

Y1 现代图书馆

雨林中的 欧几里德

一部故事化的数学简史

Euclid in the Rainforest

[美] 约瑟夫·马祖尔 著 (Joseph Mazur)

吴飞 译

古根海姆奖得主
最受欢迎的科普读物

连续六十周荣登《纽约时报》
科普畅销书榜

雨林中的 欧几里德

一部故事化的数学简史

Euclid in the Rainforest

[美] 约瑟夫·马祖尔 著 (Joseph Mazur)

吴飞 译

Authorized translation from the English language edition, entitled
Euclid in the Rainforest: Discovering Universal Truth in Logic and
Math, 1st edition, ISBN:0131479946 by Joseph Mazur, published by
Pearson Education, Inc. publishing as Pi Press, Copyright©2005.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or
transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical,
including photocopying, recording or by any information storage
retrieval system, without permission of Pearson Education, Inc.

Chinese Simplified Language edition by Chongqing Publishing House,
copyright©2006.

Chinese Simplified translation rights arranged with Pearson
Education, Inc., publishing as Pi Press through Andrew Numberg
Associates Int'l Ltd. Beijing Rep Office, Beijing China.

图书在版编目 (CIP) 数据

雨林中的欧几里德 / [美]约瑟夫·马祖尔 (Joseph Mazur) 著;

吴飞译. - 重庆: 重庆出版社, 2006.12

书名原文: Euclid in the Rainforest

ISBN 7-5366-8260-3

I. 雨... II. ①约... ②吴... III. 数学 - 普及读物
IV. 0186.14-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 137595 号

雨林中的欧几里德

YULINZHONG DE OUJILIDE

[美]约瑟夫·马祖尔 著

吴飞译


出版人: 罗小卫

策 划: 华章同人

责任编辑: 陈建军

特约编辑: 王 勇

封面设计: 奇文云海

 重庆出版集团 出版
重庆出版社

(重庆长江二路 205 号)

三河市宏达印刷有限公司 印刷

重庆出版集团图书发行公司 发行

邮购电话: 010-85869375/76/77 转 810

E-MAIL: sales@alphabooks.com

全国新华书店经销

开本: 787mm × 1092mm 1/16 印张: 18 字数: 280 千

2006 年 12 月第 1 版 2006 年 12 月第 1 次印刷

定价: 26.00 元

如有印装质量问题, 请致电 023-68809955 转 8005

版权所有, 侵权必究

作者简介

约瑟夫·马祖尔，美国著名科普作家，马尔波罗学院数学系教授，2006年古根海姆学者奖得主。

约瑟夫早年毕业于麻省理工学院，获数学博士学位，此后的三十余年里，他一直致力于数学教学工作，教授的科目涉涵数学的各个领域。在教学之余，约瑟夫还致力于科学普及工作，至今已研发出多种数学学习软件，并出版了多部科普读物。2006年，为了表彰约瑟夫在数学领域所取得的特别成就，古根海姆基金会授予其古根海姆学者奖。

内容简介

公元前300年，欧几里德在十三卷羊皮纸上写下了《几何原本》，那时逻辑推理已经相当成熟，然而类似如下的论辩又使得常规的数理逻辑陷入了自相矛盾之中。让一个物体移动任意一段距离，它必须首先到达一半距离处，然后是剩余距离的一半处，如此连续地重复着，物体则永远不得不到达某个剩余距离的一半处，所以，它永远也不可能移动全部的距离……

怪异的无穷以及诸如此类的有关推理与逻辑的疑问，向数学提出了艰巨的挑战。乍眼看来这些疑问常常令人敬畏，然而在本书中，我们将透过数学证明和数理逻辑的表面形式，来洞见数学之本源——数学思想和逻辑思维的基本模式，并以此来对上述疑问作以解析。

正如书中所言：数学好似一座繁茂的雨林，漫步其中我们所感受到的不仅是智慧的伟大，由深邃思想和严密论证而带来的数学之美以及涉步于数学旅程之中所伴随的愉悦更加令人流连。

前言

我对数学的了解要从一本俄国小说谈起。在我 17 岁生日的早上，哥哥送给我两本书作为礼物，用他的话说“也许会喜欢读的”。其中之一是 532 页的平装书，陀斯妥耶夫斯基的《罪与罚》；另一本是 472 页的代数学课本。我的哥哥虽然拥有敏锐的数学洞察力，但他却没有注意到，一个人是不会像阅读一本俄国小说那样来阅读一本现代代数学课本的。第二天早晨，我躺在床上开始阅读那本小说，没吃午餐和晚餐一直读到深夜。拉斯柯尔尼科夫双臂挥舞着斧子，用斧柄砸向那个老太婆的脑袋，书中的情节让我感到热血沸腾，像发了狂一样地着迷。我十分信任哥哥对于魅力文学的选择，小说接近末尾时，这种信任感是如此强烈，以至于我转向另一本书时，期待着它能与第一本一样引人入胜。第三天早晨，我琢磨着第二页中的一句话思索了好几个小时：“显然，从定义一个完备域的假设出发，任何可以被证明或者推导出的结果在任何特定的完备域内都会是正确的……”

困惑地盯着“显然”两个字，我穿衣起床，花了一天时间再次尝试着去理解我的新书，然而这一次我没能看完第五页。那年夏天，我艰难地读了前面几章。现代代数学是关于什么的？读到第四章，竭力地完成了尽可能多的练习之后，我对抽象概念有了好感。然而我还是不能理解所有这些抽象的数学概念与生活本身之间究竟有什么联系。

解决难题时信心所带来的喜悦和见证一项证明之完美时所感受的激动是如此地强烈。对于少年时代的我来说，数学逐渐成为一列有待攀登的山脉，抽象的概念如稀薄空气一般，穿越它时所面临的挑战，只会使得在顶点处所看到的景色更加宏伟。每个峰顶上都存在一个稳固的已被证明或检验过的立足之处，于此可以看见别人正在薄云之上的更高处召唤着我，这些薄云覆盖着一条条山间小道，而后者正穿梭于开满鲜花的思想的雨林之中。

执教数学的 30 年里，我收集了有关那些曾尝试从最陡峭的山坡经过而到达顶峰的非凡的学生和数学同仁的故事。这些故事关涉到攀登的历程，从峰顶即便是从最小的山峰上所看到的景色，探索带来的兴奋感，对智慧与美丽不期而遇的探知，以及由数学证明的必然性所带来的自信。这些同样是人类的故事，从根本上说这些故事所带来的兴奋不至于与一本俄国小说所带来的是怎样的迥然相异。我渐渐明白了哥哥在不经意间所表达的含义。

然而这本书还有另一个含义，这一含义有关数学，有关逻辑，有关科学事实。为了欣赏现代数学，我们不可避免地要去考查数学是怎样传播的，审问定理的证明是怎样说服我们的直觉的。什么是证明？我们也许会惊奇地发现，即使是数学这样一个因精确而被人羡慕的学科，也没有任何放之四海而皆准的答案。一个正式的答案或许是一组从一个已确定的事实（公理、定理等等）出发的有序命题，每一条命题在逻辑上遵循它前面的一条命题。但是，数学家们遵循着一条更为非正式的习惯。许多在主流数学中被接受和使用的定理，它们的证明几乎没有遵守任何严格的有关证明的定义。

数学享有一种荣誉，它是一种可以产生普遍真理的智力上的追求。但是与我们许多人的认知正好相反，那些真理并不是通过无懈可击的逻辑论证的链条来传播的。正如音乐不仅仅是音符一样，证明的本质所包含的不仅仅是纯粹的逻辑。这似乎比较奇怪，虽然数学看起来独立于文化，但是个人判断仍然在此中扮演着中心角色。数学家们如何来确定一项证明是否是完整的？如果没人能找出一个错误那么它就是完整的？或者它来自于一种利用知识和经验来迎合个人判断的内在感觉？数学领域正确感觉的一个重要源泉来自经验，它同时也伴随着由理性批评和争论发展而来的逻辑。公元前 6 世纪初的某个时候，两件事

情戏剧性地改变了西方文明诠释世界的方式。第一件是因果关系的使用，以此来反对用超自然力量来解释自然现象；我们可以说，自然在那时第一次被发现了。第二件事是理性批评和争论的流行。这些进步发生于地中海东部伟大的政治剧变之后，剧变导致了古希腊城市政治体系的深刻变化。雅典的民主意味着公民能够参与政府和司法，能够自由地辩论和审问政治思想。而在古希腊城邦建立之前，统治的变更常常意味着仅仅从一个暴君变为另一个暴君而已。按照传统观点，古希腊哲学起始于公元前 585 年，此时泰勒斯（哲学家，希腊七贤之一——译注）和其他的爱奥尼亚商人游历到埃及和已知世界的其他地方。他们带回了与建筑行业相关的丰富的数学应用知识。我们可以想象，当泰勒斯的船只穿越地中海，沿着爱琴海岸回到他的家乡米利都（位于今天的土耳其边境——译注）的时候，他正在思考和分析着自己在那段漫长的归途之中学到的知识精髓时的情景。

在泰勒斯和毕达哥拉斯时代之后的 300 年里，古希腊哲学的创立者们，从柏拉图和他的雅典学派，到欧几里德和亚历山大博物馆的建立，将逻辑推理发展成为一套有原则的体系——能够更有效地研究纯粹抽象的无形的数学世界。在欧几里德完成他的《几何原本》前不久，第三个里程碑式的时刻出现了，此时亚里士多德（古希腊哲学家，柏拉图的学生——译注）将常规的逻辑形式化。他构造了逻辑的 14 种基本模型，比如“所有人都终有一死；所有的英雄都是人；因此，所有的英雄都终有一死”。到公元前 300 年，欧几里德在 13 卷羊皮纸上写下了《几何原本》，此时逻辑推理已经相当成熟了，足以简化为少量的规则。本书的第一部分——“逻辑”，就是有关这种逻辑。

然而逻辑推理不能够对付怪异的无穷。齐诺，这位富有怀疑精神的古希腊数学家，构造了运动的辩证法，他使用想象的逻辑的铁链，使论证卷入铿锵的自相矛盾之中。柏拉图告诉我们，齐诺和他的情人帕曼尼迪思（古希腊哲学家，伊利亚德学派的创始人——译注）从埃利亚（意大利西海岸）来到雅典，准备在此度过泛雅典娜节。在雅典的时候，大概是活动之间，齐诺把自己的著作读给了一个名叫苏格拉底（古希腊哲学家，柏拉图的老师——译注）的年轻人。在齐诺的诸多论断中，有一个论断是：如果给予乌龟一个领先优势，即使

是箭步如飞的阿基里斯（荷马史诗《伊利亚特》中的英雄——译注）也不能追上这只缓慢爬行的乌龟。齐诺指出，这是因为，阿基里斯到达乌龟的起点的瞬间，乌龟已经移动到前面一个更远的位置了；在那一点，论断重复着，乌龟又被给予了一个新的领先优势。阿基里斯为了追上这只乌龟，将不得不永远重复如此。在另一个论断中，齐诺告知我们，运动是不可能完成的，因为，让一个物体移动任意一段距离，它必须首先到达一半距离处，然后是剩余距离的一半处，如此延展，永远不得不到达某个剩余距离的一半处，所以，永远不可能移动完整的距离。

齐诺举出这些难题或许是为了激发性质的讨论，或者仅仅是为了刺激雅典的哲学家和体育爱好者们。他被称作“长着两条舌头的齐诺”，因为他常常正反辩论他自己的论断，这些论断常常要么涉及无穷大，要么涉及无穷小，而且对于几何学的发展有着持久的影响。它需要相当长时间的考验。欧几里德之后不久，除了齐诺和阿基米德（古希腊数学家、工程师、物理学家——译注）为了理解无穷而进行过短暂的尝试之外，人们不得不等待了差不多 2000 年才直接面对无穷，直到逻辑推理囿于传统的规则被放松，用于对付齐诺提出的一些困难。1629 年，伽利略的一个学生，波拿文都拉·卡瓦列利，设计了一种方案，绕开了齐诺提出的问题，同时也忽略了他自己的论断的逻辑问题；奇怪的是，他的不合逻辑的论断导致了正确的结果。卡瓦列利的伟大贡献在于，让直觉，而不是逻辑来指导数学。他的不合逻辑的思想激发了创立微积分学的驱动力。微积分学是一套全新的数学，能够被难以置信地应用于真实世界之中——从预言行星运动到设计乐器。

卡瓦列利的不合逻辑方法在极大程度上依赖于强烈的直觉。在差不多 200 年里，全新的数学概念，那些成长在常规逻辑边界之外的概念，通过直觉来指引，并以直觉来接受，而不曾通过逻辑。强烈的直觉把数学带到了一个崭新的辉煌的高度，直到 18 世纪，才渐渐误入歧途，此时矛盾开始萌芽。到 19 世纪中叶的时候，直觉和逻辑发生了争执。曾经被直觉证明为正确的定理被逻辑证明是错误的。需要一种全新的逻辑，一种能够有效处理无穷大和无穷小的错综复杂的逻辑。人们不得不等到 19 世纪后期集合论的发现，才终

于看到了那种全新的逻辑。集合论是用适当的方式来定义数字的数学分支。集合论为我们提供了算术学的公理，同时也导致了深层次的疑问，特别是关于数学自身基础的疑问。集合论呈现给我们的是一种适用于数学所有分支的普遍统一的语言。

乔治·康托拥有迷人的“非凡的数学教授”头衔（在德国的哈雷大学）。他在19世纪发展了集合论，用于研究实数，而且借此他被引领到数学领域中一个最为革命性的结论：无穷存在大小的不同。是什么样的逻辑导致了那种想法呢？康托花费了大量时间写作哲学和神学论文，以此捍卫他的关于无穷的结果，因为这样的结论公然反抗了直觉。同时，他对伊丽莎白一世时代的文学有着强烈的爱好，而且他耗费了许多时间来尝试证明莎士比亚戏剧的真正作者是弗朗西斯·培根。他玩耍在逻辑的边缘。

直到20世纪初期，集合论的公理才开始以公式表述，许多数学家做了大量的工作，为集合论的基础构建了正确的框架。另一方面，人们仍然相信莎士比亚的戏剧是他自己撰写的。

1931年，库尔特·哥德尔震惊了数学界，他指出，集合论的公理是不完备的；事实上，他指出，无论给这一体系添加多少新的公理，总会有一条命题在集合论公理的框架之内不能被证实或者被证伪。谈及证实或者证伪，那是指在永恒的未来任何人都不能证实或者证伪这一命题。这对于数学肯定是一次巨大的打击，就像毕达哥拉斯发现不能用同一把尺子测量一个正方形的边和对角线一样。即使是齐诺的悖论也不能与这一发现相比拟。持久的问题是，古往今来，有些事物为何似乎永无终结。本书的第二部分——“无穷”，就是有关于此的逻辑。

尽管逻辑学家在公理化集合论的形式方面碰到了麻烦，但是我们都乐意承认，我们能够计算，能够面对惊人的数学并利用数学来正确地构造和支撑科学。拘泥于形式的逻辑问题似乎不会干扰物质的真实性。把条件从无懈可击的证明放松为看似可信的证明，所付出的代价会换来一个巨大的好处：它使科学方法变得有效了。弗朗西斯·培根爵士，这位科学方法之父（而且不是莎士比亚戏剧的作者）提出，演绎推理在研究物质世界的时候是不合适的。他主张，

一个人通过观察特定的具体情形，可以得到看似可信的一般结论。

科学依赖于3种推理。毫无疑问，它依赖于常规的逻辑，而且含蓄地依赖于无穷的逻辑，但它最为重要的依赖是看似可信的推理。它基于一种思想，即被人们发现为真实的东西往往是真实的。在数学证明中，“往往”指的是“无限地经常”，但是科学上的证明远没有那么严格。太阳往往从天空中升起，足以使我在一生中都相信它会在明天再次升起。另一方面，虽然我从未经历过毁灭性的地震，“从未”并不足以让我相信我在将来不会经历一次。尽管常规的演绎推理不可避免地要从一般假设出发来影响特定的情形，但看似可信的推理采用的却是相反的途径，从特定的观察来得到一般的（但仅仅是看似可信的）结论。没有人能够否认，这似乎将真理的力量弱化到了一种似是而非的状态，然而弗朗西斯·培根爵士在1620年引入这一概念的时候，他改变了我们对于知识的理解，而后来建立的数学（概率和统计）支持了他的思想，永远地改变了科学，尽管人们又等待了150年，才等来了托马斯·贝叶斯。他建立了一个对“似乎可信”进行量化的可靠的数学根基。关于看似可信的推理，便尽在本书的第三部分——“真实”之中。

这些是人类的推理和逻辑的基本形式，即我们人类认为某件事物是真实的依据：常规的逻辑，关于证明和分类；无穷的逻辑，关于无穷和数字；看似可信的推理，关于概率和自然——甚至雨林。

乍眼看来，数学常常令人胆寒——不仅仅对于初学者，甚至对于受过训练的科学家们来说也是如此。遗憾的是，它并不总是像印度人对于毕达哥拉斯定理（在中国被称为勾股定理——译注）的证明那样非常清晰，后者仅仅是一张图和一个字“瞧”。然而在本书中，我希望通过翻山越岭，透过缓缓飘动的云朵看见思想的雨林，从而展现数学的美以及跋涉于数学旅程之中所伴随的愉悦，正如欧几里德在2300年前所做的那样。而在完成了深入抽象世界的长途旅行之后，回归到统治自然界的科学的看似可信的逻辑中来，会让人感到神清气爽。



北京华章同人公司邮购书目



近期发行重点书目		作者	定价
亚瑟王的罗曼史	2007.1	[英]马洛礼	20.00
小棕仙的快乐历险	2007.1	[美]帕尔默·考克斯	20.00
匹诺曹	2007.1	[意]卡洛·科洛迪	20.00
贝洛童话	2007.1	[法]查里斯·贝洛	18.00
传世寓言	2007.1	[法]拉封丹	20.00
孤独旅者	2007.1	[美]杰克·凯鲁亚克	20.00
校园秘史	2007.1	[美]唐娜·塔特	35.00
重述神话			
后羿		叶兆言	25.00
碧奴		苏童	25.00
神话简史		[英]凯伦·阿姆斯特朗	26.00
珀涅罗珀记		[加]玛格丽特·阿特伍德	26.00
重量		[英]简妮特·温特森	26.00
惊悚文学			
春分		[美]迈克尔·怀特	25.00
黑色盛宴		[美]戴尔·豪威逊等	20.00
圣骨迷踪		[美]詹姆斯·罗林斯	29.80
孤城密咒		[美]约瑟夫·范德尔	29.80
谍影重重		[美]约瑟夫·范德尔	29.80
零度游戏		[美]布莱德·迈尔泽	28.00
白宫刺客		[美]布莱恩·黑格	28.00
眼镜蛇事件		[美]理查德·普莱斯顿	28.00
高危地带		[美]理查德·普莱斯顿	25.00
零点时刻		[美]约瑟夫·范德尔	29.80
百万诱惑		[美]布莱德·迈尔泽	29.80
硫磺密杀		[美]道格拉斯·普莱斯顿	29.80
现代图书馆			
老钱：富人的精神起源		[美]尼尔森 W. 奥尔德里奇	32.00
雨林中的欧几里德		[美]约瑟夫·马祖尔	25.00
流放者归来		[美]马尔科姆·考利	28.00
上帝之肋		[美]罗伯特·布莱	26.00
欧洲梦		[美]杰里米·里夫金	32.00
忧郁		[美]安德鲁·所罗门	29.80

现代图书馆		
大国的博弈	[美]玛格丽特·麦克米兰	32.00
成吉思汗与今日世界之形成	[美]杰克·威斯佛特	32.00
中国哲学简史	冯友兰	38.00
大狗:富人的物种起源	[美]理查德·康尼夫	22.80
重现经典		
宫本武藏——剑与禅(上下册)	[日]吉川英治	120.00
美丽新世界	[英]阿道司·赫胥黎	20.00
华氏 451	[美]雷·布雷德伯利	20.00
秘密花园	[法]奥克塔夫·米尔博	20.00
穿裘皮大衣的维纳斯	[奥]萨克·莫索克	18.00
崩溃	[尼日利亚]齐诺瓦·阿切比	18.00
亨利和琼	[美]阿娜伊丝·宁	20.00
源泉	[美]安·兰德	49.80
牙买加飓风	[英]理查德·休斯	20.00
看电影的人	[美]沃克·珀西	20.00
捕蜂器	[英]伊恩·班克斯	20.00
相约萨马拉	[美]约翰·奥哈拉	20.00
情陷撒哈拉	[美]保罗·鲍尔斯	20.00
曼哈顿中转站	[美]约翰·多斯·帕索斯	22.00
万里任禅游	[美]罗伯特·M·波西格	28.00
母猪女郎	[法]玛丽·达里厄塞克	18.00
荒凉天使	[美]杰克·凯鲁亚克	28.00
魔法外套	[意]迪诺·布扎蒂	20.00
面纱	[美]W. S. 毛姆	22.00
血橙	[美]约翰·霍克斯	20.00
破碎的四月	[阿尔巴尼亚]伊斯梅尔·卡达莱	20.00
历史大讲堂		
原来努尔哈赤	张 研	20.00
原来康熙	张 研	20.00
原来雍正	张 研	20.00
原来乾隆	郭燕红	22.00
原来曾国藩	牛贯杰	18.00
原来慈禧	张 研	20.00
原来李鸿章	牛贯杰	20.00
原来袁世凯	张 研	20.00

国内文学		
18岁给我一个姑娘	冯唐	18.00
蝴蝶飞不过	黄雯	22.00
那些花儿	章小堂	25.00
美人铺天盖地	吴景姝	20.00
文·身	公渡河	18.00
喊哪,阿伦特	阿伦特	18.00
阿耳的海豚音	佐耳	18.00
上有老	王金钢	23.00
我在白宫当记者	袁炳忠	23.00
青春文学		
才华是通行证	蒋峰	20.00
我们都寂寞	王皓舒	20.00
年华,恍然	麻宁	20.00
迷途	郭丹	20.00
人文社科		
蜂蜜与尘土	[英]皮尔斯·莫尔·爱德	20.00
青春电影志	唐朝晖	29.80
中国摇滚手册	李宏杰	58.00
都是性灵食色	柯平	32.00
绿肥红瘦	廖雯	35.00
洗劫东京	[美]本·梅斯里茨	23.00
试毒者	[意]乌戈·笛方提	22.00
美食的最后机会	[加]吉娜·马莱	22.00

凡从本地地址订购以上任何种类的图书,读者可享受八八折优惠,邮费由我公司承担。

购书满200元,可自动成为我公司书友会会员,除不定期收到公司图书目录,购买任何本公司经销的图书可享受八零折优惠。

邮购联系人:陈婧

联系电话:010-85869375/76/77 转 810 传真:010-85869372

邮局汇款地址:北京市朝阳区八里庄西里住邦2000商务中心3座905室 邮编:100025

收款人:北京华章同人文化传播有限公司

公司网址:www.alpha-books.com

电子邮箱:sales@alpha-books.com

目录

contents

前言

第一部分 逻辑

第一章 求知学校

逻辑与证明的入门介绍 /2

第二章 如何说服吉素

毕达哥拉斯定理是正确的吗? /21

第三章 简单而显然的事实

直觉和信仰在数学中的角色 /33

第四章 乌龟对阿基里斯的告白

逻辑及其漏洞 /48

第五章 勒让德的叹息

非欧几何的奇异世界 /68

目录

contents

第二部分 无穷

第六章 伊万的洞察力

数到无穷 /84

第七章 爱琴海边的遭遇

当有限遇到无限 /103

第八章 特洛伊超人吉达

齐诺关于运动的悖论 /116

第九章 寻找飞马座

无理数存在吗? /129

第十章 永无终结的一些事物

数学归纳法的逻辑 /147

第十一章 其他一切都是人类的作品

令人惊讶的集合论 /159

目录

contents

第三部分 真实

第十二章 一把筹码

数学真的反映了真实世界吗? /174

第十三章 谁取到了同花大顺?

利用概率作出预言 /184

第十四章 双六与双么

大数定律 /201

第十五章 安娜的指控

对于真理的检验 /215

第十六章 莫蒂默医生，我认定

科学和数学中的看似可信的推理 /227

结束语

EUCLID IN THE RAINFOREST

第一部分 逻辑