紧跟高考全程信息动态 · 抓住高考命题源头 · 深度挖掘课内潜藏考题

与高考进程同步的复习备考方案

高考快卷

第4辑（复习常备专辑）

基础知识得分宝典

必考知识总结清单

总主编 路丽梅 刘毅然

数学 文

主编 乔家瑞

北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)
北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

目录索引

向您约稿

《高考快卷》根据最新高考动态编写，将根据高考复习进度适时推出十辑复习专辑，她的优势是完全根据高考最新动态量身编写，具有创新性。她还具有定价低、篇幅少、内容精的特色。《高考快卷》将是考生复习、教师指导复习的最佳用书。

现就相关栏目向您约稿。

针对考生

《高考快卷》的成功得益于考生的关注，现版底“名言警句”“互助联盟”等栏目诚邀您将“复习心得”“校园生活点滴”及“对参加高考的同盟者的勉励”投给我们，每条120字左右，每条稿酬5元。另欢迎各地考生投来有代表性的各科复习过程中遇到的难题或难点，《高考快卷》编写组将聘请专家为您解答。欢迎投来自己的优秀习作，也欢迎各地考生将使用《高考快卷》的体会和建议在第一时间寄给我们。

针对辅导教师

欢迎各地各科高考辅导老师根据《高考快卷》所出全部专辑（请参照封底《高考快卷》出版进度一览表），进行有针对性的投稿，投稿内容包括根据教材内容创作的原创题、高考考点专题性定位分析内容、备考安排或复习讲义、对2007年高考信息预测的分析、考点押题分析、摸底押题试卷、专题归纳总结、押题作文、各科复习方法，每年辅导考生报考的心得体会，对一些热点、重点、难点、易混点的分析，对2007年考题内容的预测等。来稿要求典型、有创意，题型须新颖，不得抄袭或摘录。

欢迎各地有经验的老师加入《高考快卷》作者行列，参与教师必须有相关教辅书写作的经验，本人业余时间丰富，所教课程的考试排名位于地区前列，有意者自备简历及作品一份与本社《高考快卷》编写组联系。

以上来稿须用正规方格稿纸誊写清楚，电子稿要求用word格式文本，以上来稿一经录用稿费从优。

来稿请寄：100097　北京市海淀区曙光花园中路11号农科大厦B座209室《高考快卷》编写组收。

咨询电话：(010)51501996　E-mail:cbls1@sohu.com

主编寄语

《高考快卷》的常备专辑（第4辑），和您见面了。本卷为考生服务、帮助考生在复习过程中提高成绩的原则，我们精心制作了这本常备专辑。常备专辑推出的宗旨就是以帮助学生得分为目的，它精巧地归纳了100%必考知识和必须重点掌握的知识，其作用显而易见，只要考生掌握了本辑内容，就会得到相应的高分。

从第3辑开始，《高考快卷》在全国范围内开始举办“我们的《高考快卷》”高考互动活动。这一活动的推出基于《高考快卷》的出版必须以广大考生的利益为重，《高考快卷》给考生的必须是考生所需要的。如今，活动正在全国如火如荼的开展，活动的信息反馈也正在陆续返回，我们期待着这次活动的圆满成功，也就此建议，为了您喜欢的《高考快卷》能够出版得更加完美，希望大家踊跃参与。

与高考考生直接互动，体现了《高考快卷》的针对性；直接帮助高考应届考生解决即时问题，体现了《高考快卷》的及时性。众所周知，每年的高考考题都不尽一样，直接押重原题的难度可想而知。《高考快卷》的一应出版计划即全部针对高考应试难题，深入挖掘教材潜藏的考题，并针对高考真题题型特点，关注发生在我们身边的即时热点问题，结合考纲精神，以务实的态度为考生规划复习蓝图，为考生确定复习及努力方向。传统的复习资料显然很难做到这些；如此多的结合切入点，将使考生复习的目的性更明确，节省考生时间，又避免资料重复带来不必要的麻烦。

我们更应该倡导快乐高考的新理念。就在刚才，我们收到了从北京市海淀区实验中学返回的“我们的《高考快卷》活动”有奖问卷，看到同学们认真填写的“参加高考心情和对全国考生勉励的话”，心情无比沉重又感到些许欣慰：沉重的是，考生们所背负的这座大山（高考），让年轻的他们承载的太多了；欣慰的是，面对高考，这一届考生的心态更加成熟了。

《高考快卷》就是要让考生在复习备考过程中感受到快乐，让考生们在期待中，感受它到来的惊喜。

二〇〇六年十一月于北京

·专辑预告·

《高考快卷·每月猜题》将于12月8日上市。

《高考快卷·每月猜题》将深挖教材内容，寻找高考命题源头，根据媒体及课外读物的最新素材，编写适时的原创新题，这些新题将以不同的栏目编在《高考快卷·每月猜题》中。欢迎广大师生多提宝贵意见，并欢迎富有经验的一线教师提供以上内容的稿件。来稿邮寄地址见左侧。

图书在版编目(CIP)数据
高考快卷·数学/路丽梅 刘毅然 主编.-北京:北京教育出版社,2006
ISBN 7-5303-4770-6
Ⅰ.高… Ⅱ.①路…②刘… Ⅲ.数学课-高中-习题-升学参考资料 Ⅳ.G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 120928 号

辑辑有新意·科科都精彩

高考快卷·数学
GAOKAO KUAIJUAN-SHUXUE

总主编:路丽梅 刘毅然
主编:乔家瑞
本册执行主编:王长伟

出版:北京出版社出版集团 北京教育出版社
100011 北京北三环中路 6 号
网址:www.bph.com.cn
发行:北京出版社出版集团总发行
印刷:北京北苑印刷责任有限公司印刷

开本:787×1092 1/16
印张:4
字数:70 千
版次:2006 年 11 月第 4 版 2006 年 11 月第 1 次印刷
印数:1-30 000
书号:ISBN 7-5303-4470-6 / G·4400
定价:6.00 元

质量投诉电话:010-58572245 58572393 51501911

本辑使用指南

本辑指导学生系统、全面地梳理本学科基础知识,明确把握本学科的考点,建构本学科的知识体系。分知识归纳总结和高考命题源头分析两个部分。第一部分以教材章节顺序安排考点顺序,把本学科高考中的考点进行了全面的归纳;第二部分横向对比 2006 年全国各地高考试卷,并根据高考的命题趋势,对 2007 年高考作出科学预测。本辑突出体现了以下特点:

一、剖析考点

根据高考试题的内容,以"清单"的形式把本学科知识点进行合理的分类、归纳。每个考点下设"备考说明""便捷背题本""出题方式说明""得分要点""2007 预测性考题"等栏目,一方面,归纳梳理本考点相关知识,帮助考生理解掌握重点知识,有效突破难点知识,正确区分易混知识;另一方面,剖析近年来高考对本考点的考查情况,指出该考点在高考时如何出题、出何题,指出该考点在高考中的地位,并给出了 2007 年高考预测考题,题目新颖,创设新情景,紧扣高考,并附有详尽的答案,以便于考生自己检查核对。通过对考点的深入剖析,进一步理清分析问题、解决问题的思路,便于学生整合归纳课本知识,使学生走出课本、走出题海,把课本读"薄"。

二、构建网络

对各个考点的分析做到以"教材"为本,不脱离教材,逐步夯实教材基础知识。紧扣教材、夯实基础是提高综合能力的前提,没有扎实深厚的基础知识,解题效率、综合能力就不可能得到提高。从近年来的高考来看,考试内容紧扣教材,注重基础,没有超纲题、偏题、怪题,没超出现行教材,基础性强,试题面貌比较熟悉,难度降低。因此,从试题命题导向给出的信息看,必须强调基础知识的重要性。本辑对基础知识的诠释,做到了多层次、多角度、有目的地引导学生深入理解。多角度、多层次的思考分析,然后通过典型题目的练习,以典型题目来训练和巩固,加深记忆,培养学生对基础知识灵活运用并能成功迁移的能力,并在此基础上,帮助学生完成对知识体系的构建。本辑以每个考点知识为起点或平台,联系穿插相关章节内容,使知识结构合理化,让学生在消化记忆中理清脉络,抓住起支撑作用的主干,构建知识网络。

三、对比预测

根据 2006 年各地高考试题的对比分析,找出高考出题的形式、知识范围以及出题的规律,有效地进行 2007 年高考权威预测。这既是对重点专题知识的升华和提高,也是对重点专题的补充,体现了高考的重点知识和热点问题,为考生的复习进一步明确了目的和方向。根据对考点的预测,使考生掌握了本考点出题的形式、在高考中的地位及在高考试卷中所占的分值。

另外,每个专辑内容的版底安排了"互助联盟""读者评刊""名言警句"等栏目,寓教于乐,帮助考生更轻松地使用这本书。

需要特别提醒广大考生注意的是:本专辑系统安排了"专家答疑"的内容,这是我们为考生精心策划的一个小栏目。它方便了考生对本科知识中重点、难点问题的掌握,帮助考生明确复习的方向和备考重点,极具前瞻性和借鉴性。

一个人就好像是一个分数,他的实际才能好比分子,而他对自己的估价好比分母。分母愈大则分数的值愈小。

——托尔斯泰

第一部分 知识归纳总结

必考内容一:集合问题

1. 集合的概念、集合中元素的特性、集合的表示方法(描述法);
2. 子集、真子集概念;
3. 集合的运算;
4. 集合的应用.

备考说明

集合语言是现代数学的基本语言,是高考每年必考的内容之一.集合问题主要考查集合本身的知识,以集合语言与集合思想为载体,考查函数的定义域、值域、方程、不等式、曲线间的相交等问题.

知识清单

1. 解答集合问题必须准确理解集合的有关概念,对于用描述法给出的集合$\{x|x\in p\}$,要紧紧抓住竖线前面的代表元素x以及它所具有的性质p,例如:$A=\{x|y=2^x\}=\mathbf{R}$,而$B=\{y|y=2^x\}=\{y|y>0\}$.
2. 准确理解子集、真子集的概念,n个元素组成的集合的子集有2^n个,真子集有2^n-1个,非空真子集有2^n-2个.
3. 语言与式子的转化理解,例如:$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B$.

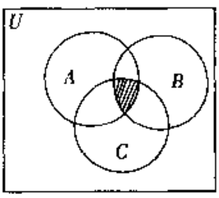
2007 预测

2007 年高考可能新增知识为集合的实际应用问题.

预测性考题

某地对农户抽样调查,结果如下:电冰箱拥有率为49%,电视机拥有率为85%,洗衣机拥有率为44%,拥有上述三种电器中两种或两种以上的占63%,三种电器齐全的占25%,那么一种电器也没有的相对贫困户所占比例为(　　)

A. 10%　　B. 12%　　C. 15%　　D. 27%



解析:把各种人群看作集合,本题就是已知全集元素个数,求其某个子集的元素个数,可借助 Venn 图解决.

设调查了100户农户,$U=\{$被调查的100户农户$\}$,

$A=\{$100户中拥有电冰箱的农户$\}$,

$B=\{$100户中拥有电视机的农户$\}$,

$C=\{$100户中拥有洗衣机的农户$\}$,

由图知,$A\cup B\cup C$的元素个数为$49+85+44-63-25=90$,所以$\complement_U(A\cup B\cup C)$的元素个数为$100-90=10$,所占比例为10%,所以选 A.

容易丢分点

对集合、概率理解不准确,对集合间关系符号语言读不懂,从而影响问题的解答,解决方法是将该类型问题进行类比归纳,对比记忆.

必考内容二:函数的概念

1. 函数解析式的求法;
2. 函数定义域的求法;
3. 函数的单调性;
4. 函数的奇偶性;
5. 函数的值域(最值)的求法;
6. 函数的图象;
7. 函数的实际应用.

备考说明

1. 函数的定义域、解析式、值域(最值)是高考的重点内容,或者直接考查,或者以它们为背景结合其他知识点进行考查,例如定义域与反函数结合、解析式与求函数值结合、值域与求最值结合.
2. 函数的单调性是函数的一个重要性质,几乎是每年必考的内容,例如判断或证明函数的单调性、求单调区间、利用单调性求参数的值域范围、利用单调性解不等式,考题既有选择题与填空题,又有解答题,难度既有容易题、中等题,也有难题.
3. 函数的奇偶性在高考中年年必考,主要考查函数的奇偶性的判定以及与周期性、单调性相结合的题目,在命题形式上主要是选择题、填空题和解答题.

知识清单

1. 函数定义域的求法:

(1)当函数是以解析式给出时,其定义域就是使函数解析式有意义的自变量的取值集合;

(2)当函数是以实际问题给出时,其定义域不仅要考虑使其解析式有意义,还要有实际意义;

(3)求函数的定义域一般是转化为解不等式或不等式组的问题,注意定义域是一个集合,其结果必须用集合或区间来表示.

2. 图象法表示函数是函数变量间对应关系的直观体现,是数形结合思想的重要表现,是研究函数性质的基础.利用函数解析式作出函数的图象,利用图

我认为专辑中的文言文需要改进,虽然文言文解释很详细,但是我觉得涉及某些词的解释时应拓展一下该词经常考到的用法和意思。

570203 海南省海口市实验中学高三(1)班　吴诗芬

象求函数解析式或分析函数解析式的特点是重要的数学解题能力之一.

3. 映射中两个集合 A、B 有先后次序，A 到 B 的映射与 B 到 A 的映射是截然不同的. 已知集合 A 中有 m 个元素，集合 B 中有 n 个元素，则从集合 A 到集合 B 的映射的个数为 n^m，从集合 B 到集合 A 的映射的个数为 m^n.

4. 函数的单调性是一个"区间概念"，如果一个函数在定义域的几个区间上都是增(减)函数，但不能说这个函数在其定义域上是增(减)函数，例如：函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在 $(-\infty,0)$ 上是减函数，在 $(0,+\infty)$ 上也是减函数，但不能说 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 上是减函数. 因为当 $x_1=-1$，$x_2=1$ 时有 $f(x_1)=-1<f(x_2)=1$ 不满足减函数的定义.

5. 函数单调性的变化是求最值和值域的主要依据，函数的单调区间求出后，再判断其增减性，是求最值和值域的前提，当然，函数的图象也是函数单调性的最直观体现.

6. 理解函数的奇偶性应注意：

(1) 定义域在数轴上关于原点对称是函数 $f(x)$ 为奇函数或偶函数的必要但不充分条件，$f(-x)=-f(x)$ 或 $f(-x)=f(x)$ 是定义域上的恒等式；

(2) 奇偶函数的定义是判断函数奇偶性的主要依据，为了便于判断函数的奇偶性，有时需要先将函数进行化简，或应用定义的等价形式：$f(-x)=\pm f(x)\Leftrightarrow f(-x)\mp f(x)=0\Leftrightarrow\frac{f(-x)}{f(x)}=\pm1\ (f(x)\neq0)$.

(3) ①若 $f(x)$ 是偶函数，则 $f(x)=f(|x|)$，反之亦真；

②若 $f(x)$ 为奇函数，且 0 在定义域内，则 $f(0)=0$；

③若 $f(x)=0$ 且 $f(x)$ 的定义域关于原点对称，则 $f(x)$ 既是奇函数又是偶函数.

2007 预测

2007 年高考可能更换背景继续考查上述知识点，并且有加大力度的趋势.

预测性考题

设 $f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的偶函数，$f(x)$、$g(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，且当 $x\in[2,3]$ 时，$g(x)=2a(x-2)-4(x-2)^3$.

(1) 求 $f(x)$ 的表达式；

(2) 是否存在正实数 a，使函数 $f(x)$ 的图象的最高点在直线 $y=12$ 上，若存在，求出正实数 a 的值；若不存在，请说明理由.

解：(1) 当 $x\in[-1,0]$ 时，$f(x)$ 上的点 $P(x,y)$ 与 $g(x)$ 上的点 $Q(x_0,y_0)$ 关于 $x=1$ 对称，则 $\begin{cases}x_0=2-x,\\ y_0=y,\end{cases}$ 此时 $x_0\in[2,3]$，代入 $g(x)$ 得

$f(x)=4x^3-2ax\ (x\in[-1,0])$.

$\because y=f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是偶函数，

$\therefore$ 当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=f(-x)=-4x^3+2ax$.

$$\therefore f(x)=\begin{cases}4x^3-2ax,-1\leqslant x\leqslant0,\\ -4x^3+2ax,0\leqslant x\leqslant1.\end{cases}$$

(2) 命题条件等价于 $f(x)_{max}=12$，因为 $f(x)$ 为偶函数，所以只需考虑 $0\leqslant x\leqslant1$ 的情况，求导得 $f'(x)=-12x^2+2a\ (0\leqslant x\leqslant1,a>0)$.

由 $f'(x)=0$ 得 $x=\sqrt{\frac{a}{6}}$ 或 $x=-\sqrt{\frac{a}{6}}$（舍）.

①当 $0<\sqrt{\frac{a}{6}}<1$，即 $0<a<6$ 时，

x	$\left(0,\sqrt{\frac{a}{6}}\right)$	$\sqrt{\frac{a}{6}}$	$\left(\sqrt{\frac{a}{6}},1\right)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	$-4\left(\sqrt{\frac{a}{6}}\right)^3+2a\sqrt{\frac{a}{6}}$	↘

$\therefore [f(x)]_{max}=f\left(\sqrt{\frac{a}{6}}\right)=-4\left(\sqrt{\frac{a}{6}}\right)^3+2a\sqrt{\frac{a}{6}}=12$，$\therefore a=3\sqrt[3]{18}>6$，不合题意.

②当 $\sqrt{\frac{a}{6}}\geqslant1$ 即 $a\geqslant6$ 时，$f'(x)>0\ (x\in(0,1))$，

$f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，

$\therefore [f(x)]_{max}=f(1)=12$，$\therefore a=8$.

综上，存在 $a=8$ 使得 $f(x)$ 的图象的最高点在直线 $y=12$ 上.

容易丢分点

对上述函数的有关概念把握不细致，不能灵活应用；上述概念及函数的基本性质的综合应用.

必考内容三：基本初等函数

1. 指数函数的图象和性质的综合应用；

2. 对数函数的图象和性质的综合应用；

3. 幂函数的图象和性质的运用.

备考说明

1. 指数与指数函数在高考中处于次重要地位，高考中往往以基础知识为主，例如数值的计算、函数值的求法、数值的大小比较等，但有时也与函数基本性质、二次函数、方程、不等式等内容结合起来编

复习归纳让我的知识形成体系；易混易错是警钟，减少知识上的失误；真题变式让我学会举一反三，思维能力提高；原创题紧扣教材，把握住了高考的"根"。

221600 江苏省沛县职教中心高三(4)班 王胜杰

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

制综合题.

2. 对数与对数函数在高考中既考查定义与图象以及它们的主要性质,又在数学思想方法上考查分类讨论的方法及字母运算能力. 关于此部分的高考试题,常常源于教材、高于教材,试题中的多数均可以在教材中找到原型,是教材中问题的延伸、变形与组合. 有关指数函数、对数函数的试题每年必考,它既可以以选择题或填空题的形式出现,又可以以解答题的形式出现,且综合能力要求较高.

3. 幂函数在高考中以基础知识为主,考查幂函数的图象和性质,如 2006 年广东卷第 3 题,一般以小题形式出现,属容易题,掌握好教材中五种常用的幂函数即可,但有时也与函数基本性质、二次函数、方程、不等式等内容结合起来编制综合题,如 2006 年湖南卷的第 13 题.

知识清单

1. 在引入分数指数幂概念后,指数概念就实现了由整数指数幂向有理指数幂的扩展. 在进行有理指数幂的运算时,一般思路是化负整数为正整数. 化根式为分数指数幂,化小数为分数. 灵活运用指数幂的运算性质,同时要注意运用整体的观点、方程的观点处理问题,或利用已知的公式、换元等简化运算过程.

2. 指数从有理数运算拓展到无理数的运算仍然满足有理数指数幂的运算性质,从而可以把整数指数幂的运算范围扩展到整个实数范围内运算.

3. 指数型函数单调性的判断:
利用复合函数单调性判断形如 $y=a^{f(x)}$ 的函数,它的单调区间与 $f(x)$ 的单调区间相关. 若 $a>1$,函数 $y=f(x)$ 的单调增(减)区间即为 $y=a^{f(x)}$ 的单调增(减)区间;若 $0<a<1$,函数 $y=f(x)$ 的单调增(减)区间则为 $y=a^{f(x)}$ 的单调减(增)区间.

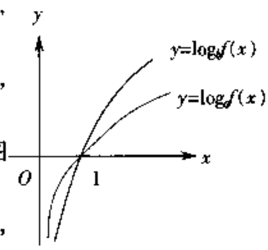
4. 学习指数函数的图象和性质应注意的几个问题:
(1)指数函数在同一直角坐标系中的图象的相对位置与底数的大小的关系:
在 y 轴右侧,图象从上到下相应的底数由大变小;在 y 轴左侧,图象从上到下相应的底数由小变大,即无论在 y 轴的左侧还是右侧,底数按逆时针方向变大.
(2)指数函数 $y=a^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图象关于 y 轴对称.

5. 可化为 $a^{2x}+B\cdot a^x+C=0$ 或 $a^{2x}+B\cdot a^x+C\geq0$ (≤0) 的指数方程或不等式,常借助换元法来解决,但应特别注意换元后新变元的取值范围.

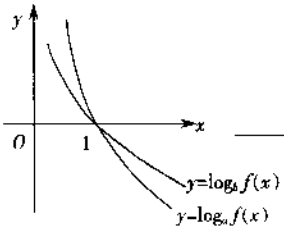
6. $a^x=N\Leftrightarrow\log_a N=x$,指数式与对数式的相互转化是指数运算与对数运算的常用方法.

7. 常见的对数运算性质:
(1) $a^{\log_a N}=N$; (2) $\log_a b\cdot\log_b a=1$; (3) $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$; (4) $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$; (5) $\log_{\frac{1}{a}} b=\log_a\frac{1}{b}$.

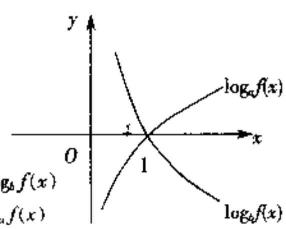
8. 对数函数的性质在比较对数值大小中的应用:
(1)比较同底数的两个对数值的大小,例如比较 $\log_a f(x)$ 与 $\log_a g(x)$ 的大小,其中 $a>0$ 且 $a\neq1$.
①若 $a>1$, $f(x)>0$, $g(x)>0$,则 $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow f(x)>g(x)>0$;
②若 $0<a<1$, $f(x)>0$, $g(x)>0$,则 $\log_a f(x)>\log_a g(x)\Leftrightarrow 0<f(x)<g(x)$.
(2)比较两个同真数的对数值的大小,例如比较 $\log_a f(x)$ 与 $\log_b f(x)$ 的大小,其中 $a>b>0$,且 $a\neq1$, $b\neq1$.
①若 $a>b>1$,如图(1):
当 $f(x)>1$ 时, $\log_b f(x)>\log_a f(x)$;
当 $0<f(x)<1$ 时, $\log_a f(x)>\log_b f(x)$;
②若 $1>a>b>0$,如图(2):
当 $f(x)>1$ 时, $\log_b f(x)>\log_a f(x)$;



(1)



(2)



(3)

当 $0<f(x)<1$ 时, $\log_a f(x)>\log_b f(x)$;
③若 $a>1>b>0$,如图(3):
当 $f(x)>1$ 时, $\log_a f(x)>0>\log_b f(x)$;
当 $0<f(x)<1$ 时, $\log_a f(x)<0<\log_b f(x)$.

9. 解对数方程的基本思路是化为代数方程,常见的可解类型有:
(1)形如 $\log_a f(x)=\log_a f(x)$ $(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的方程,化成 $f(x)=g(x)$,求解,验根;
(2)形如 $F(\log_a x)=0$ 的方程,换元法解;
(3)形如 $\log_{f(x)} g(x)=C$ 的方程,化成指数式 $[f(x)]^C=g(x)$ 求解.

10. 幂函数熟记 $\alpha=1$、2、3、$\frac{1}{2}$、-1 时的图象是解决

有关幂函数问题的基础.

11. 幂函数的性质如下：

一般地，当 $\alpha>0$ 时，幂函数 $y=x^{\alpha}$ 有下列性质：

(1)图象都通过点(0,0)、(1,1)；

(2)在第一象限内，函数值随 x 的增大而增大；

(3)在第一象限内，$\alpha>1$ 时，图象是向下凸的，$0<\alpha<1$ 时，图象是向上凸的；

(4)在第一象限内，过(1,1)点后，图象向右上方无限伸展.

当 $\alpha<0$ 时，幂函数 $y=x^{\alpha}$ 有下列性质：

(1)图象都通过点(1,1)；

(2)在第一象限内，函数值随 x 的增大而减小，图象是向下凸的；

(3)在第一象限内，图象向上与 y 轴无限地接近，向右与 x 轴无限地接近；

(4)在第一象限内，过(1,1)点后，$|\alpha|$ 越大，图象下落的速度越快.

2007 预测

2007 年高考中基本初等函数的考查仍以基础知识为主，提高综合应用能力的要求.

预测性考题

已知 $y=\log_a(2-ax)$ 在 $[0,1]$ 上是增函数，则不等式 $\log_a|x+1|>\log_a|x-3|$ 的解集为(　　)

A. $\{x|x<1\}$　　B. $\{x|x<-1\}$

C. $\{x|x<1$ 且 $x\neq-1\}$　　D. $\{x|x>1\}$

解析：因为 $y=\log_a(2-ax)$ 在 $[0,1]$ 上是增函数，又因为 $a>0$，所以 $2-ax$ 为减函数，所以 $0<a<1$，则 $y=\log_a x$ 为减函数，所以 $0<|x+1|<|x-3|$，即 $0<|x+1|^2<|x-3|^2$，解得 $x\neq-1$ 且 $x<1$. 故选 C.

必考内容四：三角函数的概念

1. 三角函数的概念；
2. 同角三角函数的关系；
3. 三角函数的诱导公式.

备考说明

在高考命题中，角的概念的考查多结合三角函数的基础知识进行考查和对求角的集合的交、并等计算技能的考查，有一定的综合性，涉及的知识点较多，不过多数比较浅显. 虽然三角函数的意义与三角函数的符号一般在最基本的层面上考查，但却树立了数形结合的典范，试题以选择题居多.

另外对求值题，主要考查同角三角函数的基本关系式、三角函数的诱导公式. 在求三角函数值时的应用，考查利用三角公式进行恒等变形的技能，以及基本运算的能力，特别突出算理算法的考查.

知识清单

1. 注意第一象限角、锐角、小于 90°的角的区别与联系.
2. 单位圆中的三角函数线是数形结合的有效工具，借助它，不仅可以画出准确的三角函数图象，还可以讨论三角函数的性质. 三角函数线是有向线段，字母顺序不能随意调换，当角 α 的终边与 x 轴重合时，正弦线、正切线分别变成一个点，此时角 α 的正弦值和正切值都为 0；当角 α 的终边与 y 轴重合时，余弦线变成一个点，正切线不存在.
3. 掌握三角函数的三种基本题型.

(1)求值题型. 已知某任意角的正弦、余弦、正切中的一个求其他两个，这里应特别注意开方时根号前正、负号的选取，应根据题设条件是否指明角所在的象限，确定最后结果是一组解还是两组解；

(2)化简三角函数式. 化简是一种不指明答案的恒等变形，三角函数化为最简形式的标准是相对的，一般是指函数种类要少，项数要最少，函数次数尽量低，能求出数值的要求出数值，尽量使分母不含三角形式和根式；

(3)证明简单的三角恒等式，一般方法有三种：即由繁的一边证到简单的一边；证明左、右两边等于同一式子；证明与原恒等式等价的式子，从而推出原式成立.

4. 在计算、化简或证明三角函数式时常用的技巧有：

(1)"1"的代换. 为了解题的需要有时可以将"1"用"$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha$"代替；

(2)切化弦. 利用商数关系把正切函数化为正弦函数和余弦函数；

(3)整体代替. 将计算式适当变形使条件可以整体代入或将条件适当变形找出与算式之间的关系.

5. 应用诱导公式，重点是"函数名称"与"正负号"的正确判断. 求任意角的三角函数值问题，都可以通过诱导公式化为锐角三角函数的求值问题，具体步骤为："负角化正角"→"正角化锐角"→求值.
6. 在运用这六组诱导公式时，要仔细体会其中的数学思想——化归思想，并在学习过程中能自觉地运用.
7. 诱导公式起着变名、变号、变角等作用，在三角有关问题(特别是化简、求值、证明)中常使用.
8. 使用诱导公式时一定要注意三角函数值在各象限的符号，特别是在具体题目中出现类似 $k\pi\pm\alpha$ 的形式时，需要对 k 的取值进行分类讨论，从而确定出三角函数值的正负.
9. 必须对一些特殊角的三角函数值熟记，做到"见角知值，见值知角".

这本书中的答案令我受益匪浅，既精又细，让我对学习过程中所忽视的在答案中得到领会，对知识更加系统化。
457400　河南省南乐县东方中学高三(2)班　王彦昌

预测性考题

已知函数$f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)$，其中$a$、$b$、$\alpha$、$\beta$都是非零实数，且满足$f(2\,002)=-1$，则$f(2\,007)$的值为________.

解析：$\because f(2\,002)=a\sin(2\,002\pi+\alpha)+b\cos(2\,002\pi+\beta)=a\sin\alpha+b\cos\beta=-1$，

$\therefore f(2\,007)=a\sin(2\,007\pi+\alpha)+b\cos(2\,007\pi+\beta)=a\sin(\pi+\alpha)+b\cos(\pi+\beta)=-a\sin\alpha-b\cos\beta=-(a\sin\alpha+b\cos\beta)=1$.

容易丢分点

诱导公式应用过程中，化归思想的自觉应用.

必考内容五：三角函数的图象和性质、三角函数数型的应用

1. 三角函数的定义域问题；
2. 三角函数的值域与最值；
3. 三角函数的单调性问题；
4. 三角函数的奇偶性问题；
5. 三角函数的周期性问题；
6. 三角函数的图象变换；
7. 用已知的三角函数模型解决问题.

备考说明

1. 三角函数的性质和图象主要考查三角函数的概念、周期性、单调性、有界性及图象的平移和伸缩变换等，多以小而活的选择题和填空题的形式出现，有时也会出现以函数性质为主、结合图象的综合题.
2. 函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象和性质在高考中出现的频率较高，主要考查能化成形如$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象和性质.
3. 三角函数的最值问题是三角函数性质和三角恒等变换的综合应用，是数形结合的较好体现点，这几年的高考题也很好地体现了这一点.
4. 三角函数是基本初等函数，它是描述周期现象的重要数学模型，在数学和其他领域中具有重要的作用. 在高考命题中，单摆、弹簧振子、圆上一点的运动，以及音乐、波浪、潮汐、四季变化等周期现象将是新的命题背景.

知识清单

1. 三角函数的定义域是研究其他一切性质的前提，求三角函数的定义域事实上就是解最简单的三角不等式(组)，通常可用三角函数的图象或三角函数线来求解，注意数形结合思想的应用.
2. 三角函数的值域问题，实质上大多是含有三角函数的复合函数的值域问题，常用的方法有：化为代数函数的值域，或化为关于$\sin x$(或$\cos x$)的二次函数式，再利用换元，配方等方法转化为求二次函数在限定区间上的值域.
3. 三角函数的单调性：

(1)函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$的单调区间的确定，基本思想是把$\omega x+\varphi$看作一个整体，例如：由$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant\omega x+\varphi\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$解出$x$的取值范围，所得区间即为增区间；由$2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant\omega x+\varphi\leqslant 2k\pi+\frac{3}{2}\pi(k\in\mathbf{Z})$解出$x$的取值范围，所得区间即为减区间.

若函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$中$A>0,\omega<0$，可用诱导公式将函数变为$y=-A\sin(-\omega x-\varphi)$，则$y=A\sin(-\omega x-\varphi)$的增区间为原函数的减区间，减区间为原函数的增区间.

对于函数$y=A\cos(\omega x+\varphi)$的单调性的讨论与上述类似.

(2)比较三角函数值的大小，往往是利用奇偶性或周期性转化为属于同一单调区间上的两个同名函数值，再利用单调性比较.

4. 三角函数图象的变换，重点考查了平移：沿x轴平移，按“左加右减”法则；沿y轴平移，按“上加下减”法则.

在作图象时，提倡先平移后伸缩，但先伸缩后平移在题目中也经常出现，所以必须熟练掌握. 无论是哪种变形，切记每一个变换总是对字母x而言的，即图象变换要看变量起多大变化，而不是角变化多少.

预测性考题

设$\boldsymbol{a}=\left(\sin^2\left(\frac{\pi+2x}{4}\right),\cos x+\sin x\right)$，$\boldsymbol{b}=(4\sin x,\cos x-\sin x)$，$f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

(1)求函数$f(x)$的解析式；

(2)已知常数$\omega>0$，若$y=f(\omega x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right]$上是增函数，求$\omega$的取值范围；

(3)设集合$A=\left\{x\,\middle|\,\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{2\pi}{3}\right\}$，$B=\{x\,|\,|f(x)-m|<2\}$，若$A\subseteq B$，求实数$m$的取值范围.

解：(1)$f(x)=\sin^2\left(\frac{\pi+2x}{4}\right)\cdot 4\sin x+(\cos x+\sin x)\cdot(\cos x-\sin x)$

$=4\sin x\cdot\dfrac{1-\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)}{2}+\cos 2x$

$=2\sin x(1+\sin x)+1-2\sin^2 x=2\sin x+1$,

故$f(x)=2\sin x+1$.

(2)$\because f(\omega x)=2\sin\omega x+1$,

由$2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\omega x\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$,

得$f(\omega x)$的增区间是

$\left[\dfrac{2k\pi}{\omega}-\dfrac{\pi}{2\omega},\dfrac{2k\omega}{\omega}+\dfrac{\pi}{2\omega}\right],k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore f(\omega x)$在$\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2\pi}{3}\right]$上是增函数.

$\therefore\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{2\pi}{3}\right]\subseteq\left[-\dfrac{\pi}{2\omega},\dfrac{\pi}{2\omega}\right]$,

$\therefore -\dfrac{\pi}{2}\geqslant-\dfrac{\pi}{2\omega}$且$\dfrac{2\pi}{3}\leqslant\dfrac{\pi}{2\omega}$.

$\therefore\omega\in\left(0,\dfrac{3}{4}\right]$.

(3)由$|f(x)-m|<2$得$-2<m-f(x)<2$,

即$f(x)-2<m<f(x)+2$.

$\because A\subseteq B$,

$\therefore$当$\dfrac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\dfrac{2\pi}{3}$时,

不等式$f(x)-2<m<f(x)+2$恒成立.

$\therefore[f(x)-2]_{\max}<m<[f(x)+2]_{\min}$,

$\because f(x)=2\sin x+1$,

$\therefore$在$\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$上,$f(x)_{\min}=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=2$,

$f(x)_{\max}=f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$

$\therefore m\in(1,4)$.

容易丢分点

三角函数的性质和三角恒等变换的综合应用,解决问题的方法是自觉运用化归、数形结合等数学思想.

必考内容六:三角恒等变换

1. 求值问题:给角求值;给值求值;给值求角;
2. 化简三角函数式;
3. 证明三角函数式.

备考说明

三角恒等变换是高考复习的重点之一,三角函数的化简、求值及三角恒等式的证明是三角变换的基本问题.历年高考中,在考查三角公式的掌握和运用的同时,还注重考查思维的灵活性和发散性,以及观察能力、运算推理能力和综合分析能力.

知识清单

1. 公式成立的条件:在公式中,只有当公式的等号两端都有意义时,公式才成立.
2. 公式应用要讲究一个"活"字,即正用、逆用、变形用,还要创造条件用公式,如拆角、配角技巧:$\beta=(\alpha+\beta)-\alpha,2\alpha=(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)$等,注意切化弦、通分等方法的使用,充分利用三角函数值的变式,如:

   $1=\tan 45°,-1=\tan 135°,\sqrt{3}=\tan 60°,\dfrac{1}{2}=\cos 60°$

   或$\dfrac{1}{2}=\sin 30°,\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$,

   学会灵活地运用公式.
3. 当角α、β中有一个角为90°的整数倍时,使用诱导公式较为简便,诱导公式是两角和与差的三角函数公式的特例.
4. 搞清公式的来龙去脉,$C_{(\alpha-\beta)}$是基础,其他公式都是用代换法及诱导公式得到的结论.

预测性考题

设$\alpha>0,0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$且$\alpha+\beta=\dfrac{5}{6}\pi$,求函数$y=2-\sin^2\alpha-\cos^2\beta$的值域.

解:$y=2-\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}-\dfrac{1+\cos 2\beta}{2}$,

$=1+\dfrac{1}{2}(\cos 2\alpha-\cos 2\beta)$,

$\because\alpha+\beta=\dfrac{5\pi}{6},2\alpha=\dfrac{5\pi}{3}-2\beta$,

$\therefore y=1+\dfrac{1}{2}\left[\cos\left(\dfrac{5\pi}{3}-2\beta\right)-\cos 2\beta\right]$

$=1+\dfrac{1}{2}\left(\cos\dfrac{5\pi}{3}\cos 2\beta+\sin\dfrac{5\pi}{3}\sin 2\beta-\cos 2\beta\right)$

$=1+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\cos 2\beta-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\beta-\cos 2\beta\right)$

$=1-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\cos 2\beta+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\beta\right)$

$=1-\dfrac{1}{2}\sin\left(2\beta+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

$\because 0<\beta<\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{6}<2\beta+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{7\pi}{6}$,

$\therefore -\dfrac{1}{2}<\sin\left(2\beta+\dfrac{\pi}{6}\right)\leqslant 1$,

$\therefore\dfrac{1}{2}\leqslant y<\dfrac{5}{4}$,

$\therefore$函数$y=2-\sin^2\alpha-\cos^2\beta$的值域是$\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{4}\right)$.

容易丢分点

公式的灵活运用,拆角、配角的技巧的应用.

我喜欢"复习归纳",让我零散的知识串成一串,便于对知识的整体把握。"经典高考真题"部分的例题和变式预测题,都太棒了,太有代表性了。
252000 山东省聊城市振兴路亚太裕景花园小区邮政所20#一单元201室 杨真真

必考内容七:平面向量

1. 平面向量的有关概念;

2. 平面向量的加法、减法的综合应用;

3. 平面向量共线定理及其应用;

4. 平面向量基本定理及其应用;

5. 平面向量的坐标运算及其应用;

6. 平面向量数量积的运算;

7. 利用平面向量数量积解决长度、夹角问题.

备考说明

1. 关于平面向量基本概念及其相关的基本理论,在高考试题中可以以选择题、填空题的形式出现,特别是向量加减法的运算及其几何意义,在试题的难易程度上可能偏难一些.近几年全国试卷,要求考生能在深刻理解向量的相关概念及运算的基础上综合运用,共有一定的创新理念.

2. 向量的数量积是高考命题的热点,主要考查:

(1)平面向量数量积的运算、化简、证明问题;

(2)平面向量平行、垂直的充要条件的应用,用向量证明平面几何问题;

(3)单独命题时,题型一般以选择题、填空题形式出现,属容易题;

(4)考查平面向量综合应用.向量的坐标是代数与几何联系的桥梁,它融数、形于一体,具有代数形式和几何形式的双重身份,是中学数学知识的一个重要交汇点,常与平面几何、解析几何、三角等内容交叉渗透,使数学问题的情境新颖别致、自然流畅.此类题一般以解答题形式出现,综合性比较强,难度也比较大.

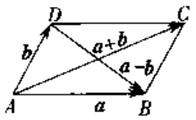
知识清单

1. 向量是自由向量,大小和方向是向量的两个要素,在用有向线段表示向量时,要认识到有向线段的起点的选取是任意的,不要误以为向量也是由起点、大小和方向三个要素决定的.一句话,研究向量问题应具有"平移"意识——长度相等、方向相同的向量都是相等向量.

2. 共线向量也就是平行向量,其要求是几个非零向量的方向相同或相反,当然向量所在的直线可以平行,也可以重合,其中"共线"的含义不同于平面几何中"共线"的含义.实际上,共线向量有以下四种情况:方向相同且模相等;方向相同且模不等;方向相反且模相等;方向相反且模不等.这样,也就找到了共线向量与相等向量的关系,即共线向量不一定是相等向量,而相等向量一定是共线向量.

3. 两个向量的和仍是向量.特别注意的是:在向量加法的表达式中零向量一定要写成$\mathbf{0}$,而不应写成0;在$\triangle ABC$中,$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\mathbf{0}$.

4. 两个向量的和与差也可用平行四边形法则及三角形法则求得:如图,用平行四边形法则时,两个向量也是共起点,



和向量是起点与它们的起点重合的那条对角线($\overrightarrow{AC}$),而差向量是另一条对角线($\overrightarrow{DB}$),方向是从减向量指向被减向量;用三角形法则时,把减向量与被减向量的起点相重合,则差向量是从减向量的终点指向被减向量的终点.

5. 对于向量共线定理及其等价定理,关键要理解为位置(共线或不共线)与向量等式之间所建立的对应关系.用向量共线定理可以证明几何中的三点共线和直线平行问题,但是向量平行与直线平行是有区别的,直线平行不包括重合情况,也就是说,要证明三点共线或直线平行都是先探索有关的向量满足向量等式$\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$,再结合条件或图形有无公共点证明几何位置.

6. 若$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$不共线且$\lambda\boldsymbol{a}=\mu\boldsymbol{b}$,则$\lambda=\mu=0$.

7. 平面向量基本定理实际上是向量实际上是向量的分解定理,并且是平面向量正交分解的理论依据,也是向量的坐标表示的基础.

8. 已知$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$是平面的一组基底,如果向量$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$共面,那么有且只有一对实数λ_1、λ_2,使$\boldsymbol{a}_1=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$.反之,如果有且只有一对实数$\lambda_1$、$\lambda_2$使$\boldsymbol{a}=\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2$,那么$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$共面.

9. 关于平面向量基本定理中λ_1、λ_2唯一性的理解,可用反证法:假设存在一对实数λ'_1、λ'_2,且$\lambda'_1\neq\lambda_1$,$\lambda'_2\neq\lambda_2$,使$\boldsymbol{a}=\lambda'_1\boldsymbol{e}_1+\lambda'_2\boldsymbol{e}_2$.由$\boldsymbol{a}=\lambda'_1\boldsymbol{e}_1+\lambda'_2\boldsymbol{e}_2$得$\lambda_1\boldsymbol{e}_1+\lambda_2\boldsymbol{e}_2=\lambda'_1\boldsymbol{e}_1+\lambda'_2\boldsymbol{e}_2$,即$(\lambda_1-\lambda'_1)\boldsymbol{e}_1+(\lambda_2-\lambda'_2)\boldsymbol{e}_2=\mathbf{0}$.由于$\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$不共线,则$\lambda_1-\lambda'_1=\lambda_2-\lambda'_2=0$,这与假设矛盾,故假设不成立,从而证明实数对$\lambda_1$、$\lambda_2$唯一.

10. 由于自由向量的起点是可以任意选取的,如果向量不是以坐标原点为起点,则向量坐标就跟终点坐标不同,而对同一向量或相等向量(向量坐标相同),若选择不同的起点坐标,则终点坐标也不同.

例如:$A(1,2)$,$B(3,4)$,$C(-1,3)$,$D(1,5)$,$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CB}=(2,2)$.

要清楚向量的坐标与表示该向量的有向线段的起点、终点的具体位置无关,只与其相对位置有关.

11. 在实数运算中$ab=0\Leftrightarrow a=0$或$b=0$,而在向量运

算中，

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Rightarrow\boldsymbol{a}=0$ 或 $\boldsymbol{b}=0$ 是错误的，应该有以下四种情况：

(1) $\boldsymbol{a}=0,\boldsymbol{b}\neq0$；

(2) $\boldsymbol{a}\neq0,\boldsymbol{b}=0$；

(3) $\boldsymbol{a}=0,\boldsymbol{b}=0$；

(4) $\boldsymbol{a}\neq0,\boldsymbol{b}\neq0$，但 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

12. 向量数量积的性质：$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}$，$\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0\Leftrightarrow\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，因此，用平面向量数量积可以解决有关长度、角度、垂直的问题.

13. 以下是向量数量积的向量形式和坐标形式，应恰当合理地运用.

设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$，$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$，θ 是 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角，则：

(1) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\theta=x_1x_2+y_1y_2$；

(2) 当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向时，

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}$；

当 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向时，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|=-\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}$. 特别地，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}^2=|\boldsymbol{a}|^2=x_1^2+y_1^2$，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$.

(3) $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|$，即 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|x_1x_2+y_1y_2|\leqslant\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}$.

14. 向量的坐标表示与运算可以大大简化数量积的运算，由于有关长度、角度和垂直问题可以利用向量的数量积来解决，因此我们可以利用向量的直角坐标求出向量的长度、平面内两点间的距离、两个向量的夹角，判断两向量是否垂直.

15. 用向量法证明几何问题的基本思想是：将问题中有关的线段表示为向量，然后根据图形的性质和特点，应用向量的运算、性质、法则，推出所要求证的结论. 要注意挖掘题目中，特别是几何图形中的隐含条件.

16. 证明直线平行、垂直、线段相等等问题的基本方法有：

(1) 要证 $AB=CD$，可转化为证明 $\overrightarrow{AB}^2=\overrightarrow{CD}^2$ 或 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$；

(2) 要证两线段 $AB\parallel CD$，只要证存在一个实数 $\lambda\neq0$，使等式 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{CB}$ 成立即可；

(3) 要证两线段 $AB\perp CD$，只需证 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}=0$.

预测性考题

已知向量 $\boldsymbol{m}_1=(0,x)$，$\boldsymbol{n}_1=(1,1)$，$\boldsymbol{m}_2=(x,0)$，$\boldsymbol{n}_2=(y^2,1)$（其中 x,y 是实数），又设向量 $\boldsymbol{m}=\boldsymbol{m}_1+\sqrt{2}\boldsymbol{n}_2$，$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{m}_2-\sqrt{2}\boldsymbol{n}_1$，且 $\boldsymbol{m}\parallel\boldsymbol{n}$，点 $P(x,y)$ 的轨迹为曲线 C.

(1) 求曲线 C 的方程；

(2) 设直线 $l:y=kx+1$ 与曲线 C 交于 M、N 两点，当 $|MN|=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ 时，求直线 l 的方程.

解：(1) 由已知，有

$\boldsymbol{m}=(0,x)+(\sqrt{2}y^2,\sqrt{2})=(\sqrt{2}y^2,x+\sqrt{2})$，

$\boldsymbol{n}=(0,x)-(\sqrt{2},\sqrt{2})=(x-\sqrt{2}y^2,-\sqrt{2})$.

$\because\boldsymbol{m}\parallel\boldsymbol{n}$，

$\therefore\sqrt{2}y^2(-\sqrt{2})-(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})=0$，

即所求曲线的方程是：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$.

(2) 由 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+y^2=1,\\ y=kx+1\end{cases}$ 消去 y，得

$(1+2k^2)x^2+4kx=0$，

解得 $x_1=0,x_2=\dfrac{-4k}{1+2k^2}$（$x_1$、$x_2$ 分别为 M、N 的横坐标）.

由 $|MN|=\sqrt{1+k_2}|x_1-x_2|$

$=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{1+k_2}\left|\dfrac{4k}{x_1-x_2}\right|$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$，解得 $k=\pm1$，

$\therefore$ 所求直线 l 的方程为 $x-y+1=0$ 或 $x+y-1=0$.

必考内容八：解解三角形

1. 正弦定理的应用；

2. 余弦定理的应用；

3. 解斜三角形问题.

备考说明

在高考试题中，有关解三角形的内容主要考查正弦定理、余弦定理及利用三角公式进行恒等变形的技能及运算能力，以化简、求值或判断三角形的形状为主，考查有关定理的应用、三角恒等变换的能力、运算能力及转化的数学思想，解三角形常常作为解题工具用于立体几何中的计算或证明.

知识清单

1. 正弦定理的应用极为广泛，它将三角形的边和角有机地联系起来，从而使三角形与几何产生联系，为求与三角形有关的量（如三角形面积、外接圆和内切圆的半径和面积等）提供了理论基础，也是判定

真题变式很有特色，解答十分详细，并含有对题目的点评。每页的名言警句也很好。
650000 云南省昆明市第八中学高三(9)班 吴晶晶
此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

三角形形状、证明三角形中有关等式的重要依据.

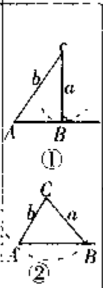
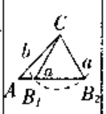
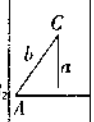
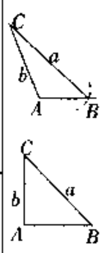
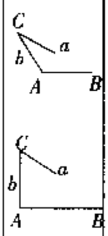
2. 因为正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$是一个比例等式,所以可以联想用比例的有关知识:合比定理、分比定理等.

3. 用正弦定理解三角形,经常和其他知识联系在一起,最易联系到的是三角函数有关公式:诱导公式(因为三角形的三个内角和为180°,内角和的一半为90°)以及倍角公式、半角公式等.

4. 解斜三角形的类型:

(1)已知两角与一边,用正弦定理,有解时,只有一解.

(2)已知两边及其中一边的对角,用正弦定理,可能有两解、一解或无解.在$\triangle ABC$中,已知a、b和$\angle A$时,解的情况如下:

	A为锐角			A为钝角或直角	
图形					
关系式	①$a=b\sin A$ ②$a\geqslant b$	$b\sin A<a<b$	$a<b\sin A$	$a>b$	$a\leqslant b$
解的个数	一解	两解	无解	一解	无解

5. 余弦定理用于判断三角形的形状:

(1)$\triangle ABC$中,若$a^2<b^2+c^2$,则$0°<A<90°$;反之,若$0°<A<90°$,则$a^2<b^2+c^2$.

(2)在$\triangle ABC$中,若$a^2=b^2+c^2$,则$A=90°$;反之,若$A=90°$,则$a^2=b^2+c^2$.

(3)在$\triangle ABC$中,若$a^2>b^2+c^2$,则$90°<A<180°$;反之,若$90°<A<180°$,则$a^2>b^2+c^2$.

6. 在$\triangle ABC$中,其外接圆半径为R,角A、B、C的对边分别是a、b、c,由正弦定理可知$a=2R\sin A$,$b=2R\sin B$,$c=2R\sin C$.代入余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,$c^2=b^2+a^2-2ab\cos C$可得到一组推论:$\sin^2A=\sin^2B-\sin^2C-2\sin B\sin C\cos A$,$\sin^2B=\sin^2A+\sin^2C-2\sin A\sin C\cdot\cos B$,$\sin^2C=\sin^2A+\sin^2B-2\sin A\sin B\cos C$.容易证明,在非三角形中,若$A+B+C=k\pi$,$k\in\mathbf{Z}$,该组推论仍然成立.

预测性考题

在$\triangle ABC$中,a、b、c是A、B、C所对的边,且$\cos 2B+2\cos B=2\cos^2(A+C)$.

(1)求角B的大小;

(2)若$\triangle ABC$的面积$S=\sqrt{3}$,求$a+c$的最小值.

解:(1)由已知$\cos 2B+2\cos B=2\cos^2(A+C)$,$A+B+C=\pi$,得$2\cos^2B-1+2\cos B=2\cos^2B$,

$\therefore \cos B=\frac{1}{2}$.

$\because 0<B<\pi$,

$\therefore B=\frac{\pi}{3}$.

(2)$\because S=\frac{1}{2}ac\sin B=\sqrt{3}$,

$\therefore ac=4$.

又$\because a+c\geqslant 2\sqrt{ac}=4$,当且仅当$a=c=2$时等号成立,

$\therefore a+c$的最小值为4.

容易丢分点

正弦定理的应用,讨论解的个数;三角形本身固有性质的灵活应用,如$A+B+C=\pi$,$2A+2B+2C=2\pi$,$\frac{A}{2}+\frac{B}{2}+\frac{C}{2}=\frac{\pi}{2}$,在同一三角形中,大边对大角,大角对大边,任意两边之和大于第三边等.

必考内容九:等差数列问题

1. 等差数列的判定;
2. 等差数列的通项公式及其性质;
3. 等差数列的前n项和的最值问题.

备考说明

等差数列考查的题型既有选择题、填空题,又有解答题,难度既有容易题、中等题,也有难题.客观题突出"小而巧",主要考查性质的灵活运用及对概念的理解;主观题都为"大而全",着重考查函数方程、等价转化、分类讨论等重要的数学思想.

知识清单

1. $A=\frac{a+b}{2}$是a、A、b成等差数列的充要条件.在一个等差数列中,从第2项起,每一项(有穷等差数列的末项除外)都是它的前一项与后一项的等差中项.

2. 三个数成等差数列,根据对称性特点一般可设为$a-d$,a,$a+d$.若四个数成等差数列,一般可设为$a-3d$、$a-d$、$a+d$、$a+3d$.

3. 若$\{a_n\}$共有$2n$项,则$S_{2n}=n(a_n+a_{n+1})$,并且$S_偶-S_奇=nd$,$S_偶:S_奇=a_{n+1}:a_n$;

若数列$\{a_n\}$共有$2n+1$项,则$S_{2n+1}=(2n+1)a_{n+1}$,并且$S_偶-S_奇=-a_{n+1}$,$S_偶:S_奇=n:(n+1)$.

4. 设S_n是等差数列的前n项和,则$S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n},\cdots$构成公差为$n^2d$的等差数列.

5. 公式$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$可进一步变形为:

$S_n=na_1+\frac{n^2}{2}d-\frac{n}{2}d=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$,

若令$A=\frac{d}{2}$,$B=a_1-\frac{d}{2}$,则有$S_n=An^2+Bn$,

①这是等差数列前n项和公式的另一种表达形式;

②当$A\neq0$,即$d\neq0$时,该式是n的二次函数,即(n,S_n)在$y=Ax^2+Bx$的图象上,因此,当$d\neq0$时,数列$S_1,S_2,S_3,\cdots,S_n$的图象是抛物线$y=Ax^2+Bx$上的一群离散的点.因此,由二次函数的性质即可得结论:当$d>0$时,S_n有最小值,当$d<0$时,S_n有最大值.

6. 等差数列各项取绝对值后组成的数列$\{|a_n|\}$的前n项和,可分为以下情形:

(1)等差数列$\{a_n\}$的各项都为非负数,这种情形中数列$\{|a_n|\}$就等于数列$\{a_n\}$,可以直接求解.

(2)等差数列$\{a_n\}$中,$a_1>0,d>0$,这种数列只有前边有限项为非负数,从某项开始其余所有项都为负数,可把数列$\{a_n\}$分成两段来处理.

(3)等差数列$\{a_n\}$中,$a_1<0,d>0$,这种数列只有前边有限项为负数,其余都为非负数,同样可以把数列$\{a_n\}$分成两段处理.

总之,解决此类问题的关键是找到数列$\{a_n\}$的正负分界点.

预测性考题

已知数列$\{a_n\}$的前n项的和为S_n,且满足$a_1=\frac{1}{2}$,$a_n=-2S_nS_{n-1}(n\geq2)$.

(1)数列$\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$是否为等差数列?请证明你的结论;

(2)求S_n和a_n;

(3)求证:$S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_n^2\leq\frac{1}{2}-\frac{1}{4n}$.

(1)解:$\because$当$n\geq2$时,$a_n=S_n-S_{n-1}$,

$\therefore S_n-S_{n-1}=-2S_nS_{n-1}$,

$S_n(1+2S_{n-1})=S_{n-1}$,

显见,若$S_{n-1}\neq0$,则$S_n\neq0$.

$\because S_1=a_1=\frac{1}{2}\neq0$,

$\therefore$由递推关系知$S_n\neq0(n\in\mathbf{N}^*)$,

$\therefore\frac{1}{S_{n-1}}-\frac{1}{S_n}=-2$,$\frac{1}{S_n}-\frac{1}{S_{n-1}}=2(n\geq2)$,

$\therefore\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$是等差数列.

(2)解:由(1)知,$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{S_1}+(n-1)\cdot2$

$=\frac{1}{a_1}+2n-2=2n$,

$\therefore S_n=\frac{1}{2n}$,

当$n\geq2$时,$a_n=S_n-S_{n-1}=-\frac{1}{2n(n-1)}$,

$$\therefore a_n=\begin{cases}\frac{1}{2}, & n=1,\\ -\frac{1}{2n(n-1)} & n\geq2.\end{cases}$$

(3)证明:$S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_n^2$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{6}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{2n}\right)^2$

$=\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{n^2}\right)$

$\leq\frac{1}{4}\left[1+\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\cdots+\frac{1}{n(n-1)}\right]$

$=\frac{1}{4}\left[1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)\right]$

$=\frac{1}{4}\left(2-\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4n}$,

$\therefore S_1^2+S_2^2+\cdots+S_n^2\leq\frac{1}{2}-\frac{1}{4n}$.

等号当且仅当$n=1$时成立.

必考内容十:等比数列问题

1. 等比数列的判定;
2. 等比数列的通项公式及性质;
3. 等比数列前n项和的性质;
4. 等差数列、等比数列综合题.

备考说明

等比数列的定义、判定、通项公式和前n项和公式的探求、等比数列性质的应用是历年高考的必考内容,考查形式类似等差数列,考查题型既有基本题,也有与等差数列、函数、方程、解析几何等知识有关的综合题.

知识清单

1. 解决等比数列有关问题的常见思想方法:

基础题后面紧跟真题变式,讲解全面,我喜欢。
231420 安徽省桐城市第八中学高三(9)班 光善平

(1)方程的思想.等比数列中有五个量 a_1、n、q、a_n、S_n,一般可以"知三求二",通过列方程(组)求关键量 a_1 和 q,问题可迎刃而解.

(2)数形结合的思想.通项公式 $a_n=a_1q^{n-1}$ 可化为 $a_n=\left(\frac{a_1}{q}\right)q^n$,因此 a_n 是关于 n 的函数,即$\{a_n\}$中的各项所表示的点 (n,a_n) 在曲线 $y=\left(\frac{a_1}{q}\right)q^x$ 上,是一群孤立的点.

单调性:当$\begin{cases}a_1>0,\\q>1\end{cases}$或$\begin{cases}a_1<0,\\0<q<1\end{cases}$时,$\{a_n\}$是递增数列;

当$\begin{cases}a_1>0,\\0<q<1\end{cases}$或$\begin{cases}a_1<0,\\q>1\end{cases}$时,$\{a_n\}$是递减数列;

当 $q=1$ 时,$\{a_n\}$为常数列;

当 $q<0$ 时,$\{a_n\}$为摆动数列.

(3)分类思想.当 $q=1$ 时,$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=na_1$;当 $q\neq1$ 时,$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1-a_nq}{1-q}$.等比数列的前 n 项和公式涉及对公比 q 的分类讨论,此处是常考易错点.

2. 常数列都是等差数列,但不一定是等比数列,只有当常数列各项不为0时,才是等比数列.

3. 一般的,若三个数成等比数列,可设为$\frac{a}{q}$、a、aq.若四个数成等比数列,可设为 a、aq、aq^2、aq^3,但是不能设为$\frac{a}{q^3}$、$\frac{a}{q}$、aq、aq^3,因为这样公比为 q^2,漏掉了公比为负值的情形.

4. 等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式的推导方法即错位相减法是很重要的方法,必须熟练掌握.

5. 当公比 $q\neq1$ 时,$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$可变形为 $S_n=-\frac{a_1}{1-q}\cdot q^n+\frac{a_1}{1-q}$,设 $A=\frac{a_1}{1-q}$,上式写成 $S_n=-Aq^n+A$.由此可见,非常数列的等比数列的前 n 项和 S_n 是由关于 n 的一个指数式与一个常数的和构成的,而指数式的系数与常数项互为相反数.当公比 $q=1$ 时,因为 $a_1\neq0$,所以 $S_n=na_1$ 是 n 的正比例函数.

反过来,如果已知数列的前 n 项和公式 $S_n=-Aq^n+A(A\neq0,q\neq0$ 且 $q\neq1,n\in\mathbf{N}^*)$,那么这个数列一定是等比数列.

预测性考题

已知函数 $f(x)=\frac{x+2}{x+1}$,$x\in(0,+\infty)$,数列$\{x_n\}$满足 $x_{n+1}=f(x_n)(n=1,2\cdots)$,且 $x_1=1$.

(1)设 $a_n=|x_n-\sqrt{2}|$,证明:$a_{n+1}<a_n$;

(2)设(1)中的数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,证明:$S_n<\frac{\sqrt{2}}{2}$.

证明:(1)由题意得 $a_{n+1}=|x_{n+1}-\sqrt{2}|$

$=|f(x_n)-\sqrt{2}|=\left|\frac{x_n+2}{x_n+1}-\sqrt{2}\right|$

$=\left|\frac{(x_n-\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)}{x_n+1}\right|$,

又$\because x_n>0$,$\therefore a_{n+1}<(\sqrt{2}-1)|x_n-\sqrt{2}|<|x_n-\sqrt{2}|=a_n$,故 $a_{n+1}<a_n$.

(2)由(1)的证明过程可知,

$a_{n+1}<(\sqrt{2}-1)|x_n-\sqrt{2}|<(\sqrt{2}-1)^2|x_{n-1}-\sqrt{2}|<\cdots<(\sqrt{2}-1)^n|x_1-\sqrt{2}|=(\sqrt{2}-1)^{n+1}$,

$\therefore S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n<(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}-1)^2+\cdots+(\sqrt{2}-1)^n=\frac{(\sqrt{2}-1)[1-(\sqrt{2}-1)^n]}{1-(\sqrt{2}-1)}<\frac{\sqrt{2}-1}{2-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

必考内容十一:数列的综合应用

1. 分期付款问题;

2. 递推数列问题;

3. 与等差、等比数列有关的应用题;

4. 数列求和问题.

备考说明

等差数列和等比数列是数列的两个最基本的模型,这是高考的热点之一,基本知识以选择题和填空题出现,而综合知识则以解答题形式出现.数列应用题可能出现在选择题、填空题中,多以小而巧的形式给出,考查知识较单一,如只考查等差或等比数列的基本知识,还有以解答题的形式来考查,往往需要运用数列的综合知识来解决.数列应用题多以现实生活中的"增长率"、"贷款"等问题为背景,体现出数列的应用性.

知识清单

1. 等价转化和分类讨论的思想方法在本节中也有重要体现,复杂的数列问题总是要转化为等差、等比数列或常见的特殊数列问题来解决.

2. 数列综合题的钥匙步骤是:

(1)审题——弄清题意,分析涉及哪些数学内容,在每个数学内容中,各是什么问题;

(2)分解——把整个大题分解成几个小题或几个"步骤",每上小题或每个小"步骤"分别是数列问题、函数问题、解析几何问题、不等式问题等等;

在这一专辑中,知识点归纳得很全面,也很详细,能够覆盖高考的考点。每道题的答案讲解很详细,出题很新颖。

125200　辽宁省绥中县第一高级中学三年二十四班　刘鹏

(3)求解——分别求解这些小题或这些小"步骤",从而得到整个问题的解答.

3. 解决数列的应用问题必须准确探索问题所涉及的数列的类型:

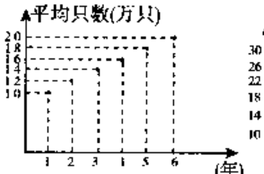
(1)如果问题所涉及的数列是特殊数列(如等差数列、等比数列,或与等差、等比有关的数列等等)应首先建立数列的通项公式;

(2)如果问题所涉及的数列不是某种特殊数列,一般应考虑先建立数列的递推关系(即 a_n 与 a_{n-1} 的关系);

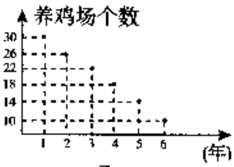
(3)解决数列的应用问题必须准确计算项数,例如与"年数"有关的问题,必须确定起算的年份,而且应准确定义 a_n 是表示"第 n 年"还是"n 年后".

预测性考题

甲、乙两个连续6年对某县农村养鸡业规模进行调查,调查后提供了两个不同的信息图(如图所示),甲调查表明:生产数量从第一年平均每个养鸡场生产1万只鸡上升到第六年平均每个养鸡场生产2万只鸡,如图甲;乙调查表明:养鸡场数量由第一年的30个减少到第六年的10个,如图乙.



甲



乙

请根据提供的信息回答下列问题:

(1)第六年这个县的鸡生产数比第一年增加了还是减少了?请说明理由.

(2)设第 n 年平均每个养鸡场生产只数为 a_n,第 n 年养鸡场个数为 b_n,写出 a_n、b_n 的解析式(用 n 表示,$1\leq n\leq 6,n\in\mathbf{N}^*$);

(3)在这6年内,哪一年该县生产鸡数量最多?请说明理由.

解:(1)∵第一年这个县的鸡生产数为 $1\times 30=30$(万只),第六年这个县鸡的生产数为 $2\times 10=20$(万只),

∴第六年这个县的鸡生产数比第一年减少了.

(2)$a_n=1+0.2\times(n-1)=0.2n+0.8(1\leq n\leq 6,n\in\mathbf{N}^*)$.

(3)该县的年生产鸡数为 $a_nb_n=(0.2n+0.8)(-4n+34)=-\frac{4}{5}\left(n-\frac{9}{4}\right)^2+\frac{125}{4}(1\leq n\leq 6,n\in\mathbf{N}^*)$,

∴当 $n=2$ 时,a_nb_n 的最大值是31.2(万只),即第二年该县的鸡生产数最多.

容易丢分点

如2006年山东卷的第22题,是一道既综合又灵活的题目,学生往往因不适应而丢分.

必考内容十二:不等式的性质与不等式的质法

1. 不等式的性质及其应用;

2. 不等式的解法及其应用.

备考说明

1. 高考中不等式的知识几乎可以渗透到高考的各个考查点,不等式的性质是进行不等式的变换、证明不等式和解不等式的依据,所以它是高考的一个重点内容,主要考查以下几点:①依据给定的条件,利用不等式的性质,判断不等式或有关的结论是否成立;②利用不等式的性质与实数的性质、函数的性质的结合,进行大小的比较;③判断不等式中条件与结论之间的关系,是充分条件或必要条件还是充要条件;④不等式在用于证明不等式时用的往往是推出特性,而用于解不等式,则要求同解变形.

2. 含绝对值符号的不等式近几年在高考试题中出现频率较高.它有时出现在选择题、填空题中,内容多以判断、求解、求参数的取值范围等单纯的绝对值不等式或与其他知识小综合的形式出现,难度属于中低档;有时会与函数、数列、解析几何等综合,以证明、求解、求参数的取值范围等形式出现在解答题当中,这时往往较难,所以要熟练掌握绝对值不等式的解法,理解绝对值不等式的性质:$||a|-|b||\leq|a\pm b|\leq|a|+|b|$,并会应用于求解或证明一些简单的含绝对值的不等式问题中.

3. 解不等式的题常以填空题和解答题的形式出现,解答题大多出现在文科卷中,另外在解答中,含字母参数的不等式较多,需要对字母参数进行分类讨论.

知识清单

1. 在两个不等式中,如果每一个的左边都大于(或小于)右边,这两个不等式就是同向不等式,例如 $a^2+2>a+1$ 和 $3a^2+5>2a$ 是同向不等式;如果一个不等式的左边大于(或小于)右边,而另一个不等式的左边小于(或大于)右边,这两个不等式就是异向不等式,例如:$a^2+3>2a$ 和 $a^2<a+5$ 是异向不等式.

2. 同向可加性及同向可乘性可以推广到两个以上的不等式.

专辑中的必做真题编得很好,指出了学生的易错点,参考答案的讲解很详细,比较适合学生的自学,真题变式题也非常好。

237009 安徽省六安市第二中学理(9)班 王鹏

3. 注意不等式性质的单向性或双向性，也就是说每条性质是否具有可逆性. 只有 $a>b\Rightarrow b<a$，$a>b\Rightarrow a+c>b+c$，$a>b\Rightarrow ac>bc(c>0)$ 等是可以逆推的，而其余几条性质不可逆推，在应用性质时要准确把握条件是结论的充分条件还是必要条件.

4. 在使用不等式的性质时，一定要搞清它们成立的前提条件.

(1)在应用传递性时，如果两个不等式中有一个带等号而另一个不带等号，那么等号是传递不过去的，如 $a\leqslant b,b<c\Rightarrow a<c$.

(2)在乘法法则中，要特别注意"乘数 c 的符号"，例如当 $c\neq0$ 时，有 $a>b\Rightarrow ac^2>bc^2$；若无 $c\neq0$ 这个条件，则 $a>b\Rightarrow ac^2>bc^2$ 就是错误结论($\because$ 当 $c=0$ 时，取"＝").

(3)"$a>b>0\Rightarrow a^n>b^n>0(n\in\mathbf{N},n>1)$"成立的条件是"$n$ 为大于 1 的自然数，$a>b>0$"，假如去掉"n 为大于 1 的自然数"这个条件，取 $n=-1$，$a=3$，$b=2$，那么就会出现"$3^{-1}>2^{-1}$，即 $\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$"的错误结论；假如去掉"$b>0$"这个条件，取 $a=3$，$b=-4$，$n=2$，那么就会出现"$3^2>(-4)^2$"的错误结论.

5. 以后经常用到"不等式取倒数"的性质：$a>b$，$ab>0\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，应在会证明的基础上理解记忆.

6. 解不等式的核心问题是不等式的同解变形，是将复杂的、生疏的不等式问题转化为简单的、熟悉的最简不等式问题. 不等式的性质则是不等式变形的理论依据，方程的根、函数的性质和图象都与不等式的解法密切相关，要善于把它们有机地联系起来，互相转化.

7. 一元一次不等式(组)和一元二次不等式(组)的解法是不等式的基础，因为很多不等式的求解最终都是转化为一元一次不等式(组)和一元二次不等式(组)进行的.

8. 解不等式的过程中，经常要去分母、去绝对值符号等，往往忽略限制条件和变量取值范围的改变；对分步或分类求出的结果，何时求交集，何时求并集很容易失误.

9. 解含参数的不等式时，必须注意参数的取值范围，并在此范围内对参数进行分类讨论. 分类的标准是通过理解题意(例如能根据题意挖掘出题目的隐含条件)，根据方法(例如利用单调性解题时，抓住使单调性发生变化的参数值)、按照解答的需要(例如进行不等式变形时，必须具备的变形条件)等方面来决定，一般都应做到不重复、不遗漏.

预测性考题

已知实数 a,b 满足：关于 x 的不等式 $|x^2+ax+b|\leqslant|2x^2-4x-16|$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 均成立.

(1)请验证 $a=-2,b=-8$ 满足题意；

(2)求出所有满足题意的实数 a、b，并说明理由；

(3)若对一切 $x>2$，均有不等式 $x^2+ax+b\geqslant(m+2)x-m-15$ 成立，求实数 m 的取值范围.

解：(1)当 $a=-2,b=-8$ 时，有 $|x^2+ax+b|=|x^2-2x-8|\leqslant2|x^2-2x-8|=|2x^2-4x-16|$.

(2)在 $|x^2+ax+b|\leqslant|2x^2-4x-16|$ 中，取 $x=4$ 和 $x=-2$，得

$$\begin{cases}|16+4a+b|\leqslant0,\\|4-2a+b|\leqslant0,\end{cases}$$

$$\therefore\begin{cases}16+4a+b=0,\\4-2a+b=0,\end{cases}$$

解得 $a=-2,b=-8$，因此满足题意的实数 a,b 只能是 $a=-2,b=-8$.

(3)由 $x^2+ax+b\geqslant(m+2)x-m-15(x>2)$，

得 $x^2-2x-8\geqslant(m+2)x-m-15$，

即 $x^2-4x+7\geqslant m(x-1)$，

$\therefore$ 对一切 $x>2$，均有不等式 $\frac{x^2-4x+7}{x-1}\geqslant m$ 成立，则 m 应小于或等于 $f(x)=\frac{x^2-4x+7}{x-1}$ 的最小值，而

$\frac{x^2-4x+7}{x-1}=(x-1)+\frac{4}{x-1}-2\geqslant2\sqrt{(x-1)\cdot\frac{4}{x-1}}-2=2$(当 $x=3$ 时，等号成立).

$\therefore$ 实数 m 的取值范围是 $(-\infty,2]$.

必考内容十三：简单的线性规划问题

1. 二元一次不等式(组)表示平面区域；
2. 求线性目标函数的最值；
3. 线性规划应用题.

备考说明

线性规划是教材新增内容，高考中已引起重视，2006 年高考试卷中有 12 个省市都对此进行了考查，一般为中、低档题，在 2007 年高考中仍会考查.

知识清单

1. 判断 $Ax+By+C\geqslant0$ 表示的平面区域是在直线的哪一侧，方法为：

(1)当 $C\neq0$ 时，取原点 $(0,0)$，当原点坐标使 $Ax+By+C\geqslant0$ 成立时，就是含原点的区域；不成立时，就是不含原点的区域；

在这一专辑中，知识点归纳得很全面，也很详细，能够覆盖高考的考点。每道题的答案讲解很详细，出题很新颖。

125200　辽宁省绥中县第一高级中学三年二十四班　刘朋

(2)若 $C=0$ 时，取$(0,1)$或$(1,0)$，使不等式成立的就是含所取点的一侧；不成立时，是另一侧.

2. 最优解可有两种确定方法：

(1)将目标函数的直线平行移动，最先通过或最后通过的顶点便是最优解；

(2)利用围成可行域的直线的斜率来判断. 若围成可行域的直线 $l_1,l_2,\cdots,l_n$ 的斜率分别为 $k_1<k_2<\cdots<k_n$，而且目标函数的直线的斜率为 k，则当 $k_i<k<k_{i+1}$ 时，直线 l_i 与 l_{i+1} 相交的点一般是最优解.

3. 利用图解法解决线性规划问题的一般步骤：

(1)作出可行解、可行域. 将约束条件中的每一个不等式当作等式，作出相应的直线，并确定原不等式表示的半平面，然后求出所有半平面的交集；

(2)作出目标函数的等值线；

(3)求出最终结果. 在可行域内平行移动目标函数等值线. 从图中能判定问题有唯一最优解，或者是有无穷最优解，或是无最优解.

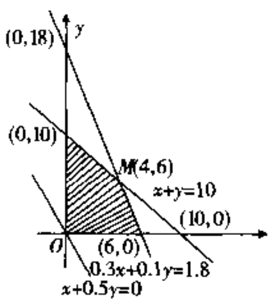
预测性考题

制订投资计划时，不仅要考虑可能获得的盈利，而且要考虑可能出现的亏损. 某投资人打算投资甲、乙两个项目，根据预测，甲、乙项目可能的最大盈利率分别为100%和50%，可能的最大亏损率分别为30%和10%，投资人计划投资金额不超过10万元，要求确保可能的资金亏损不超过1.8万元，问投资人对甲、乙两个项目各投资多少万元，才能使可能的盈利最大？

解：设投资人分别用 x 万元、y 万元投资甲、乙两个项目，则有

$$\begin{cases}x+y\leqslant 10,\\ 0.3x+0.1y\leqslant 1.8,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$$

目标函数 $z=x+0.5y$.



上述不等式组表示的平面区域如图所示，阴影部分(含边界)即可行域.

作直线 $l_0:x+0.5y=0$，并作平行于直线 l_0 的一组直线，$x+0.5y=z,z\in\mathbf{R}$，

与可行域相交，其中有一条直线经过可行域上的 M 点，且与直线 $x+0.5y=0$ 的距离最大，这里 M 点是直线 $x+y=10$ 和 $0.3x+0.1y=1.8$ 的交点，

解方程组 $\begin{cases}x+y=10,\\ 0.3x+0.1y=1.8,\end{cases}$ 得 $x=4,y=6$，

此时 $z=1\times4+0.5\times6=7$(万元).

$\because 7>0$，

$\therefore$ 当 $x=4,y=6$ 时，z 取得最大值，即投资人用4万元投资甲项目、6万元投资乙项目，才能在确保亏损不超过1.8万元的前提下，使可能的盈利最大.

必考内容十四：基本不等式：$\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}$

1. 利用基本不等式证明不等式；
2. 利用基本不等式求最值；
3. 利用基本不等式解应用题.

备考说明

基本不等式是不等式中的重要内容，也是历年高考重点考查的知识点之一，它的应用范围几乎涉及高中数学的所有章节，且常考常新，考查形式为代数式大小的判断、求最值、求取值范围等.

知识清单

1. 创设应用基本不等式的条件、合理拆分项或配凑因式是常用的解题技巧，而拆与凑的目的在于使等号能够成立.

2. 对于基本不等式，不仅要记住原始形式，而且还要掌握它的几种变形形式及公式的逆用等，例如：$ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$，$\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}(a>0,b>0)$ 等，同时还要注意不等式成立的条件和等号成立的条件.

3. 求函数 $y=\frac{a}{x}+bx(a>0,b>0)$ 的值域，主要依据基本不等式(两个正数的算术平均值不小于它们的几何平均值)及函数的单调性，函数 $y=\frac{a}{x}+bx(a>0,b>0)$ 在 $\left(-\infty,-\sqrt{\frac{a}{b}}\right)$ 和 $\left(\sqrt{\frac{a}{b}},+\infty\right)$ 上为增函数，在 $\left[-\sqrt{\frac{a}{b}},0\right)$ 和 $\left(0,\sqrt{\frac{a}{b}}\right]$ 上为减函数.

4. 求函数 $y=\frac{a}{x}+bx(a>0,b>0,x\in(0,c])$ 的最小值时，应特别注意：

(1)若 $c\geqslant\sqrt{\frac{a}{b}}$，则 $x=\sqrt{\frac{a}{b}}$ 时 y 有最小值 $2\sqrt{ab}$；

(2)若 $c<\sqrt{\frac{a}{b}}$，则 $x=c$ 时 y 有最小值 $\frac{a}{c}+bc$.

预测性考题

某厂家拟在2007年举行促销活动，经调查测算，该产品的年销售量(即该厂的年产量)x 万件与年促销费用 m 万元($m\geqslant0$)满足 $x=3-\frac{k}{m+1}$(k 为常数)，

专辑中的必做真题编得很好，指出了学生的易错点，参考答案的讲解很详细，比较适合学生的自学，真题变式题也非常好。

237009 安徽省六安市第二中学理(9)班 王鹏

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com