

全 国 优 秀 畅 销 书

根据新课标编写 适用各种版本

数学培优  
**新帮手**  
SHUXUE PEIYOU XINBANGSHOU  
黄东坡 著

培优

升级版

新帮手

- 帮助家长辅导
- 帮助学生自学
- 帮助教师培优

数学

八 年 级

湖北长江出版集团  
崇文书局

数学培优  
新帮手★  
SHUXUE PEIYOU XINBANGSHOU  
黄东坡 著

全 国 优 秀 畅 销 书

根据新课标编写 适用各种版本

# 培优新帮手

PEIYOU XINBANGSHOU

## 数 学

### 八年级

升级版



湖北长江出版集团  
崇文书局

(鄂) 新登字 07 号

培优新帮手数学八年级

编 著：© 黄东坡

责任编辑：丁 渝

封面设计：问艺工作室

出版发行：崇文书局

(武汉市武昌雄楚大街 268 号 B 座 430070 027 - 87679710)

印 刷：武汉凯威印务有限公司

(武汉市蔡甸区蔡甸街正街 313 号 430100 027 - 84942356)

经 销：新华书店

开 本：787 × 1092 1/16

插 页：1

印 张：11.75

版 次：2001 年 1 月第 1 版

2006 年 6 月第 2 版

印 次：2006 年 6 月第 1 次印刷

字 数：240 千字

印 数：00 001—10 000 册

定 价：14.00 元 (简精装)

ISBN 7 - 5403 - 0383 - 2 (01) /G.531

# 修订说明

《数学培优新帮手》自出版以来，因其反映数学教育新理念的前瞻性与学生学习发展同步的实用性、运用开放互动写作方式的独创性而深受全国各地读者的普遍欢迎，发行数十万册，成为广大教师、学生教学与学习的“好帮手”，先后被评为“湖北省最有影响的十本书”、“全国优秀畅销书”。

近年来，随着《义务教育国家课程标准》的颁布，人们对数学教育的认识、对数学学习的认识都在发生着显著的变化，课程改革与考试命题正处在一个重要的变革时期，广大师生十分关注的问题是：新增的内容怎样考？与保留的传统内容有怎样的联系？新中考的命题立意、情境设计、设问方式有什么新的特点？为了反映这种变化，让《数学培优新帮手》更好地服务于教师的教学、促进学生数学素养的提高，编者对本套书从以下两个方面进行了修订。

## 1. 反映新的课程标准理念

在修订过程中，以《义务教育国家课程标准》为指南，力图凸现数学教育、数学学习的新理念，即数学为其他科学提供语言、思想和方法；数学在提高人的推理能力、抽象思维能力、想像力和创造力等方面有独特的作用；数学学习的内容是现实的、有意义的、富有挑战性的，有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆，动手实践、自主探索与合作交流是学习数学的重要方式。

## 2. 更换了部分例习题

在修订过程中，对原有的例习题进行了筛选，以新颖性、启发性和导向性为原则，补充了近年以来全国各地的优秀竞赛试题、中考试题，如倡导数学应用的情境题、留给学生主动思考空间的开放题、引导学生探究的探索题、考查学生发展潜能的创新题、注重综合能力培养的跨学科问题等，它们从一个侧面反映了考试命题的新特点，折射着课程改革的新理念。

经过如此修订，编者相信本套书一定会成为你教学、学习的“好帮手”。

黄东坡

2006年5月

于湖北省水果湖第二中学

# 序

黄东坡，这是一个我们大家都非常熟悉的名字。我们熟悉他，并不是他的“特殊职位”，也不是他的“荣誉称号”，这些身外之物，他都没有。但他有另外两样东西，一是培优经验，二是他写的书。也许，这也是身外之物，但足以证明了他的价值。在水果湖——这个我省政治、文化中心，人们都争相把孩子送到他的门下，他所任的班通常被称为“实验班”或者“杯班”，这种班的学生都有一种在数学竞赛中展现才能的愿望，也只有高素质的教师才能满足这批学生的需要。正因为如此，他写的书才有一种真实性——培优过程的真实，材料运用的真实，训练方法的真实和学生发展的真实。1995年，他的第一本书《初中数学一题多解》（湖北教育出版社）出版，以后又相继出版了《初中数学解题讲座》（湖北辞书出版社）和《数学中考综合题解题讲座》（湖北辞书出版社）等，这些，都真实地反映了一个耕耘者为启迪学生心智、探索培优方案所作出的努力。在我的书架上，就有上述三本书。这，既是我女儿初中学习的纪念，也是我从事教学活动的参考，今天，又成了我乐意为新作写序的原因。

还有一个原因，就是我对作者治学精神的钦佩。一般说来，当一个人写了几本有影响的书，赢得了众多读者，往往就会被一群人拥为“主编”，当“主编”的好处是不能向外人道的。黄东坡的书足以奠定了他享有“主编”之尊的地位，但他没有这样做，甘愿在艰辛的道路上跋涉。这样，才有了今天的力作《数学培优竞赛新帮手》。这套书在保持真实性风格的同时集中表现了创新的特色，其中包括内容的创新，解题方法的创新和写作方式的创新。全书的每一课，都提供了阅读材料，每一道例题都提供了解题思路。作者希望学生思考的地方，都留下了空白，作者对数学的体验、见解和感悟，都可见诸于旁批。这种作者与读者通过对话达到心灵沟通的形式，也许是作者的首创。近年来的课堂教学中，我们特别强调学生参与的原则，今天，这一原则终于被作者迁移到了著书立说领域。看来，一个教书，一个写书，原来是一回事。

诚然，任何一本书，都很难适合每一个人的口味。比如，对数学爱好者而言，只要适当点拨就够了，他们需要一个思考的空间，但对另一些读者，可能会要求作者同时提供一个详尽解答。对作者的方案，我是赞成的，因为这一方案可以用建构主义的观点来解释。至于效果，我们现在只能说它在水果湖中学这一实验基地是成功的。推广后的情况如何？那就得等待读者诸君用实践来回答了。

裴光亚

2000年12月于汉口杨汉湖

# 新世纪 新思考 新探索

## ——写在前面

当本套书出版的时候，我们已跨入新的 21 世纪，新世纪充满着新的机遇与挑战，也孕育着新的思想与新的观念。

在世纪之交的关键时期，数学教育思想与观念、教育方法与手段已发生巨大而深刻的变化。培养学生创造精神、创新意识，注重学生探索能力、实践能力的提高，成为新世纪数学教育的主题。

本套书的编著宗旨为“立足培优，面向竞赛”，为此，将初中数学部分组织为 84 个专题讲座形式，配合教学进度，顺应学习过程，为教师提供一种崭新的指导思路，为学生提供一种科学的训练方法，在编著过程中，力求突出以下几点：

### 1. 反映新的大纲精神

本套书以义务教育阶段《国家数学课程标准》为背景，以最新修订后的《初中数学教学大纲》、《初中数学竞赛大纲》为指南，力图反映新的大纲精神，即：培养学生的科学精神和创新思维习惯，激发学生独立思考和创新意识。

### 2. 探索新的解题方法

本套书以近年全国各地中考试题、全国各级数学竞赛试题为编选范围，以启发性、新颖性和导向性为原则，收集了从 1997~2000 年全国各地中考、各级竞赛中的典型问题，集中反映新中考新竞赛的新特点，如：由知识立意转向能力立意，在知识的交会点上命题，强调应用意识的培养，倡导问题的开放性、探索性，等等。

### 3. 追求新的写作形式

本套书运用“开窗式”写作方法，例题只给出提示性的解题思路，留给学生充分的思维空间、思考时间和解答空隙，疑难之处或需升华之处均以旁批的形式提醒读者，其内容包含“数学历史、数学最新进展、解题技巧、数学思想方法、问题推广与引申”等丰富知识，旨在营造一种数学文化氛围，让读者在有限的篇幅内获得数学文化的熏陶和创造机智的启蒙。

愿本套书成为你学习中的“好帮手”。

多年来，武汉市教研室裴光亚先生给予我悉心的关怀、鼓励与帮助，又在百忙中为本书作序，在此表示诚挚的谢意；感谢本书重印时，陈迪春、龙艳、朱洁华、黄泽群、孙银枝给予的帮助。

黄东坡

二〇〇二年二月

于湖北省水果湖第二中学

# 目 录

## 知识篇

1. 因式分解的方法(1) ..... (1)
2. 因式分解的方法(2) ..... (6)
3. 因式分解的应用 ..... (10)
4. 分式的运算 ..... (15)
5. 分式的化简与求值 ..... (20)
6. 二次根式的概念与性质 ..... (25)
7. 二次根式的化简与求值 ..... (30)
8. 三角形的基本知识 ..... (36)
9. 全等三角形 ..... (41)
10. 等腰三角形的性质 ..... (47)
11. 等腰三角形的判定 ..... (52)
12. 直角三角形 ..... (57)
13. 多边形的基本知识 ..... (62)
14. 平行四边形、矩形、菱形 ..... (67)
15. 正方形 ..... (73)
16. 梯形 ..... (80)
17. 关于中点的联想 ..... (87)
18. 平行线分线段成比例 ..... (92)
19. 相似三角形的判定 ..... (98)
20. 相似三角形的性质 ..... (105)
21. 直角三角形中比例线段 ..... (111)
22. 面积的计算 ..... (116)
23. 图形的折叠与剪拼 ..... (122)

## 方法篇

- 24. 配方法 ..... (127)
- 25. 对称分析法 ..... (131)
- 26. 面积法 ..... (135)
- 27. 补形法 ..... (140)
- 28. 几何变换 ..... (144)





# 1 因式分解的方法(1)

## 阅读与思考

提公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法是因式分解的基本方法,通常根据多项式的项数来选择分解的方法,有公因式先提公因式,分解必须进行到每一个因式都不能再分解为止.

一些复杂的因式分解问题经常用到以下重要方法:

### 1. 换元法:

对一些数、式结构比较复杂的多项式,可把多项式中的某些部分看成一个整体,用一个新字母代替,从而可达到化繁为简的目的,从换元的形式看,换元时有常值代换、式的代换;从引元的个数看,换元时有一元代换、二元代换等.

### 2. 拆、添项法

拆项即把代数式中的某项拆成两项的和或差,添项即把代数式添上两个符号相反的项,因式分解中进行拆项与添项的目的是相同的,即经过拆项或添项后,多项式能恰当分组,从而可以运用分组分解法分解.

## 例题与求解

例 1 分解因式  $(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12=$  \_\_\_\_\_.

(浙江省中考题)

**解题思路** 把  $(x^2+x)$  看成一个整体,用一个新字母代换,从而简化式子的结构.

多项式的因式分解  
须注意:

- (1) 因式分解是针对多项式而言的,是多项式的一种恒等变形;
- (2) 因式分解的结果必须是积的形式;
- (3) 分解必须彻底.

换元法的思想是简化式子的表达式,从而发现它的结构特征,换元法在代数式的化简求值、因式分解、解高次方程、方程组等方面有较广泛的应用.

**例 2** 分解因式:

(1)  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-120$ ;

(吉林省竞赛题)

(2)  $(2a+5)(a^2-9)(2a-7)-91$ ;

(湖北省黄冈市竞赛题)

(3)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)+x^2$ .

(天津市竞赛题)

**解题思路** 形如  $abcd+e$  型的多项式,其中第一项的每个因式都是一次多项式,分解这类多项式时,可适当把四个因式两两分组,使得分组相乘后所得的二次三项式的首项系数、一次项系数和常数项中有两个相同,这样就可以利用换元法分解因式.

值得注意的是,用换元法分解因式时,不必将原式中的元都用新元代换,根据题目需要,引入必要的新元,原式中的变元和新变元一起变形.

**例 3** 分解因式:

(1)  $1999x^2-(1999^2-1)x-1999$ ;

(重庆市竞赛题)

(2)  $(x+y)(x+y+2xy)+(xy+1)(xy-1)$ ;

("缙云杯"邀请赛试题)

(3)  $(x-2)^3-(y-2)^3-(x-y)^3$ .

(第十二届"五羊杯"竞赛题)

**解题思路** (1) 式中系数较大,直接分解有困难,不妨把数用字母来表示;(2) 式中  $x+y$ 、 $xy$  反复出现,可用两个新字母代替,突出式子的特点;(3) 式中前两项与后一项有密切联系.

用字母表示数,这就是我们常说的常值代换.



**例 4** 把多项式  $x^2 - y^2 - 2x - 4y - 3$  因式分解后, 正确的结果是( ).

(“希望杯”邀请赛试题)

- (A)  $(x+y+3)(x-y-1)$       (B)  $(x+y-1)(x-y+3)$   
 (C)  $(x+y-3)(x-y+1)$       (D)  $(x+y+1)(x-y-3)$

**解题思路** 直接分组分解困难, 可考虑先将常数项拆成几个数的代数和, 比如  $-3 = -4 + 1$ .

**例 5** 分解因式:

(1)  $x^5 + x + 1$ ;

(扬州市竞赛题)

(2)  $x^3 - 9x + 8$ .

(“祖冲之杯”邀请赛试题)

(3)  $a^4 + 2a^3 + 3a^2 + 2a + 1$

**解题思路** 按次数添上相应的项或按系数拆项与重组, 这是拆添项法分解因式的基本策略.

用分组分解法分解因式, 要求所分的各组的项数相等, 各组中相应的系数要成比例, 才能提取公因式. 因此, 若遇到无法使所分各组的项数相等时, 可将其中某些项拆成几项的代数和, 或者添一项、减一项, 这样, 增加了项数, 常常能达到分解的目的.

拆项与添项是一项技巧性很强的工作, 只有认真观察多项式的结构特征和数量关系, 才能正确地对多项式进行拆、添项, 不可盲目地乱拆乱添, 反而将问题复杂化. 当然, 有时候你也会发现: 条条大路通罗马. 例 5 中的 (2) 式, 请读者给出多种解法.



## 能力训练

### A 级

1. 分解因式:  $x(x-1) + y(y+1) - 2xy$  的结果是\_\_\_\_\_.  
(大连市“育英杯”竞赛题)
2. 分解因式:  $(x^2 + 3x)^2 - 2(x^2 + 3x) - 8 =$ \_\_\_\_\_.
3. 分解因式:  $a^2 - b^2 + 4a + 2b + 3 =$ \_\_\_\_\_.
4. 多项式  $4a^2 + \frac{1}{4} - 2a - 9b^2$  分解后的结果是\_\_\_\_\_.

5. 在1~100之间若存在整数  $n$ , 使  $x^2+x-n$  能分解为两个整系数一次式的乘积, 这样的  $n$  有\_\_\_\_\_个.

6. 将多项式  $x^2-4y^2-9z^2-12yz$  分解因式的积, 结果是( ).

(A)  $(x+2y-3z)(x-2y-3z)$

(B)  $(x-2y-3z)(x-2y+3z)$

(C)  $(x+2y+3z)(x+2y-3z)$

(D)  $(x+2y+3z)(x-2y-3z)$

7. 下列各式分解因式后, 可表示为一次因式乘积的是( ).

(A)  $x^3-9x^2+27x-27$

(B)  $x^3-x^2+27x-27$

(C)  $x^4-x^3+27x-27$

(D)  $x^3-3x^2+9x-27$

(第十三届“希望杯”邀请赛试题)

8. 把  $a^4+4$  分解因式, 其中一个因式是( ).

(A)  $a+1$

(B)  $a^2+2$

(C)  $a^2+4$

(D)  $a^2-2a+2$

9. 多项式  $a^3-b^3+c^3+3abc$  有因式( ).

(“五羊杯”竞赛题)

(A)  $(ab+c)$

(B)  $a+b+c$

(C)  $a^2+b^2+c^2-bc+ac-ab$

(D)  $bc-ac+ab$

10. 已知二次三项式  $21x^2+ax-10$  可分解成两个整系数的一次因式的积, 那么( ).

(A)  $a$  一定是奇数

(B)  $a$  一定是偶数

(C)  $a$  可为奇数也可为偶数

(D)  $a$  一定是负数

11. 分解因式:

(1)  $(2x^2-3x+1)^2-22x^2+33x-1$ ;

(2)  $(x^2+3x+2)(4x^2+8x+3)-90$ ;

(3)  $x^4-7x^2+1$ ;

(“祖冲之杯”邀请赛试题)

(4)  $x^3+2x^2-5x-6$ ;

(重庆市竞赛题)

(5)  $x^4+y^4+(x+y)^4$ ;

(6)  $(6x-1)(2x-1)(3x-1)(x-1)+x^2$ .

## B 级

1. 因式分解:  $4x^2-4x-y^2+4y-3=$ \_\_\_\_\_.

(2001年重庆市竞赛题)

2. 已知  $n$  为正整数, 且  $4^7+4^n+4^{1998}$  是一个完全平方数, 则  $n$  的一个值是\_\_\_\_\_.

3. 分解因式:  $(x^2-1)(x+3)(x+5)+12$  \_\_\_\_\_.

(“希望杯”邀请赛试题)

4. 分解因式:  $x^5+x-1=$ \_\_\_\_\_.

(“五羊杯”竞赛题)



5. 将  $x^5+x^4+1$  因式分解得( ).

(陕西省竞赛题)

- (A)  $(x^2+x+1)(x^3+x+1)$  (B)  $(x^2-x+1)(x^3+x+1)$   
 (C)  $(x^2-x+1)(x^3-x+1)$  (D)  $(x^2+x+1)(x^3-x+1)$

6.  $a, b, c, d$  都是正数, 则在以下命题中, 错误的是( ).

(“五羊杯”竞赛题)

- (A) 若  $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ , 则  $a=b=c$ ;  
 (B) 若  $a^3+b^3+c^3=3abc$ , 则  $a=b=c$ ;  
 (C) 若  $a^4+b^4+c^4+d^4=2(a^2b^2+c^2d^2)$ , 则  $a=b=c=d$ ;  
 (D) 若  $a^4+b^4+c^4+d^4=4abcd$ , 则  $a=b=c=d$ .

7.  $2x^3+x^2-13x+6$  的因式是( ).

- (A)  $2x-1$  (B)  $x+2$  (C)  $x-3$   
 (D)  $x^2+1$  (E)  $2x+1$

(2001 年美国犹他州竞赛题)

8. 分解因式

(1)  $(a+b-2ab)(a+b-2)+(1-ab)^2$ ;

(湖北省黄冈市竞赛题)

(2)  $x^4+1999x^2+1998x+1999$ ;

(江苏省竞赛题)

(3)  $(a^2+a+1)(a^2-6a+1)+12a^2$ ;

(陕西省中考题)

(4)  $4x^3-31x+15$ ;

(“祖冲之杯”邀请赛试题)

(5)  $(2x-3y)^3+(3x-2y)^3-125(x-y)^3$ ;

(第十三届“五羊杯”竞赛题)

(6)  $4x^4-4x^3-14x^2+12x+6$ .

(太原市竞赛题)

9. 已知乘法公式:

$$a^5+b^5=(a+b)(a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4);$$

$$a^5-b^5=(a-b)(a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4).$$

利用或者不利用上述公式, 分解因式:  $x^8+x^6+x^4+x^2+1$ .

(“祖冲之杯”邀请赛试题)



## 2 因式分解的方法(2)



### 阅读与思考

因式分解还经常用到以下两种方法:

#### 1. 主元法

所谓主元法,即在解多变元问题时,选择其中某个变元为主要元素,视其他变元为常量,将原式按降幂排列重新整理成关于这个字母的多项式,使问题获解的一种方法.

#### 2. 待定系数法

即对所给的数学问题,根据已知条件和要求,先设出一个或几个待定的字母系数,把所求问题用式子表示,然后再利用已知条件,确定或消去所设系数,使问题获解的一种方法,用待定系数法解题的一般步骤是:

①在已知问题的预定结论时,先假设一个等式,其中含有待定的系数;

②利用恒等式对应项系数相等的性质,列出含有待定系数的方程组;

③解方程组,求出待定系数,再代入所设问题的结构中去,得出需求问题的解.

用基本方法分解困难的一元多项式、二元二次多项式,用待定系数法分解行之有效.



### 例题与求解

例 1  $x^2y - y^2z + z^2x - x^2z + y^2x + z^2y - 2xyz$  因式分解后的结果是( ).

(上海市竞赛题)

(A)  $(y-z)(x+y)(x-z)$       (B)  $(y-z)(x-y)(x+z)$

(C)  $(y+z)(x-y)(x+z)$       (D)  $(y+z)(x+y)(x-z)$

**解题思路** 原式是一个复杂的三元二次多项式,分解有一定困难,把原式整理成关于某个字母的多项式并按降幂排列,改变原式结构,寻找解题突破口.

项数多、次数高、元数多是解代数问题时产生障碍的主要原因之一,主元法是促使我们超越相关障碍的有效方法.



### 例 2 分解因式

$$(1) a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 3ab + 4ac + 5bc;$$

(“希望杯”邀请赛试题)

$$(2) 2x^3 - x^2z - 4x^2y + 2xyz + 2xy^2 - y^2z.$$

(天津市竞赛题)

**解题思路** 两个多项式的共同特点是:字母多、次数高,给分解带来一定的困难,不妨考虑用主元法分解.

### 例 3 分解因式 $x^2 + xy - 6y^2 + x + 13y - 6$ .

(四川省联赛题)

**解题思路** 因  $x^2 + xy - 6y^2 = (x + 3y)(x - 2y)$ ,故可用待定系数法设原式  $= (x + 3y + m)(x - 2y + n)$ ,求出  $m, n$  即可.

形如  $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f$  ( $a, b, c, d, e, f$  为常数,  $a, b, c$  不同时为零) 的二元二次多项式通常有下面分解方法:

(1) 按次数分解,用分组分解法;

(2) 确定主元,用主元法;

(3) 用待定系数法,若  $ax^2 + bxy + cy^2 = (a_1x + c_1y)(a_2x + c_2y)$ ,则原式  $= (a_1x + c_1y + m)(a_2x + c_2y + n)$ . (其中  $m, n$  是待定系数) 对于本例,读者不妨再用其他两种方法一试.

**例 4**  $k$  为何值时,多项式  $x^2 + xy - 2y^2 + 8x + 10y + k$  有一个因式是  $x + 2y + 2$ ?

(“五羊杯”竞赛题)

**解题思路** 由于原式本身含有待定系数,因此,不能先分解,再求值,只能从待定系数法入手.

请读者思考下列问题:

(1) 若例 4 是填空题,有没有更简捷的方法确定  $k$  值呢?

(2) 若多项式  $6x^2 + mxy - 4y^2 - x + 17y - 15$  可分解为两个关于  $x, y$  的二元一次三项式的乘积,怎样确定  $m$  的值?

例5 把多项式  $4x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x + 1$  写成一个多项式的完全平方形式.

(江西省景德镇市竞赛题)

解题思路 原多项式的最高次项是  $4x^4$ , 因此二次三项式的一般形式为  $2x^2 + ax + b$ , 求出  $a, b$  即可.

如果问题要证明有关“不可能”、“没有”方面的事项, 常先假设它“可能”或“有”, 然后推出矛盾, 从而说明假设的“可能”或“没有”不成立, 达到证明原问题的目的.



### 能力训练

#### A 级

1. 分解因式  $9a^2 - 4b^2 + 4bc - c^2 =$  \_\_\_\_\_  
(“希望杯”邀请赛试题)

2. 分解因式  $x^2 + 5xy + x + 3y + 6y^2 =$  \_\_\_\_\_  
(河南省竞赛题)

3. 分解因式  $x^2 + 3(x+y) + 3 - y^2 + (x-y) =$  \_\_\_\_\_.  
(重庆市竞赛题)

4. 多项式  $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 7$  的最小值为 \_\_\_\_\_.  
(第十七届江苏省竞赛题)

5. 把多项式  $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 8$  分解因式的结果是( ).

(A)  $(x-y-4)(x-y+2)$  (B)  $(x-y-1)(x-y-8)$

(C)  $(x-y+4)(x-y-2)$  (D)  $(x-y+1)(x-y-8)$

6. 已知  $x^2 + ax - 12$  能分解成两个整系数的一次因式的乘积, 则符合条件的整数  $a$  的个数是( ).

(A) 3个 (B) 4个 (C) 5个 (D) 6个

7.  $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$  等于( ).

(A) 62500 (B) 1000 (C) 500 (D) 250

8. 若  $a + b = -\frac{1}{5}$ ,  $a + 3b = 1$ , 则  $3a^2 + 12ab + 9b^2 + \frac{3}{5}$  的值是( ).

(A)  $\frac{2}{9}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{4}{5}$  (D) 0

(大连市“育英杯”竞赛题)

9. 分解因式

(1)  $2a^2 - b^2 - ab + bc + 2ac$ ;

(吉林省竞赛题)

(2)  $(c-a)^2 - 4(b-c)(a-b)$ ;

(昆明市竞赛题)

(3)  $x^3 - 3x^2 + (a+2)x - 2a$ ;

(天津市竞赛题)





$$(4) 2x^2 - 7xy + 6y^2 + 2x - y - 12;$$

(四川省联赛题)

$$(5) xy(xy+1) + (xy+3) - 2(x+y+\frac{1}{2}) - (x+y-1)^2.$$

(天津市竞赛题)

10. 如果  $(x-a)(x-4)-1$  能够分解成两个多项式  $x+b$  和  $x+c$  的乘积 ( $b, c$  为整数), 那么  $a$  应为多少?

(兰州市竞赛题)

## B 级

1. 若  $x^3 + 3x^2 - 3x + k$  有一个因式是  $x+1$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

(第十届“希望杯”邀请赛试题)

2. 设  $x^3 + 3x^2 - 2xy - kx - 4y$  可分解为一次与二次因式的乘积, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

(“五羊杯”竞赛题)

3. 已知  $x-y+4$  是  $x^2 - y^2 + mx + 3y + 4$  的一个因式, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

(“祖冲之杯”邀请赛试题)

4. 多项式  $x^2 + axy + by^2 - 5x + y + 6$  的一个因式是  $x+y-2$ , 则  $a+b$  的值为 \_\_\_\_\_.

(北京市竞赛题)

5. 若  $x^3 + ax^2 + bx + 8$  有两个因式  $x+1$  和  $x+2$ , 则  $a+b =$  ( ).

(A) 8 (B) 7 (C) 15 (D) 21 (E) 22

(2000年美国犹他州竞赛题)

6. 多项式  $5x^2 - 4xy + 4y^2 + 12x + 25$  的最小值为 ( ).

(“五羊杯”竞赛题)

(A) 4 (B) 5 (C) 16 (D) 25

7. 若  $a+b+c=0$ , 则  $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3$  的值为 ( ).

(“希望杯”竞赛题)

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

8. 设  $m, n$  满足  $m^2n^2 + m^2 + n^2 + 10mn + 16 = 0$ , 则  $(m, n) =$  ( ).

(“希望杯”竞赛题)

(A) (2, 2) 或 (-2, -2) (B) (2, 2) 或 (2, -2)

(C) (2, -2) 或 (-2, 2) (D) (-2, -2) 或 (-2, 2)

9.  $k$  为何值时, 多项式  $x^2 - 2xy + ky^2 + 3x - 5y + 2$  能分解成两个一次因式的积?

(天津市竞赛题)

10. 证明恒等式:  $a^4 + b^4 + (a+b)^4 = 2(a^2 + ab + b^2)^2$ .

(2001年北京市竞赛题)