走近四川中考　体现课改理念

# 成功中考

# 四川中考

## 系统总复习及模拟试卷

SICHUAN ZHONGKAO
XITONG ZONGFUXI
JI MONI SHIJUAN

# 数学

人教版新课标

四川省各地州中考命题研究中心　编
总策划　冰　文

2007

成功教育书系

西安交通大学出版社

走近四川中考　体现课改理念

成功中考

# 四川中考

## 系统总复习及模拟试卷

SICHUAN ZHONGKAO
XITONG ZONGFUXI
JI MONI SHIJUAN

# 数学

四川省各地州中考命题研究中心　编

人教版新课标

总策划　冰　文
本册主编　米　易　杜尚光
编　者　何云超　蒲春云　赖翠萍　覃天贵　覃振华
蔡小明　张　琪　何子剑　胡永坤　石建军
钟自强　黄正蓉　任晓梅　曹杰祥　翁绍彬
武建华　张维林　隆　兴　袁力祥　武建华
孙　华

2007

成功系列丛书

西安交通大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

成功中考系统总复习及模拟试卷. 数学/冰文主编. 西安:西安交通大学出版社,2006.11

ISBN 7-5605-2339-0

Ⅰ.成… Ⅱ.冰… Ⅲ.数学课-初中-习题-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 133613 号

| | |
|---|---|
| 书　　名 | 成功中考系统总复习及模拟试卷<br>数　学(人教版新课标) |
| 主　　编 | 冰　文 |
| 责任编辑 | 李　晶 |
| 出版发行 | 西安交通大学出版社 |
| 地　　址 | 西安市兴庆南路 25 号　(邮编:710049) |
| 电　　话 | (029)82668315　82669098(总编办) |
| 印　　刷 | 四川省平轩印务有限公司 |
| 字　　数 | 285 千 |
| 开　　本 | 850mm×1168mm　1/16 |
| 印　　张 | 14.25 |
| 版　　次 | 2006 年 12 月第 1 版　2006 年 12 月第 1 次印刷 |
| 书　　号 | ISBN 7-5605-2339-0/G·222 |
| 定　　价 | 17.80 元 |

# 2007年新课程理念下的中考命题趋势

内江市第一中学　周春元　袁　野

一、命题原则

中考的命题必须严格遵循《全日制义务教育课程标准（实验稿）》（以下简称新课标），考查的内容和要求应与课程标准的规定相一致。

1.应注重对基础知识、基本技能的考查，杜绝超过课程标准要求的拔高。

2.应注意从实际中选取素材，考查学生在实际情境中提取信息、分析和处理问题的能力，引导教学联系学生生活实际和社会实际、关注科技发展。

3.应注意对科学探究能力的考查，引导教学注重探究过程和方法，注重培养学生科学地认识事物、分析现象和把握规律的能力。

4.试题内容应科学、正确，题量要适中，难易要适当。

二、命题趋势

1.基础知识和基本技能仍然是考查重点

由于义务教育的性质，基础知识和基本技能在新课程中仍然处于重要的地位，因此仍然是2007年各地课改区中考命题的重点之一。

重要知识点几乎每年都要考到，形成了每年必考的若干知识点和稳定的题型、题量，使试卷保持了连续性和稳定性，对全卷的稳定起着举足轻重的作用。在以具体试题呈现时，单纯性记性的考题几乎不会再出现，更多的是在具体情境中考查学生对知识与技能的理解与应用。

2.开放性试题的考查力度将进一步加强

国家教育部在中考改革的指导意见中指出，理科、文科考试应增加开放性题目，鼓励学生有自己的见解。开放性试题为学生提供了更加广阔的思维空间，可满足不同认识层次和能力水平学生的需求，使他们均有机会通过分析判断、演绎推理等多种思维形式探究解决问题的不同方法，得出不同的结论。开放性试题符合新课标“能形成学生积极探究的问题情景，鼓励学生多角度、多侧面、多层次地思考问题，有助于充分调动学生的潜在能力”的要求，这类试题属于较高层次的能力考查，在今后中考中有较为广阔的前景。2007年各地课改区中考命题将会继续加大开放性试题的考查力度，开放性试题的数量可能有所增加，并将更加着眼于思维能力和创新能力的考查。

3.科学探究能力的考查将继续深化

新课标将科学探究作为课程改革的“突破口”，以提高学生的科学素养为宗旨，倡导以科学探究为主的多样化的学习方式，发展学生搜集和处理信息的能力、获取新知识的能力、分析和解决问题的能力，以及交流与合作的能力，引导学生积极参与知识的获取历程，以求得科学活动的亲身体验。考虑到在中考这样大规模考试的情况下，在有限的时间内考查一个完整探究过程的困难，在一个试题中一般侧重于考查学生某一个或几个方面的探究能力，而不求全面考查。

4.关注学生的情感发展，从知识考查走向人文关怀

科学和人文原本是共生互动，相同互通，相异互通，相异互补的。科学与人文教育的融合，是现代教育发展的趋势。在中考试卷中渗透德育、美育等人文教育是应积极探索的一个领域。2007年各地课改区中考的命题将会继续关注学生的情感发展，体现教育价值的试题将会有所增加。所考查的问题是学生需要或想知道怎样解决的实际问题，这会使得解题过程不再是一种被动的、被评判的过程，而变成了一种主动解决实际问题、展现自己才能的过程。这些试题不但要考查学生的基础知识，还要使学生通过考试更加关注健康、材料、环境、能源、安全等在人类可持续发展中所遇到的热点问题，体现各学科对社会可持续发展的贡献和素质教育的人文价值。

总之，在新课标的要求下，2007年各地课改区中考将继续适当降低对知识与技能的要求（杜绝繁、难、偏、怪试题），而更加注重命题的基础性、应用性、探究性和开放性。同时在问题情境设置上将更具时代性和人文性，并切实减轻学生的学习负担，对初中各科教学起到良好的导向作用。

2006年11月

# 编者的话

踏着新世纪的脚步，乘着全省初、高中课改的春风，全省的中考命题从形式到内容都发生了很大的变化。都更加注重能力的考查，更加贴近实际、生活，更加强调实验探索的过程，更加重视求异创新。作为一线教师和学生，将如何应对新课改形式下的中考命题和复习，怎样才能比较准确地把握全省各市、州中考命题专家的命题动向，怎样才能优质高效地搞好中考复习工作。为此我们组织了全省各市、州教研员以及各市、州参加过中考命题的一线特级、高级教师，根据最新版教材、新课程标准和考试说明编写了这套《成功中考》复习丛书。

该丛书紧扣教材，着重解读中考考点，分析各市、州中考命题的思路和试题，预测2007年中考命题的动向。使它能真正地帮助教师和学生轻松地、高效地应对中考，使它能真正成为全省唯一的与各市、州命题专家较量的中考复习丛书。它具有以下特点：

**一、紧贴教材，梳理知识** 该丛书最大的特点就是紧扣教材，对教材上的知识进行系统梳理和讲解，帮助学生进行基础知识的系统复习，帮助学生掌握各部分知识之间的联系，抓住主要知识，由知识线形成知识网络，提高解题能力。

**二、题型新颖，解析透彻** 该丛书所选的例题和习题均取材于教材以及2006年四川省各市、州的中考试题，对教材上的例题和习题等进行改编、重组，具有很强的创造性，很容易命中各市、州的中考试题；对2006年全省的中考试题进行分析、比较、归纳、总结，找出全省各市、州命题的规律，明确今年中考命题的方向，准确把握中考命题的趋势，使复习更具有针对性。

**三、题型设计，符合全省** 在题型、题量的设计上完全与各市、州的中考命题一致，尽量少而精，坚决摒弃题海战术；在体例上设有知识再现、中考考点释疑、典型例题解析、课时强化训练；并且将单元测试题和中考模拟试题均采用八开活页装订，方便学生自测和教师批阅，及时了解学生对知识的掌握情况，为学生考前提供一个热身平台。

**四、编写队伍，全省一流** 参加该丛书编写的人员都是各市、州的命题教研员以及参加过中考、命题、阅卷的一线教师，具有很强的指导性。

在设计和编写的过程中，得到了全省各市、州、县（区）教研员的指导，在此深表谢意。同时，在编写的过程中，本着对教师和学生高度负责的态度，我们精心组织，认真把关。但是，由于时间仓促，书中错误在所难免，敬请读者批评指正，以便改进。

**四川省各地市州中考命题研究中心**

**2006年11月**

# 特别感谢

特别感谢四川省各地市州战斗在第一线的教师以及经常参与中考阅卷、中考命题和重大科研课题研究的中青年教师和一部份老教师，感谢您们的辛苦付出。使该丛书隆重上市，为川内的莘莘学子贡献了您们的心血和汗水，为此我们深表谢意！

衷心地祝愿广大的中学生朋友和初三教师伴随《成功中考》而决胜中考，也热切地希望广大师生朋友为我们提供真诚的反馈意见，以使该丛书更加完善。

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 绵阳地区 | 米易 | 冯利章 | 张开平 | 赵德清 | 刘霞 | 赖翠萍 | 杨登安 | 唐治军 | 邱万曲 | 李登华 |
| | 廖文斌 | 钟自强 | 曹杰祥 | 翁绍彬 | 黄正蓉 | 武建华 | | | | |
| 内江地区 | 全胜 | 王家斌 | 尤在伦 | 罗真树 | 刘礼书 | 罗尘 | 何月冬 | 王琴 | 何雪川 | 郝小东 |
| | 朱学才 | 郑纯清 | 姚军 | 李强 | 徐成高 | 喻忠莉 | 黎德川 | 阴文忠 | 范贤霞 | 谢刚 |
| | 夏洪财 | 张澜 | 黄月 | 陈周国 | 周诗章 | 何忠 | 周祥明 | 罗奎 | 张建清 | 李家富 |
| | 王小斌 | 徐友彬 | 高英 | 赵玉道 | 李学容 | 张超 | 陈冰心 | 张晓勇 | 李飞 | 张宗秀 |
| | 余琴先 | 钟传伦 | 熊兵 | 尤超 | 刘良碧 | 刘南淑 | 曾伟 | 黄焱 | 刘建荣 | 陈明富 |
| | 刘凡彬 | 袁野 | 周春元 | 张大生 | 赖永书 | 李卫生 | 高玉海 | | | |
| 德阳地区 | 马国元 | 吴忠文 | 林祯全 | 汤志群 | 陈洪斌 | 林光钱 | 何志文 | 林正明 | 王芳 | 刘斌 |
| 南充地区 | 杜尚光 | 何云超 | 姚晓 | 杨红敏 | 何子剑 | 胡永坤 | 张琪 | 覃天贵 | 覃振华 | 蔡小明 |
| | 袁海英 | 欧艳君 | 张维林 | 隆兴 | 袁力祥 | 何国鸿 | 尤万平 | 袁明华 | | |
| 达州地区 | 龙海东 | 廖波 | 杨希 | 杜雪峰 | 赵全明 | 林波 | 武均 | 王红娟 | 宋德银 | 李永成 |
| 广元地区 | 刘志明 | 石建平 | 何孔善 | 蒲春云 | 张晓波 | 何安全 | 罗星明 | | | |
| 雅安地区 | 张国永 | 李南 | 周德西 | 肖劲 | 程光焰 | 杨华清 | 罗学军 | 王俐 | 李宁 | 沈莉蓉 |
| | 王怀涛 | | | | | | | | | |
| 巴中地区 | 杨彬 | 刘自强 | 晏文忠 | 周中平 | 苟德 | 冉茂林 | 王忠 | 王荔 | 闫世崇 | 廖良平 |
| | 寇虹 | 冯志钰 | 米炜 | 杨述琼 | 何大安 | 张明俊 | 韩清贵 | | | |
| 眉山地区 | 黄毅 | 袁芳 | 黄永忠 | 周泽军 | 王重军 | | | | | |
| 乐山地区 | 余小波 | 杨彪 | 岑良君 | 邓小清 | 沈宗颖 | 冯友明 | 彭洪俊 | 金天祥 | | |
| 泸州地区 | 郭佳琴 | 李子权 | 郭宪敏 | 徐德素 | 李清林 | 申远忠 | 甘晓武 | 罗蔺 | 邹桂芬 | 赵产进 |
| | 赵荔 | 薛长龙 | | | | | | | | |
| 遂宁地区 | 刘云升 | 刘任义 | 王宇剑 | 邓世永 | 杨志钧 | | | | | |

四川省各地市州中考命题研究中心

2006年11月

# 目 录

学习札记

# 第一章 实数与代数式

**一、复习目标**

1. 实数

(1) 了解有理数、数轴、相反数、绝对值、倒数的概念.

(2) 了解平方根、算术平方根、立方根、无理数和实数的概念.

(3) 理解相反数、绝对值在数轴上的意义,会求实数的相反数和绝对值.

(4) 掌握有理数、实数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算,会比较实数的大小.

(5) 理解近似数、有效数字的概念,并会运用.

2. 代数式

(1) 会列代数式,求代数式的值.

(2) 了解整式的有关概念,理解整式的运算法则,并能进行简单运算.

(3) 了解因式分解的概念,会用提公因式法和公式法对多项式进行因式分解.

(4) 了解分式的概念,会用分式的基本性质进行通分、约分,会进行简单的分式加、减、乘、除运算.

(5) 了解二次根式的概念,理解并掌握二次根式的性质,会进行简单运算.

**二、知识网络**

实数 { 有理数:意义、运算、分类; 无理数:意义、分类 }

代数式 { 整式; 因式分解; 分式; 二次根式 }

**三、注意事项**

1. 本章的知识点较多,注意对概念的辨析、理解和对法则、性质、公式的掌握运用.

2. 有理数与无理数的相反数和绝对值的意义是一致的.

3. 分式的分母中必含有字母,而代数式、根式中未必含有字母.

## 1.1 实数的概念及运算

### 一、基本训练

1. 已知:$4-m$ 与 $-1$ 互为相反数,那么 $m=$ ______.

2. 如果 $|x|=5$,那么 $x=$ ______.

3. 计算:$\sqrt{(-5)^2}=$ ______,$\sqrt[3]{-27}=$ ______.

4. 在 $\frac{1}{3}$、$\sqrt{2}$、$2-\pi$、$\sqrt[3]{125}$、$0.\dot{3}2\dot{1}$ 中是无理数的有______.

5. 计算 $(-3)^4$ 的结果是 ( )

A. $-12$ B. $12$ C. $81$ D. $-81$

6. 下列式子中,正确的是 ( )

A. $\sqrt[3]{-5}=-\sqrt[3]{5}$ B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt{25}=\pm5$ D. $-\sqrt{-8}=-4$

7. 用科学记数法表示数 $-2304000$ 的结果是 ( )

A. $2.304\times10^6$ B. $2.304\times10^3$

C. $-2.304\times10^6$ D. $2.304\times10^{-6}$

8. 已知 $a$、$b$ 为实数且 $\sqrt{a-1}+3(2-b)^2=0$,则 $a-b$ 的值应是 ( )

A. $-3$ B. $3$ C. $1$ D. $-1$

### 二、知识与方法

1. 知识网络:

实数
- 实数的概念
  - 有理数的意义、数轴、相反数、倒数、绝对值、近似数
  - 无理数的意义、平方根、算术平方根、立方根
- 实数的运算
  - 平方根、算术平方根、立方根的求法
  - 加减、乘除、乘方
  - 科学记数法
  - 大小比较

学习札记

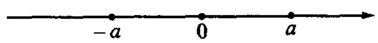
2. 有理数：整数和分数统称为有理数. 它是可写成两个整数之比的数. 如 $1.2=\frac{6}{5}$，$0.\dot{3}=\frac{1}{3}$.

3. 无理数：无限不循环小数称为无理数. (1) 它有两层意思：① 无限小数；② 不循环；(2) 它的三种形式：① 开不尽方，如$\sqrt{3}$；② 特殊常数，如圆周率 $\pi$；③ 特殊结构的数，如 0.202002000…(每两个 2 之间依次多一个 0).

4. 实数：有理数和无理数统称为实数.

5. 实数中的几个概念：

(1) 相反数：只有符号不同的两个数叫做互为相反数，$a$ 的相反数是 $-a$.




① 几何意义：互为相反数的两个数在数轴上表示的点到原点等距离，同时这两点关于原点对称.

② 运用：$a$ 与 $b$ 互为相反数 $\Leftrightarrow a+b=0$.

(2) 数轴：规定了原点、单位长度、正方向的直线叫做数轴.

(3) 绝对值：数轴上表示数 $a$ 的点到原点的距离叫做数 $a$ 的绝对值，记作：$|a|$.

由定义可知：正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

即 $|a|=\begin{cases}a(a>0)\\0(a=0)\\-a(a<0)\end{cases}$

(4) 倒数：乘积是 1 的两个数互为倒数，$a$ 与 $b$ 互为倒数 $\Leftrightarrow ab=1$.

注：0 没有倒数.

(5) 平方根、算术平方根：① 设 $a\geqslant 0$，称 $\pm\sqrt{a}$ 是 $a$ 的平方根，$\sqrt{a}$ 是 $a$ 的算术平方根；② 正数的平方根有两个，它们互为相反数，0 的平方根是 0，负数没有平方根.

注：平方根包含算术平方根，算术平方根是平方根中的一种.

(6) 立方根：$a$ 的立方根记作$\sqrt[3]{a}$，立方根的符号取决于被开方数的符号.

6. 实数与数轴的关系(数形结合)：每一个实数都可用数轴上的点来表示；反之，数轴上的每个点都表示一个实数.

7. 实数的大小比较：(1) 正数大于负数；(2)0 大于负数；(3) 两个负数绝对值大的反而小.

8. 实数的运算：

(1) 加法：同号相加取相同的符号，并把绝对值相加；绝对值不等的异号两数相加，取绝对值较大的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；一个数和0相加，仍得这个数.

运算定律：$a+b=b+a$　$(a+b)+c=a+(b+c)$

(2) 减法：减去一个数等于加上这个数的相反数. $a-b=a+(-b)$

(3) 乘法：同号两数相乘得正，异号两数相乘得负，并把绝对值相乘. 几个负数相乘，个数为偶数时得正，个数为奇数时得负，并把绝对值相乘.

运算定律：$ab=ba$　$(ab)c=a(bc)$　$a(b+c)=ab+ac$

(4) 除法：除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数. 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除，0 除以任何一个不等于 0 的数都得 0.

(5) 乘方：一般地，$n$ 个相同因式 $a$ 相乘即$\underbrace{a\cdot a\cdots a}_{n个a}$记作 $a^n$，读作 $a$ 的 $n$ 次方. 求 $n$ 个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方运算的结果叫做幂.

9. 实数的运算顺序：

(1) 先乘方，再乘除，最后加减；

(2) 同级运算，从左到右进行；

(3) 如有括号，先算括号内，按小括号、中括号、大括号依次进行.

10. 近似数与科学记数法：

(1) 近似数：一个数按四舍五入法精确到哪一位得到的一个数就是这个数的近似数. 一个近似数从左起第一个非零数字到精确的数位止，所有的数字都叫做这个数的有效数字.

(2) 科学记数法：把一个数写成 $a\times 10^n$ 的形式 $(1\leqslant|a|<10$，$n$ 为整数)，这种记数法叫做科学记数法.

## 二、典型例题

**例题1** 下列说法中，正确的是　(　　)

A. 一个实数的绝对值总是正的

B. 一个实数总有两个平方根

C. 有理数包括整数和有限小数

D. 实数包括有理数和无理数

**【分析】**实数 $a$ 的绝对值 $|a|\geqslant 0$，负数没有平方根，有理数包括整数、有限小数和无限循环小数，所以选择支 A、B、C 均错.

**【答案】**D.

**例题2** 代数式 $a^2+1$，$\sqrt{x}$，$|y|$，$(a-1)^2$，$\sqrt[3]{c}$ 中，一定是正数的有　(　　)

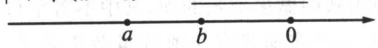
A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

**【分析】**要使一个式子的值为正数，须排除值为负数和零的情况. $\because a^2\geqslant 0$，$\therefore a^2+1>0$，当 $c<0$ 时，$\sqrt[3]{c}<0$，而$\sqrt{x}\geqslant 0$，$|y|\geqslant 0$，$\therefore$ 只有 $a^2+1$ 是

正数.

【答案】A.

例题3 实数 $a$、$b$ 在数轴上的位置如下图，化简 $|a-b|+\sqrt{(a+b)^2}=$______.




解：$\because a<b<0$，$\therefore a-b<0, a+b<0$.

$\therefore |a-b|+\sqrt{(a+b)^2}=|a-b|+|a+b|$

$=-(a-b)-(a+b)=-2a$.

例题4 估计 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 与 $\frac{3}{4}$ 的大小.

解：$\because 1<\sqrt{3}<2$，$\therefore \frac{\sqrt{3}-1}{2}<\frac{2-1}{2}$，即 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}<\frac{1}{2}$.

$\because \frac{1}{2}<\frac{3}{4}$ $\therefore \frac{\sqrt{3}-1}{2}<\frac{3}{4}$

【说明】含有无理数的实数大小比较，常取接近这个无理数的整数参与运算比较. 常见的几个无理数如 $\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$、$\sqrt{7}$ 等的近似值，学生应熟悉，解题时对分析、判断有一定的帮助.

例题5 观察下列各等式：

$1^2+2\times1=1\times(1+2)$ $2^2+2\times2=2\times(2+2)$

$3^2+2\times3=3\times(3+2)$ …

则第 $n$ 个等式可表示为______.

【分析】观察每个等式，左边的第一项是序号的平方，第二项第一个因数是 2，第二个因数是序号数，右边 = 序号数 ×(序号数 +2)，不难推断第 $n$ 个等式为：$n^2+2n=n(n+2)$.

## 四、小结与深化

1. 本节所涉及的概念较多，一般以填空题、选择题出现，难度不大，解答时把握住对概念的理解、辨析、运用，注意对答案的筛选.

2. 有了数轴，便可把数和形结合起来，为解题提供了工具，使抽象问题直观化.

3. 观察、归纳、猜想这类题是近几年考试的热点，用以考察学生的观察能力、文字表达能力、探索与发现问题的能力.

## 五、中考真题演练

### 复习巩固

1. 下列叙述正确的是 ( )

A. $-a$ 是负数 B. $a$ 的相反数是 $-a$

C. $a$ 的倒数是 $\frac{1}{a}$ D. $a$ 的绝对值是 $a$

2. 当 $a=\frac{1}{2}$ 时，代数式 $\left(\frac{1}{a}\right)^2-a^2$ 的值是 ( )

A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{4}{15}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{1}{4}$

3. 若 $\sqrt{x}=4$，$\sqrt{4}=y$，则 $x$ 与 $y$ 的关系为 ( )

A. $x=4y$ B. $x=8y$

C. $x=2y$ D. $x=y^2$

4. 已知 $(x-2)^2+\left|\frac{1}{3}y-1\right|=0$，则 $xy$ 的值为 ( )

A. $\frac{2}{3}$ B. 6 C. $-6$ D. $\frac{3}{2}$

5. 计算 $\sqrt{5}+\pi$，精确到 0.01，$\pi$ 应取______.

6. 正方形的面积是 $S$，则其周长为______.

7. 一个数 $x$ 由四舍五入得到近似数 3.2，则 $x$ 的取值范围是______.

8. 某商品原售价为 $a$ 元，先后两次打折销售，第一次打八折，第二次打六折，用代数式表示，两次打折后的售价为______.

### 综合运用

9. 计算：

(1) $(-2)^2-2^0+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\sqrt[3]{8}-\sqrt{9}$

(2) $\left(2\frac{1}{3}-3\frac{1}{2}+1\frac{4}{25}\right)\div\left(1-1\frac{1}{6}\right)$

10. 一个正方形的周长恰好等于一个长方形的面积，且长方形的长为 50，宽为 20，求这个正方形的周长.

### 拓广探索

11. 已知：$A=\sqrt[m-n]{m+n+10}$ 是 $m+n+10$ 的算术平方根，$B=\sqrt[m-2n+3]{4m+6n-1}$ 是 $4m+6n-1$ 的立方根，求 $\sqrt[3]{B-A}$ 的值.

学习札记

学习札记

【说明】解答此题两个根式的被开方数先不必考虑，只需由 $m-n=2, m-2n+3=3$，求出 $m$、$n$ 即可求出两个根式的被开方数，从而求出 $\sqrt[3]{B-A}$ 的值.

## 1.2　整式与乘法公式

### 一、基本训练

1. 下列说法正确的是　（　）

A. 单项式 $-4\pi x^2$ 的系数是 $-4$

B. 多项式 $x^2+y^2$ 的次数是 4

C. $2^4x^3$ 是 7 次单项式

D. $-1$ 是单项式

2. 已知 $3m^6n$ 与 $-2m^{2x}n^y$ 是同类项，则　（　）

A. $x=2, y=1$　　B. $x=3, y=1$

C. $x=\frac{3}{2}, y=1$　　D. $x=3, y=0$

3. 当 $a=-1$ 时，代数式 $(a+1)^2+a(a-3)$ 的值等于　（　）

A. $-4$　　B. 4　　C. $-2$　　D. 2

4. 计算 $(-3a^3)^2\div a^2$ 的结果是　（　）

A. $-9a^4$　　B. $6a^4$　　C. $9a^3$　　D. $9a^4$

5. 若 $m$、$n$、$p$ 都是正数，则 $(a^m\cdot a^n)^p$ 等于　（　）

A. $a^m\cdot a^{np}$　　B. $a^{mp}a^n$　　C. $a^{mnp}$　　D. $a^{mp+np}$

6. 计算 $(a-2b)(2a+b)=$ ________.

7. 计算 $(\sqrt{3}-1)^0+(-0.125)^{2007}\times 8^{2007}=$ ____.

8. 已知：$x+y=4$，$xy=2$，则 $x^2+y^2=$ ____.

### 二、知识与方法

1. 知识网络：

- 整式
  - 整式概念
    - 单项式：系数、次数
    - 多项式：项数、次数、同类项、升（降）幂排列
  - 整式运算
    - 加减
      - 合并同类项
      - 去、添括号
    - 乘法
      - 单项式乘单项式
      - 单项式乘多项式
      - 多项式乘多项式
      - 乘法公式
        - 平方差公式
        - 完全平方公式
    - 算性质 ⇕ 幂的运
    - 除法
      - 单项式除以单项式
      - 多项式除以单项式

2. 单项式：只含数与字母的积的式子叫做单项式. 单项式中的数字因数叫做单项式的系数，单项式中所有字母的指数和叫做单项式的次数.

3. 多项式：几个单项式的和叫做多项式. 多项式中每个单项式叫做多项式的项，其中不含字母的项叫做常数项. 一个多项式有几项就叫做几项式，多项式里，次数最高的项的次数就是这个多项式的次数.

4. 整式：单项式和多项式统称整式. 即整式包括单项式和多项式.

5. 同类项：所含字母相同，并且相同字母指数也相同的项叫做同类项.

说明：$\pi$ 是一个常数，不是字母. 单独一个数或一个字母也是单项式，几个常数也是同类项. 单项式体现数与字母的积的运算，多项式体现单项式的和的运算. 这是几个易错问题.

6. 整式的加减：

(1) 合并同类项：把多项式中的同类项合并成一项，即把它的系数加作为新的系数，而字母部分不变，叫做合并同类项.

(2) 添、去括号法则：这里可用一句形象的话来帮助记忆："添括号、去括号，符号变换最重要；括号前面是正号，里面各项不变号；括号前面是负号，里面各项都变号."

思想方法：整式的加减实质上是合并同类项. 一般地，列式的整式加减分为三步：① 列算式，② 去括号，③ 合并同类项. 应用整式加减进行化简求值，分为三步：① 去括号，② 合并同类项，③ 代值. 简记为"一化二代三算".

7. 整式的乘除：

(1) 幂的运算性质：(设 $m$、$n$ 为正整数，$a$、$b$ 为实数)

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$，$(a^m)^n=a^{mn}$，$(ab)^n=a^nb^n$，

$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq 0)$，$a^0=1(a\neq 0)$，

$a^{-p}=\frac{1}{a^p}(a\neq 0，p$ 为正整数$)$.

(2) 运算法则：

① 单项式乘以单项式：把系数与字母分别相乘，只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式.

② 单项式乘以多项式：$m(a+b+c)=ma+mb+mc$.

③ 多项式乘以多项式：$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$.

④ 单项式除以单项式：把系数与同底数幂分别相除作为商的因式，只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

⑤ 多项式除以单项式：$(am+bm+cm)\div m=$

$a+b+c$.

(3) 乘法公式：

① 常用公式：平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，完全平方公式$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

② 乘法公式的变式：$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$.

$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$，$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$.

说明：上面的变式公式，课标未作要求，仅供复习解题参考，若用上面公式中的两个量来置换，求第三个量是很方便的.

## 二、典型例题

**例题1** (1) 已知$(m-2)x^3y^{|m|+1}$是关于$x$、$y$的六次单项式，求$m$的值.

(2) 多项式$6x^{n+2}-x^{2-n}+2$是关于$x$的三次三项式，求代数式$n^2-2n+1$的值.

**【分析】**(1) 由单项式的定义可知$3+|m|+1=6$，解出$m$的值，但$m-2\neq 0$.

(2) 应分类讨论，即当$n+2=3$和$2-n=3$都满足题意.

解：(1) 由题意得：$3+|m|+1=6$，解得$m=\pm 2$. 当$m=2$时，$m-2=0$，此单项式不是关于$x$、$y$的六次单项式，故$m\neq 2$. $\therefore m=-2$.

(2) 当$n+2=3$时，则$2-n=1$，$\therefore n=1$. $\therefore$ 当$n=1$时，$n^2-2n+1=0$.

当$2-n=3$时，则$n+2=1$，$\therefore n=-1$. $\therefore$ 当$n=-1$时，$n^2-2n+1=4$.

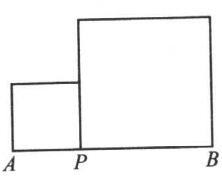
综上：$n^2-2n+1$的值是0或4.

**例题2** 化简求值：当$x=-\frac{1}{2}$时，求$(x+5)(x-3)-5(x-2)(x+3)$的值.

解：原式$=(x^2+2x-15)-5(x^2+x-6)$
$=x^2+2x-15-5x^2-5x+30$
$=-4x^2-3x+15$.

当$x=-\frac{1}{2}$时，原式$=-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)+15=15\frac{1}{2}$.

**例题3** 如图，$AB=a$，$P$是线段$AB$上的一点，分别以$AP$、$BP$为边作正方形.




(1) 设$AP=x$，求两个正方形的面积之和$S$；

(2) 当$AP$分别为$\frac{1}{3}a$和$\frac{1}{2}a$时，比较$S$的大小.

解：(1) $\because AB=a$，$AP=x$，$\therefore BP=a-x$.

$\therefore$ 两个正方形的面积之和$S=x^2+(a-x)^2=2x^2-2ax+a^2$.

(2) 当$x=\frac{1}{3}a$时，$S_1=\frac{5}{9}a^2$，　当$x=\frac{1}{2}a$时，$S_2=\frac{1}{2}a^2$，$\therefore S_1>S_2$.

即$AP=\frac{1}{3}a$时的面积大于$AP=\frac{1}{2}a$时的面积.

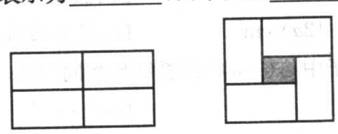
**例题4** 已知：$a-b=4$，$ab=-2$，求代数式$a^3b-2a^2b^2+ab^3$的值.

**【分析】**所求整式各项有公因式$ab$，所以原式可化为$ab(a-b)^2$，代入已知条件可求值.

解：$\because a-b=4$，$ab=-2$，$\therefore$ 原式$=ab(a^2-2ab+b^2)=ab(a-b)^2=-2\times 4^2=-32$.

**【说明】**将所求式子分解因式，转化为已知条件的表达式是解题的关键. 若将此题改为："已知$a+b=4$，$ab=-2$，求$a^3b-2a^2b^2+ab^3$"则原式$=ab(a-b)^2=ab[(a+b)^2-4ab]=ab(a+b)^2-4(ab)^2$，代入条件得值为$-48$.

**例题5** (操作题)(1) 如图甲是长$2a$，宽$2b$的矩形，将图甲沿图中虚线剪开分成四个一样大的小矩形，再拼成图乙的正方形，求图乙中的阴影部分面积. 用$a$、$b$的代数式表示为________，两个图的________不变；



甲　　乙

(2) 由(1)中的探索，可得结论：在周长一定的矩形中________时面积最大；

(3) 若矩形的周长为36 cm，则当边长为多少时该图形的面积最大？最大面积是多少？

**【分析】**观察两图，图乙中的阴影部分面积为$S_{正}-S_{矩}$，当$S_{阴}=0$即$a=b$时，$S_{矩}$最大；要使$S_{矩}$最大，则图甲必为正方形. 通过观察、比较，此题便可解.

解：(1) $S_{阴}=(a-b)^2$或$(a+b)^2-4ab$，周长不变；

(2) 矩形的长与宽相等；

(3) 要使矩形面积最大，则$S_{阴}=(a-b)^2=0$，所以，当$a=b$时，图甲必须为正方形，因为其周长为36 cm. 所以，正方形的边长为$\frac{36}{4}$ cm $=9$ cm，即当边长为9 cm时该图面积最大，其最大面积为81 cm$^2$.

**【说明】**观察、归纳、猜想、比较是解这类问题的基本思路. 本题(2)中判断当$S_{阴}=0$时，图甲的面积最大是关键.

学习札记

学习札记

## 四、小结与深化

本节中主要用到了"分类讨论"、"条件转化"、"数形结合"、"观察与归纳"的数学解题思想方法,拓展了思维,培养了能力. 注意完全平方式的变式在解题中的恰当运用.

## 五、中考真题演练

### 复习巩固

1. 下列运算正确的是 ( )

A. $a^2+a^3=a^5$　　B. $a^2\cdot a^4=a^8$

C. $(a^2)^3=a^6$　　D. $a^6\div a^2=a^3$

2. 计算$(\frac{1}{5})^{100}\times 5^{101}$ 的结果是 ( )

A. $\frac{1}{5}$　　B. 5　　C. 1　　D. $5^{201}$

3. 将二次三项式$x^2+6x+7$进行配方,正确的结果是 ( )

A. $(x+3)^2+2$　　B. $(x+3)^2-2$

C. $(x-3)^2+2$　　D. $(x-3)^2-2$

4. 将正方形的边长由 $a$ cm 增加 6 cm,则正方形的面积增加了 ( )

A. 36 $cm^2$　　B. $12a$ $cm^2$

C. $(36+12a)$ $cm^2$　　D. 以上都不对

5. 下列式子中与$(-a)^2$ 计算结果相同的是 ( )

A. $(a^2)^{-1}$　　B. $a^2\cdot a^{-4}$

C. $a^{-2}\div 2a^4$　　D. $a^4\cdot(-a)^{-2}$

6. 已知出租车行驶 3 km 以内(包括 3 km) 的车费是 7 元,以后每行驶 1 km 增加 1 元. 如果某人坐出租车行驶了 $m$ km($m$ 为整数,且 $m\geqslant 3$),则车费为 ( )

A. $(7+m)$ 元　　B. $(4+m)$ 元

C. $(7-m)$ 元　　D. $(3+m)$ 元

7. 已知$(x-5)(x+20)=x^2+mx+n$,则 $m=$______. $n=$______.

8. 设$a+bx+cx^2+dx^3=(1+x)(2+x)^2$,则$a+b+c+d=$______.

### 综合运用

9. 已知:$a(a-1)-(a^2-b)=-4$,求代数式$\frac{a^2+b^2}{2}-ab$ 的值.

10. 化简求值:$3(a+1)^2-5(a+1)(a-1)+2(a-1)^2$,其中 $a=-\frac{1}{2}$.

### 拓广探索

11. 已知 $10^a=20$, $10^b=\frac{1}{5}$,试求 $9^a\div 3^{2b}$ 的值.

12. 已知多项式 $x^3+ax^2+bx+c$ 能够被$x^2+3x-4$ 整除,

(1) 求 $4a+c$ 的值;

(2) $2a-2b-c$ 的值;

(3) 当 $a$、$b$、$c$ 均为整数,且 $c\geqslant a>1$,试确定 $a$、$b$、$c$ 的大小.

# 1.3 因式分解

## 一、基本训练

1. 把一个多项式化成几个整式的积的形式，这样的式子变形叫做把这个多项式__________，其基本的方法有__________、__________.

2. 公因式通常由多项式中各项的________、________、________决定.

3. 把下列各式写成乘积的形式：

①$x^2+x=$__________， ②$x^2-1=$__________.

4. 下列各式从左到右的变形，是因式分解的是（ ）

A. $3x+3y-5=3(x+y)-5$

B. $(x+2)(x-2)=x^2-4$

C. $x^2-9=(x+3)(x-3)$

D. $x+y=x(1+\frac{y}{x})(x\neq 0)$

5. 多项式 $8x^{2n}-4x^n$ 提取公因式后，另一个因式是（ ）

A. $4x^n$ B. $2x^n-1$

C. $4x^n-1$ D. $2x^{n-1}-1$

6. 计算：$(-2)^{10}+(-2)^{11}$ 等于（ ）

A. $-2^{10}$ B. $-2^{11}$ C. $2^{10}$ D. $-2$

7. 下列多项式中能用平方差公式分解的有（ ）

① $-x^2-y^2$ ② $-x^2+4y^2$ ③ $-a^2+b^4$

④ $\frac{1}{2}m^2-2n^2$ ⑤ $c^2-4d$ ⑥ $(-2)^2+25a^2$

A. ②④⑤ B. ①③⑥ C. ②④ D. ②③④

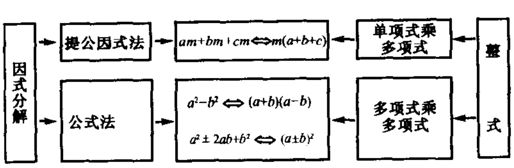
8. 若 $9x^2-12xy+m$ 是一个完全平方式，那么 $m$ 的值是（ ）

A. $2y^2$ B. $4y^2$

C. $\pm 4y^2$ D. $\pm 16y^2$

## 二、知识与方法

1. 知识网络：




2. 因式分解的意义：把一个多项式化成几个整式的积的形式，这种式子变形叫做把这个多项式因式分解.

3. 因式分解的基本方法：

(1) 提公因式法：如果一个多项式的各项含有公因式，那么就可以把这个公因式提出来，从而把多项式化成几个因式乘积的形式，这种分解因式的方法，叫做提公因式法.

公因式：多项式中各项都含有的因式叫做公因式. 它由多项式各项系数(系数是整数)的最大公约数与各项都含有的相同字母及相同字母的最低次幂的积构成.

分解步骤：① 确定公因式；② 将多项式除以公因式，把所得的商作为另一个因式.

方法：用提公因式法分解因式时，首项有负号常提出来；某项就是公因式时，这项提出公因式后，莫漏掉 1，提公因式时要一次提尽.

(2) 公式法：

① 平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

思想方法：能运用平方差公式分解因式的多项式必须具备的条件：二项式；两项符号相反；两项均能写成一个数(或整式)的平方形式. 每个因式要分解到不能再分解为止.

② 完全平方公式：$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

思想方法：能运用完全平方公式分解因式的多项式必须具备的条件：三项式；首末两项是两数(式)的平方；中间项是这两数(式)的积的 2 倍，符号可取“正”或“负”. 分解的结果要写成乘方的形式.

运用时，应注意：

① 如果一个多项式含有公因式，应该先提公因式，再考虑用公式法；

② 公式中的字母，既可以是一个数，也可以是一个单项式或者一个多项式；

③ 在用平方差公式时，幂的底的符号与指数有如下规律：

$$(y-x)^n=\begin{cases}(x-y)^n & (n\text{ 为偶数})\\ -(x-y)^n & (n\text{ 为奇数})\end{cases}$$

多项式的因式分解步骤可归纳为一句话：一提(公因式) 二套(公式) 三检查(是否分解完).

## 三、典型例题

**例题1** 下列各等式从左到右的变形中，是分解因式的是（ ）

A. $x^2-y^2+1=(x+y)(x-y)+1$

B. $(a+2)^2=a^2+4a+4$

C. $4x^2+4x=4x(x+1)$

D. $m^2-2m+1=m\left(m-2+\frac{1}{m}\right)$

解：A 中的右边不是整式的乘积的形式；B 是整式的乘法运算；C 满足因式分解的定义，所以是因式分解；D 中的右边不是整式的积的形式. 故应选：C.

学习札记

学习札记

**例题2** 把多项式 $a^2-2ab+b^2-1$ 分解因式,结果是 ( )

A. $(a-b+1)(a-b-1)$
B. $(a-b+1)(a+b-1)$
C. $(a+b+1)(a+b-1)$
D. $(a+b+1)(a-b-1)$

【分析】从整体看多项式既没有公因式,又不能直接用公式进行因式分解,但前三项 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$,所以原式可化为 $(a-b)^2-1^2$,这样具有平方差公式特点.故选:A.

**例题3** 把下列各式分解因式.

(1) $x^2(y-1)+1-y$;
(2) $a^2-16(a+b)^2$;
(3) $4a^2+\frac{1}{4}+2a$.

【分析】因式分解时,先看能否提公因式,再看能否运用公式,最后检查是否分解完.(1)中将 $1-y$ 化为 $-(y-1)$ 便可提公因式 $y-1$;(2)中将 $16(a+b)^2$ 化为 $[4(a+b)]^2$;(3)可化为 $(2a)^2+2\cdot 2a\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

【答案】(1) $(x+1)(x-1)(y-1)$;(2) $-(5a+4b)(3a+4b)$;(3) $\left(2a+\frac{1}{2}\right)^2$.

【说明】(2)中 $16(a+b)^2$ 用整体思想把它看作 $(4a+4b)^2$ 再套用平方差公式,同时 $-3a-4b$ 各项含有"—"号,要提出"—";(3)中的多项式调整项的位置写成完全平方式的标准形式,并把结果写成幂的形式.

**例题4** (1)用因式分解法计算 $15^2-4\times 2.5^2$;

(2)分解因式 $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$.

解:(1)原式 $=15^2-(2\times2.5)^2=15^2-5^2$
$=(15+5)(15-5)$
$=200$;

(2)原式 $=(x^2+y^2)^2-(2xy)^2$
$=(x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+y^2)$
$=(x+y)^2(x-y)^2$.

**例题5** 已知 $x$、$y$ 都是自然数,且满足方程 $9x^2-4y^2=5$,求 $x$、$y$ 的值.

解:原方程可化为 $(3x+2y)(3x-2y)=5$.

∵ $x$、$y$ 都是自然数,∴ $3x+2y$ 和 $3x-2y$ 都是整数且 $3x+2y>3x-2y$.

∴ $\begin{cases}3x+2y=5,\\3x-2y=1,\end{cases}$ 解这个方程组得 $\begin{cases}x=1,\\y=1.\end{cases}$

∴ $x$、$y$ 的值分别为1,1.

**例题6** 把 $5(x-y)^3+10(y-x)^2$ 分解因式.

【分析】系数5和10的最大公约数是5,对于幂 $(x-y)^3$ 与 $(y-x)^2$,它们有公因式 $(x-y)^2$ 或 $(y-x)^2$,所以公因式为 $5(x-y)^2$ 或 $5(y-x)^2$.

解:法一:原式 $=5(x-y)^3+10(x-y)^2$
$=5(x-y)^2[(x-y)+2]$
$=5(x-y)^2(x-y+2)$;

法二:原式 $=-5(y-x)^3+10(y-x)^2$
$=-[5(y-x)^3-10(y-x)^2]$
$=-5(y-x)^2[(y-x)-2]$
$=-5(y-x)^2(y-x-2)$.

【说明】解法二中 $(y-x)^2=(x-y)^2$,$y-x-2=-(x-y+2)$,实质上两种解法的结果是一样的.

## 四、小结与深化

1. 多项式的因式分解是多项式的一种恒等变形,也是单项式与多项式,多项式与多项式相乘的逆变形.

2. 因式分解的一般步骤:先看是否有公因式可提,再看能否运用乘法公式,最后检查是否分解完.

3. 提公因式时要一次性提完,多项式符合乘法公式的特征,才能套用公式.

## 五、中考真题演练

### 复习巩固

1. 把 $a^3-ab^2$ 分解因式的正确结果是 ( )

A. $(a+ab)(a-ab)$　B. $a(a^2-b^2)$
C. $a(a+b)(a-b)$　D. $a(a-b)^2$

2. 分解因式 $2xy-x^2-y^2$ 正确的结果是 ( )

A. $x(y-x)+y(x-y)$　B. $(-x-y)^2$
C. $-(x-y)^2$　D. $-(x+y)^2$

3. 把多项式 $x^2-mx-35$ 分解因式为 $(x-5)(x+7)$,则 $m$ 的值是 ( )

A. 2　B. $-2$　C. 12　D. $-12$

4. 分解因式 $(x-y)^2-(y-x)$ 应为 ( )

A. $(x-y)(x-y-1)$　B. $(y-x)(x-y-1)$
C. $(y-x)(y-x-1)$　D. $(y-x)(y-x+1)$

5. 分解因式 $(2x+y)^2-(x+2y)^2=$ ________.

6. 分解因式 $(a-1)+b^2(1-a)=$ ________.

7. 利用因式分解计算 $39\times37-13\times3^4=$ ________.

8. 分解因式 $(a+b)^2-12(a+b)+36=$ ________

________.

**◀综合运用▶**

9. 不解方程组 $\begin{cases}2x+y=6,\\x-3y=1,\end{cases}$ 求 $7y(x-3y)^2-2(3y-x)^3$ 的值.

10. 已知：$x^2+2(m-3)x+16$ 是完全平方式，求 $m$ 的值.

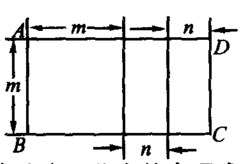
**◀拓广探索▶**

11. 因为 $(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab=x^2+(a+b)x+ab$，所以 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$，这一等式对任意的值都成立，有着广泛的应用，试用此等式分解因式.

(1) $x^2-2x-8$.

(2) $x^2+5x+6$.

12. 如图所示：由一个边长为 $m$ 的小正方形与两个长、宽分别为 $m$、$n$ 的矩形组成的一个大矩形 $ABCD$，则整个图形可以表达出一些有关多项式分解因式的等式，请你写出其中任意两个等式.




【说明】本题答案开放，只要符合题意即可.

# 1.4 二次根式

## 一、基本训练

1. 如果 $\sqrt{5-2x}$ 是二次根式，那么 $x$ 应满足的条件是 ( )

A. $x=\frac{5}{2}$ B. $x<\frac{5}{2}$ C. $x\geqslant\frac{5}{2}$ D. $x\leqslant\frac{5}{2}$

2. 当 $x>1$ 时，化简 $\sqrt{(x-1)^2}$ 的结果为 ( )

A. $x-1$ B. $-x-1$ C. $1-x$ D. $x+1$

3. 下列计算正确的是 ( )

A. $\sqrt{5}-\sqrt{2}=\sqrt{3}$

B. $3+\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{x}-x\sqrt{x}=(2-x)\sqrt{x}$

D. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{12}}{3}=\sqrt{2}+2$

4. 在下列根式 $4\sqrt{5a}$、$\sqrt{2a^3}$、$\sqrt{b}$、$\sqrt{8x}$ 中，最简二次根式的个数为 ( )

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

5. 计算：$\sqrt{8}\div\sqrt{2}=$ ____；$\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})=$ ________.

6. 计算：$\sqrt{9a}+\sqrt{25a}=$ ______；$(\sqrt{2}+1)^2=$ ________.

7. 当 $x=$ ______ 时，二次根式 $\sqrt{4x-1}$ 与 $\sqrt{2-3x}$ 是同类二次根式.

8. 若 $x\leqslant 0$ 时，化简 $|1-x|-\sqrt{x^2}=$ ____.

## 二、知识与方法

1. 知识网络：

二次根式 $\begin{cases}\text{概念}\\\text{性质}\\\text{运算}\end{cases}$

2. 二次根式的有关概念：

(1) 形如 $\sqrt{a}(a\geqslant 0)$ 的式子叫二次根式. 被开方数是非负数 $(a\geqslant 0)$ 是二次根式有意义的必要条件.

(2) 最简二次根式必须满足的两个条件：① 被开方数的因数是整数，因式是整式；② 被开方数中不含开得尽方的因数或因式.

(3) 同类二次根式：几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，称这几个二次根式为同类二次根式.

3. 二次根式的几个性质：

(1) $(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant 0)$；

(2) $\sqrt{a^2}=a(a\geqslant 0)$；

(3) $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geqslant 0,b\geqslant 0)$；

(4) $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geqslant 0,b>0)$.

4. 二次根式的运算：

(1) 加减运算：先把各根式化简，再合并同类二次

学习札记

学习札记

根式.

(2)乘除运算：把被开方数进行乘除，同时根式外的因式也要分别相乘除.

## 三、典型例题

**例题1** 在二次根式 $\sqrt{4a}$、$\sqrt{\frac{1}{3}x}$、$\sqrt{a^2+b^2}$、$\sqrt{19}$、$\sqrt{5x^2}$ 中，最简二次根式有________个.

【分析】由最简二次根式概念知 $\sqrt{a^2+b^2}$、$\sqrt{19}$ 符合要求，注意 $\sqrt{a^2+b^2} \neq a+b$.

【答案】 2.

**例题2** 已知 $\sqrt{a+3}+\sqrt{b+15}=0$，求 $\sqrt{ab}$ 的值.

【分析】二次根式的被开方数是非负数，几个非负数的和为零，则每个加数都是零.

解：∵ $\sqrt{a+3} \geqslant 0$，$\sqrt{b+15} \geqslant 0$，$\sqrt{a+3}+\sqrt{b+15}=0$，∴ $\begin{cases} a+3=0, \\ b+15=0. \end{cases}$

∴ $a=-3, b=-15$，

∴ $\sqrt{ab}=\sqrt{(-3)(-15)}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$.

**例题3** 已知 $y=\sqrt{2x-9}-\sqrt{9-2x}+2$，求 $\sqrt[y]{x}$ 的值.

【分析】二次根式的被开方数是非负数. 而题中两个二次根式的被开方数都含有变量 $x$，这样可以先求出 $x$ 的取值范围.

解：由 $\begin{cases} 2x-9 \geqslant 0, \\ 9-2x \geqslant 0, \end{cases}$ 得 $x=\frac{9}{2}$，∴ $y=2$，

∴ $\sqrt[y]{x}=\sqrt[2]{\frac{9}{2}}=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

**例题4** 设 $a$、$b$、$c$ 分别为 Rt△$ABC$ 三边的长，$c$ 为斜边长，化简 $\sqrt{(c-a-b)^2}+\sqrt{c^2+2ab}$.

【分析】由三角形三边关系可以判别 $c-a-b$ 的符号. 在 Rt△$ABC$ 中三边关系更加具体化：$c^2=a^2+b^2$.

解：∵ $a+b>c$，∴ $c-a-b<0$，∵ $\angle C=90°$，∴ $c^2=a^2+b^2$.

∴ $\sqrt{(c-a-b)^2}+\sqrt{c^2+2ab}=|c-a-b|+\sqrt{a^2+b^2+2ab}$

$=-(c-a-b)+\sqrt{(a+b)^2}=-c+a+b+(a+b)=2a+2b-c$.

【说明】在本例中，有两个地方容易错：(1) $c-a-b$ 的值是负数；(2) $\sqrt{c^2+2ab}$ 从形式上看已经是最简二次根式，因而忽视了对 $c^2$ 的代换.

## 四、小结与深化

1. 明确 $\sqrt{a}$ 的被开方数 $a$ 是非负数，同时 $\sqrt{a}$ 也是非负数.(非负数的算术平方根也是非负数)

2. 在进行二次根式的加减运算时，必须先将各根式化成最简二次根式，再把同类二次根式合并.

3. 化简 $\sqrt{a^2}$ 时，要注意 $a$ 的正负性. 如果题中没有给出字母的取值时，注意题中隐含条件.

## 五、中考真题演练

### 复习巩固

1. $\sqrt{36}$ 的平方根是 （　）

A. 6　　B. $-6$　　C. $\pm\sqrt{6}$　　D. $\pm 6$

2. 下列各组根式中，是同类二次根式的是 （　）

A. $x\sqrt{x}$ 和 $\sqrt{6x}$　　B. $\sqrt{3x}$ 和 $\sqrt{3x^2}$

C. $\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{18}$　　D. $\sqrt{x}$ 和 $2\sqrt{\frac{1}{x}}$

3. 化简 $(\sqrt{3}-2)^{2006}\cdot(\sqrt{3}+2)^{2007}$ 为 （　）

A. $-1$　　B. $\sqrt{3}+2$　　C. $\sqrt{3}-2$　　D. $2-\sqrt{3}$

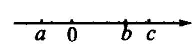
4. 比较大小：$5\sqrt{3}$ ________ $6\sqrt{2}$（填"<"、">"或"="）

5. 函数 $y=\sqrt{2x-1}$ 中自变量 $x$ 的取值范围是__________.

6. 若 $\sqrt{a+2}+\sqrt{5+b}=0$，则 $\sqrt{\frac{b}{a}}=$ ________.

7. 在实数范围内分解因式 $x^4-4=$ ________________.

8. 已知 $a$、$b$、$c$ 三点在数轴上的位置如图，化简 $\sqrt{(b-a)^2}+\sqrt{(c-2a)^2}+\sqrt{(b-c)^2}=$ __________.




9. 若最简二次根式 $\sqrt[m+n]{4m+1}$ 与 $\sqrt{5m+2n}$ 是同类二次根式，则 $mn=$ ________.

10. 若 $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$，则 $|a-\frac{1}{a}|=$ ______.

### 综合运用

11. 要焊接一个如图所示的钢架，大约需要多少米钢材？(精确到 0.1 m)