种对应关系称为函数. 下面给出确切定义:

定义1.1 在某变化过程中有两个变量 x 和 y,如果对于 x 在其变化范围 D 内取得的每一个值,按照一定的对应法则 f,y 有唯一确定的值与之对应,则称 y 是 x 的函数,记为

$$y=f(x)$$

其中,x 叫做**自变量**,y 叫做**因变量**,x 的取值范围 D 叫做函数的**定义域**. 与 x_0 对应的函数

值记作 $f(x_0)$ 或 $y|_{x_0}$，全体函数值的集合称为函数的**值域**.

上例中，p 是自变量，q 是因变量，q 是 p 的函数，$[0,+\infty)$ 为函数的定义域. $q(0.5)=40$，$q(2)=10$.

由函数的定义，定义域和对应法则是函数的两个要素. 如果两个函数具有相同的定义域和对应法则，则它们是同一个函数，如 $y=|x|$ 和 $y=\sqrt{x^2}$.

在研究函数时必须注意它的定义域. 在实际问题中，函数的定义域应根据问题的实际意义来确定. 如例 1.1.1，$q=50-20p$，这里 p 为价格，所以 $p>0$. 对于用数学式子表示的函数，确定函数定义域的原则是使这个数学式子的运算有意义.

【**例** 1.1.2】 求函数的定义域：

$$y=\frac{1}{\lg(3-x)}+\sqrt{x+4}$$

分析：要使此函数有意义，其定义域需要满足：偶次方被开方数非负；分母不为零；对数的真数部分大于零. 其他函数如果含有三角函数，还要考虑其定义域等.

解：函数需要满足

$$\begin{cases}3-x>0\\ \lg(3-x)\neq 0\\ x+4\geqslant 0\end{cases}$$

解之得

$$\begin{cases}x<3\\ x\neq 2\\ x\geqslant -4\end{cases}$$

故此函数的定义域为

$$\{x\,|\,-4\leqslant x<3,x\neq 2\}$$

也可以用区间表示为：$[-4,2)\cup(2,3)$.

1.1.2 函数的表示法

1. 解析法(也称公式法)

用数学式子来表示因变量和自变量的关系，这种表示函数的方法称为**解析法**(或**公式法**)，如例 1.1.1. 解析法是对函数的精确描述，其优点是便于进行理论分析，缺点是不直观.

微积分中还经常碰到这样的情形，一个函数在其定义域的不同部分用不同的解析式表示，这种函数叫做**分段函数**.

【**例** 1.1.3】 设出租车载客收费标准为：5 千米以内收费 10 元，以后每千米加收 1.2 元. 求出租车载客收费数 F 与行驶千米数 s 的函数关系.

分析：5 千米以内收费 10 元，以后 $(s-5)$ 千米每千米加收 1.2 元，即加收 $1.2(s-5)$，F 为分段函数.

解：出租车载客收费数 F 与行驶千米数 s 的函数关系为：

$$F=\begin{cases}10, & 0<s\leqslant 5\\ 10+1.2(s-5), & s>5\end{cases}$$

2. 列表法

把函数自变量的许多值(通常按由小到大的顺序)与它们所对应的函数值列成一表格,如此表示函数的方法称为列表法. 如对数表、三角函数表等. 其优点是可以直接由自变量的数值查到相应的函数值,缺点是表中所列数值往往不完全,而且这种表示法不直观.

3. 图象法

由图象给出函数对应法则的方法称为**图象法**.

【例1.1.4】 如图1-1,是某地某一天的气温变化曲线. 根据这条曲线,对这一天内从0点到24点的任何时间 t 都有一个温度 T 对应.

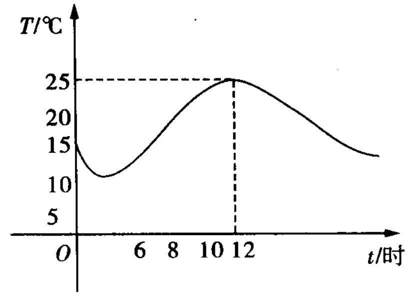

图1-1

函数图象法表示的优点是直观,由图象可以较为清楚地看出因变量如何依赖自变量而变化. 缺点是由于观察可能出现误差,因此不能获得准确的函数值和进行精确的理论分析.

对于一个函数,我们通常研究它的哪些性质呢?

★习　题1.1

1. 下列各题中,$f(x)$ 与 $g(x)$ 是否表示同一个函数,说明理由:

(1) $f(x)=\dfrac{x}{x}, g(x)=1$;　　(2) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}, g(x)=x+1$;

(3) $f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg x$;　　(4) $f(x)=\ln|x|, g(x)=\ln x$.

2. 求下列函数的定义域:

(1) $y=x^2-3x$;　　(2) $y=\dfrac{1}{x+2}$;

(3) $y=\ln(3-x)$;　　(4) $y=\dfrac{1}{\ln(3-x)}$;

(5) $y=\sqrt{4-x^2}$;　　(6) $y=\dfrac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$;

(7) $y=\dfrac{\sqrt{2-|x|}}{x^2+1}+\lg x$;　　(8) $y=\begin{cases}x^2+1, & -1<x\leqslant 2\\ x^3-3, & 2<x\leqslant 4\end{cases}$;

(9) $y=\dfrac{\sqrt{x+5}}{\sin \pi x}$.

3. 已知函数 $f(x)=x^2+1$,求 $f(0)$, $f(-1)$, $f(x-1)$, $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-1, & -8\leqslant x<0\\ e^x, & x\geqslant 0\end{cases}$,求:$f(-3)$, $f(0)$, $f(1)$ 及 $f(x)$ 的定义域.

$*1.2$ 函数的几种属性

预备知识

(1) $\sin(-x)=-\sin x, \cos(-x)=\cos x$.

(2) $e^{-x}=\dfrac{1}{e^{x}}$.

(3) $\sin(x+2k\pi)=\sin x, \tan(x+k\pi)=\tan x$.

1.2.1 函数的奇偶性

有些函数的图象关于 y 轴对称,有些函数的图象关于原点对称,对于这些特殊的函数,我们定义如下:

定义 1.2 函数 $y=f(x)$ 对于定义域 D 内任何 x 都有 $-x\in D$,若 $f(-x)=f(x)$,则称函数 $y=f(x)$ 为**偶函数**;若 $f(-x)=-f(x)$,则称函数 $y=f(x)$ 为**奇函数**.

根据定义 1.2,只有当函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称时,才能讨论它的奇偶性.

偶函数的图象关于 y 轴对称(图 1-2),奇函数的图象关于原点对称(图 1-3).

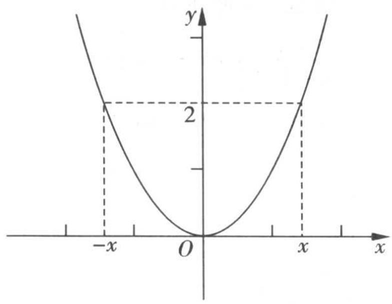

图 1-2

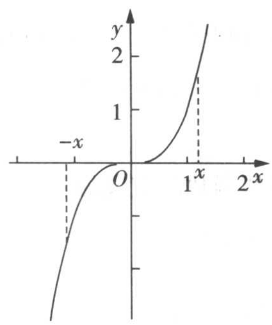

图 1-3

【例 1.2.1】 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x)=\dfrac{1}{4-x^{2}}+1$;

(2) $f(x)=3x^{3}+5\sin x$;

(3) $f(x)=e^{x}+2$.

分析:用定义判断函数的奇偶性.

解:上面函数 $f(x)$ 的定义域都是关于原点对称的.

(1)因为

$$f(-x)=\frac{1}{4-(-x)^{2}}+1=\frac{1}{4-x^{2}}+1=f(x)$$

所以$f(x)$是偶函数.

(2) 因为$f(-x)=3(-x)^3+5\sin(-x)=-3x^3-5\sin x=-f(x)$,所以$f(x)$是奇函数.

(3) 因为$f(-x)=e^{-x}+2$,它既不等于$f(x)$,也不等于$-f(x)$,故$f(x)$既非奇函数,也非偶函数.

1.2.2 函数的单调性

有些函数的函数值随自变量的增大而增大,而有些函数的函数值随自变量的增大而减小,这就是函数的单调性.

定义 1.3 函数$y=f(x)$对于区间(a,b)内的任意两点x_1,x_2,若$x_1<x_2$,有$f(x_1)<f(x_2)$($f(x_1)>f(x_2)$),则称函数$y=f(x)$在区间(a,b)内是**单调递增(递减)**的. 如图1-4,图1-5.

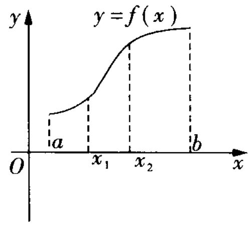

图1-4

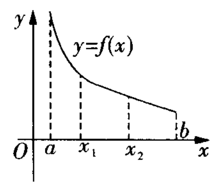

图1-5

【例 1.2.2】 判断函数在指定区间上的单调性:

$$y=x^2 \qquad (-\infty,0)$$

分析:函数在指定区间上的单调性可以根据定义,也可以根据函数图象判断. 下面是根据定义判断的.

解:对于任意的$x_1,x_2\in(-\infty,0)$,则$x_1+x_2<0$,若$x_1<x_2$,则有$x_1-x_2<0$,

又因为
$$x_1+x_2<0$$
则
$$f(x_1)-f(x_2)=x_1^2-x_2^2=(x_1+x_2)(x_1-x_2)>0$$
即
$$f(x_1)>f(x_2)$$
故函数$y=x^2$在区间$(-\infty,0)$内是单调减少的.

1.2.3 函数的周期性

有这样一类函数,每当自变量增加或减少一个固定的数值时,它的状态及特征就会重复出现,函数的这种性质就是周期性.

定义 1.4 对于函数$y=f(x)$,若存在一个常数$T(T\neq0)$,使得对于x在定义域内的一切值,都有$f(x+T)=f(x)$成立,则称函数$y=f(x)$为**周期函数**,T为函数的周期.

例如:因为$\sin(x+2k\pi)=\sin x(k\in Z)$,所以函数$y=\sin x$的周期是$2k\pi$, $k\in Z$. 其中$y=\sin x$的最小正周期是2π. 图示参看1.3节三角函数的图形.

1.2.4 函数的有界性

函数 $y=\frac{1}{x^2+1}$ 对于任何实数 x，都有 $\left|\frac{1}{x^2+1}\right|\leqslant 1$；而函数 $y=\frac{1}{x}$ 在 $(0,2)$ 内其图象向上可以无限延伸(参看反比例函数图象). 对于这两类不同的函数，我们有：

定义 1.5 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内有定义，若存在一个常数 $M>0$，使得对于 (a,b) 内的任何 x，都有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内是**有界**的. 反之，称 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 内为**无界**.

对于上面的例子，函数 $y=\frac{1}{x^2+1}$ 有界. 而函数 $y=\frac{1}{x}$ 在 $(0,2)$ 内是无界的.

总之，在研究一个函数时，我们通常从它的定义域和值域(是否有界)，是否为奇或偶函数，它的单调区间，是否为周期函数等几个方面综合考察它的性质，从而全面了解这个函数.

回顾一下，我们都学过哪些函数？

★习 题 1.2

1. 讨论下列函数的奇偶性：

(1) $y=x^4-2x^2+3$；　　(2) $y=x^3+4x$；

(3) $y=x^3+4x+1$；　　(4) $y=x^2(2^x+2^{-x})$；

(5) $y=2x^3+xe^{x^2}$；　　(6) $y=|x|+4$；

(7) $y=\ln\frac{1-x}{1+x}, x\in(-1,1)$；

(8) $y=\log_a(x+\sqrt{1+x^2})(a>1)$.

2. 判断下列函数在指定区间上的单调性：

(1) $y=3x+4(-\infty,+\infty)$；　　(2) $y=-5x-1(-\infty,+\infty)$；

(3) $y=x^2-x+1(-\infty,+\infty)$；　　(4) $y=\lg x(0,+\infty)$.

3. 下列函数在指定的区间内是否有界？若有界，请给出一个界：

(1) $y=\sin x+\cos x$，$(-\infty,+\infty)$；

(2) $y=\frac{1}{x}$，$(1,+\infty)$；

(3) $y=\frac{1}{x-1}$，$(1,+\infty)$.