普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

Physics

普通物理学

第六版

习题分析与解答

孙迺疆 胡盘新

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套参考书

Physics

普通物理学 第六版
习题分析与解答

孙迺疆 胡盘新

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容简介

本书是为配合程守洙、江之永主编，胡盘新、汤毓骏、钟季康等修订的《普通物理学》(第六版)而编写的学习参考书。全书按主教材的章节顺序编排，在每章的开始先给出本章解题方法的归纳总结，然后对教材所有习题做了分析和解答。解题中注重分析解题的思路和方法，旨在启迪思维，提高分析问题和解决问题的能力，对有些习题还给出了不同的解题方法，有的还对结果进行了讨论，以开阔读者的思路。本书对于培养学生学习素质、提高学习能力将会有所帮助。

本书适合高等学校理工科各专业，特别是使用程守洙、江之永主编，胡盘新等修订的《普通物理学》(第六版)的学生作为学习参考书，也可供相关教师在教学中参考。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学(第六版)习题分析与解答/孙迺疆，胡盘新
—北京:高等教育出版社，2006.12
ISBN 7-04-020201-8

Ⅰ.普… Ⅱ.①孙…②胡… Ⅲ.普通物理学-高等学校-解题 Ⅳ.04-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 131183 号

策划编辑 刘 伟 **责任编辑** 王文颖 **封面设计** 王凌波
责任绘图 杜晓丹 **版式设计** 王艳红 **责任校对** 刘 莉
责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100011	**网　　址**	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司	**网上订购**	http://www.landraco.com
印　　刷	唐山市润丰印务有限公司		http://www.landraco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	**版　　次**	2006年12月第1版
印　　张	26.25	**印　　次**	2006年12月第1次印刷
字　　数	490 000	**定　　价**	30.00元

物料号　20201-00

前　言

著名理论物理学家索末菲(A. Sommerfeld)曾写信告诫他的学生海森伯(W. K. Heisenberg 1932年诺贝尔物理学奖获得者):“要勤奋地去做练习,只有这样,你才会发现,哪些你理解了,哪些你还没有。”

在大学物理课程学习的过程中,做习题是一个重要的教学环节。它不仅能检查学生对课程基本内容的理解和掌握的程度,还能巩固所学的知识,拓展并深化对基本概念和基本规律的理解,有利于提高分析问题和解决问题的能力。为了帮助学生掌握正确的解题方法,根除不求甚解地乱套公式、拼凑答案的不良习惯,我们配合程守洙、江之永主编,胡盘新(上海交通大学)、汤毓骏(东华大学)和钟季康(同济大学)修订的《普通物理学》(第六版)主教材,编写了这本《习题分析与解答》教学参考书。本书给出了《普通物理学》(第六版)全部习题的分析和解答。我们在解题中注重分析解题的思路和方法,旨在启迪思维,提高分析问题和解决问题的能力。对有些习题还给出了不同的解题方法,一题多解;有的还对结果进行了讨论,以开阔读者的思路。为了方便读者使用本书,我们把每章的习题进行分类,并指出本章的基本要求。

做习题是一个运用所学的知识去分析、解决问题的过程,是一个需要进行独立思考的过程。我们希望读者对相关的习题先经过独立思考的过程,再来阅读本书的习题分析和解答。

本书由孙迺疆(上海大学)和胡盘新(上海交通大学)主编,参加编写的还有庄良、葛永华、陈爱明等。本书的出版得到了高等教育出版社刘伟同志的大力支持,在此特致谢意。限于编者水平,书中难免存在错误和疏漏之处,恳请读者批评指正。

编者

2006年7月

目　录

第一章

力和运动

一、教学基本要求

1. 掌握对质点运动的描述方法．能分析质点作直线运动和平面内曲线运动时的位置矢量、位移、速度和加速度，作圆周运动、曲线运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度．

2. 掌握应用微分和积分求运动量或运动方程的方法．熟悉矢量的表示法和基本运算法则．能用微积分方法求解一维变力作用下简单的质点动力学问题．

3. 理解伽利略相对性原理，会运用伽利略坐标变换式和速度变换式分析相对运动的问题．了解惯性力概念，了解在非惯性系中分析质点动力学问题的基本方法．

4. 掌握牛顿三定律及其适用条件．掌握用隔离体法分析质点的受力和解题的基本方法．

二、本章习题分类

1. 质点的直线运动
2. 由速度和加速度求运动学方程或由运动学方程求速度和加速度
3. 平面内质点的曲线运动，切向加速度和法向加速度
4. 抛体运动
5. 相对运动
6. 恒力作用下的直线运动和曲线运动
7. 非惯性参考系中物体的运动
8. 变力问题

三、习题分析和解答

1. 质点的直线运动

1-1. 质点按一定规律沿 x 轴作直线运动,在不同时刻的位置如下:

t/s	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
x/m	3.00	3.14	3.29	3.42	3.57

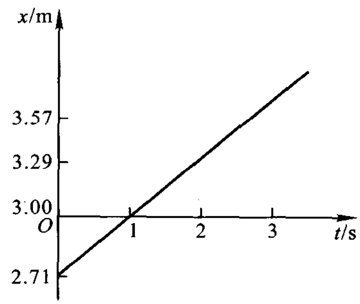
(1) 画出位置对时间的曲线;

(2) 求质点在 1 s 末到 3 s 末这段时间内的平均速度;

(3) 求质点在 $t=0$ 时的位置.

分析: 根据质点在不同时刻的位置,可画出 $x-t$ 曲线,或得到质点在这段时间内的运动规律,即运动学方程 $x(t)$. 质点在一段时间内的平均速度对应 $x-t$ 曲线在该时间间隔内割线的斜率;$v-t$ 曲线下的面积是质点在一段时间内位移的大小;质点在 $t=0$ 时的位置,可以由运动学方程 $x(t)$ 得到,也可以将 $x-t$ 曲线外推得到.

解: (1) 根据质点在不同时刻的位置,画出的 $x-t$ 曲线如解图 1-1 所示,这是一条直线,其斜率为常数,因此这个质点所作的运动是不变方向的匀速直线运动.



解图 1-1

(2) 由平均速度的定义,得到质点在 1 s 末到 3 s 末这段时间内平均速度的大小为

$$\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_3-x_1}{t_3-t_1}=\frac{3.57-3.00}{3.0-1.0}\ \mathrm{m/s}=0.285\ \mathrm{m/s}$$

由 $x-t$ 曲线的斜率为一常数可知,这个质点在任意时刻瞬时速度的大小与一段时间内平均速度的大小是相等的.

(3) 匀速直线运动的规律是 $x=x_0+\bar{v}t$

代入 $t=1.0\ \mathrm{s}$,$x_1=3.00\ \mathrm{m}$,得

$$x_0=x_1-\bar{v}t_1=3.00\ \mathrm{m}-0.29\times1\ \mathrm{m}=2.71\ \mathrm{m}$$

即 $t=0$ 时质点在 2.71 m 处.

1-2. 一质点沿 Ox 轴运动,坐标与时间的变化关系为 $x=4t-2t^3$,式中 x、t 分别以 m、s 为单位,试计算:

(1) 在最初 2 s 内的平均速度,2 s 末的瞬时速度;

(2) 1 s 末到 3 s 末的位移、平均速度;

(3) 1 s 末到 3 s 末的平均加速度;此平均加速度是否可用 $\bar{a}=\dfrac{a_1+a_2}{2}$ 计算?

(4) 3 s 末的瞬时加速度.

分析：质点沿 Ox 轴作直线运动时，其位移、速度、加速度等矢量的方向都可以用标量的正或负表示．本题中，质点的运动学方程 x 是 t 的三次函数，因此在质点的运动过程中，位移和速度都将变换方向，而加速度随时间 t 作线性变化．所以，质点作匀变加速直线运动．

解：（1）在最初 2 s 内的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{x_2-x_0}{\Delta t}=\frac{(4\times2-2\times2^3)-0}{2-0}\ \mathrm{m/s}=-4\ \mathrm{m/s}$$

由运动学方程可得瞬时速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2$$

2 s 末的瞬时速度为

$$v_2=(4-6t^2)\big|_{t=2}=(4-6\times2^2)\ \mathrm{m/s}=-20\ \mathrm{m/s}$$

“$-$”号表示质点向 Ox 轴负方向运动．

（2）1 s 末到 3 s 末的位移为

$$\Delta x=x_3-x_1=[(4\times3-2\times3^3)-(4\times1-2\times1^3)]\ \mathrm{m}=-44\ \mathrm{m}$$

1 s 末到 3 s 末的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{x_3-x_1}{\Delta t}=\frac{-42-2}{3-1}\ \mathrm{m/s}=-22\ \mathrm{m/s}$$

“$-$”号表示质点向 Ox 轴负方向运动．

（3）1 s 末到 3 s 末的平均加速度的大小为

$$\bar{a}=\frac{v_3-v_1}{\Delta t}=\frac{[(4-6\times3^2)-(4-6\times1^2)]}{3-1}\ \mathrm{m/s^2}=-24\ \mathrm{m/s^2}$$

式中“$-$”号表示质点的加速度沿向 x 轴负方向．

本题中的加速度 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-12t$ 随 t 作线性变化，用 $\bar{a}=\frac{a_1+a_3}{2}$ 虽可求得与(3)相同的计算结果，但这只是在 $a-t$ 为线性关系时的特例，不具有普遍性．比如，当 $a=At^2$ 时，两种算法的结果不可能一致．所以，用 $\bar{a}=\frac{a_1+a_3}{2}$ 求质点运动的平均加速度是错误的．

（4）3 s 末的瞬时加速度

$$a_3=-12t\big|_{t=3}=-12\times3\ \mathrm{m/s^2}=-36\ \mathrm{m/s^2}$$

“$-$”号表示质点向 Ox 轴负方向运动．

讨论：

① 质点沿 Ox 轴正方向运动的最大位置

令 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v=4-6t^2=0$，得　$t=\sqrt{\frac{2}{3}}=0.82\ \mathrm{s}$，

$$x_{max} = \left[4 \times \sqrt{\frac{2}{3}} - 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}\right] \text{ m} = 2.18 \text{ m}$$

② 质点沿 Ox 轴正方向运动的最大速度

令$\frac{dv}{dt} = -12t = 0$，得 $t = 0$ s，$v_{max} = v_0 = 4$ m/s.

下表给出质点在各时间段的直线运动状态：

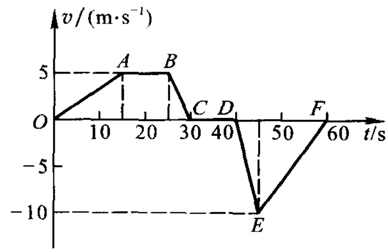
t/s	0	0.82	1.41	>1.41
x/m	0	2.18	0	<0
$v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	4	0	−8	<0
$a/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$	0	−9.80	−16.97	<0

由表可以看出，质点以初速度 $v_0 = 4$ m/s 向 Ox 轴正方向运动后，在 0.82 s 时到达最大位置 $x = 2.18$ m，速度为 0，然后向 Ox 轴负方向作加速运动．在这一时刻后，质点的位移与路程是不相等的．

1－3. 一辆汽车沿着笔直的公路行驶，速度和时间的关系如图中折线 $OABCDEF$ 所示．

（1）试说明图中 OA，AB，BC，CD，DE，EF 等线段各表示什么运动？

（2）根据图中的曲线与数据，求汽车在整个行驶过程中所走过的路程、位移和平均速度．



习题 1－3 图

分析： 在直线运动的 $v-t$ 图中，曲线的斜率给出质点在某时刻运动的加速度，曲线下的面积给出质点在这段时间内的位移．题图中 OA，BC，DE，EF 的斜率为定值，表示质点作匀变速直线运动；AB 斜率为零，表示质点作匀速直线运动；CD 速度为零，表示质点处于静止状态；DEF 下的面积为负值，表示质点在这段时间内的位移沿 x 轴反方向．

解：（1）在 $v-t$ 图的 OA，AB，BC，CD，DE，EF 六个过程中，根据各段曲线可得知速度的大小和方向，根据各段曲线的斜率可得到相应的加速度，并判断汽车的运动状态，如下表所示．

（2）路程

$$\begin{aligned} s &= |S_{OABC}| + |S_{DEF}| \\ &= \frac{1}{2} \times (30 + 10) \times 5 \text{ m} + \frac{1}{2} \times 20 \times 10 \text{ m} \\ &= 100 \text{ m} + 100 \text{ m} = 200 \text{ m} \end{aligned}$$

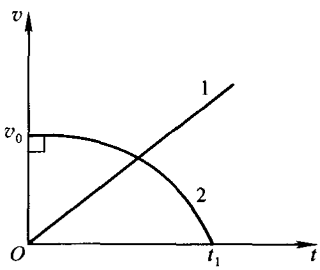
线段	速度	加速度	运　动
OA	$v>0$	$a_{OA}=$常数>0	匀加速直线运动
AB	$v>0$	$a_{AB}=0$	匀速直线运动
BC	$v>0$	$a_{BC}=$常数<0	匀减速直线运动
CD	$v=0$	$a_{CD}=0$	静止
DE	$v<0$	$a_{DE}=$常数<0	反方向匀加速直线运动
EF	$v<0$	$a_{EF}=$常数>0	反方向匀减速直线运动

位移 $$\Delta x = x_{60} - x_0 = S_{OABC} - S_{DEF} = 0$$

平均速度 $$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$$

2. 由速度和加速度求运动学方程或由运动学方程求速度和加速度问题

*1－4. 在图中，直线 1 与圆弧 2 分别表示两质点 A、B 从同一地点出发，沿同一方向作直线运动的 $v-t$ 图．已知 B 的初速度 $v_0=b$ m/s，它的速率由 v_0 变为 0 所花时间为 $t_1=2b$ s.



习题 1－4 图

（1）试求 B 在任意时刻 t 的加速度；

（2）设在 B 停止时，A 恰好追上 B，求 A 的加速度；

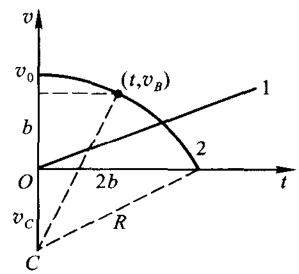
（3）在什么时候，A、B 的速度相同？

分析：根据 $v-t$ 图，可以确定圆弧的圆心和半径，得到质点 B 的 $v_B(t)$ 关系．对 $v_B(t)$ 求导得到任意时刻质点 B 的加速度 a_B. 由 $v_A(t)$ 的直线关系可知，质点 A 作匀加速直线运动．已知 $v_A(t)$ 和 $v_B(t)$，利用积分，并考虑到质点 A、B 从同一地点出发，可以得到在相遇时质点 A 和 B 的位移相同．根据质点 A 作匀加速直线运动的规律最后可求得 a_A.

解：（1）设圆弧的圆心为 C，离原点 O 的距离为 v_C，半径为 R. 由解图 1－4a 的几何关系，

$$(2b)^2 + v_C^2 = R^2 = (v_C + b)^2$$

得 $$v_C = \frac{3}{2}b,\quad R = \frac{5}{2}b$$



解图 1－4a

设任一时刻 t，质点 B 的速度为 v_B，可建立 $v(t)$ 关系，

$$t^2 + (v_B + v_C)^2 = R^2$$

即 $$v_B=\sqrt{\left(\frac{5}{2}b\right)^2-t^2}-\frac{3}{2}b \tag{1}$$

得加速度 $$a_B=\frac{\mathrm{d}v_B}{\mathrm{d}t}=-\frac{2t}{\sqrt{25b^2-4t^2}}\ \mathrm{m/s^2}$$

(2) 据题意，在 $t_1=2b$ 时，$v_B=0$，即质点 B 停止．此时质点 A 恰好追上质点 B，即有 $x_{A1}=x_{B1}$．由直线 1 可知，质点 A 作 $v_{A0}=0$ 的匀加速直线运动．由于 A、B 从同一地点出发，可设 $x_{A0}=x_{B0}=0$．所以，有

$$x_{A1}=\frac{1}{2}a_At_1^2=x_{B1} \tag{2}$$

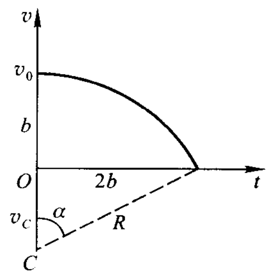
由(1)式 $v_B=\dfrac{\mathrm{d}x_B}{\mathrm{d}t}$，积分可得

$$x_{B1}=\int_0^{2b}v_B\mathrm{d}t=\int_0^{2b}\sqrt{\left(\frac{5}{2}b\right)^2-t^2}\mathrm{d}t-\int_0^{2b}\frac{3}{2}b\mathrm{d}t$$
$$=\frac{25}{8}b^2\arcsin 0.8-\frac{3}{2}b^2=1.4b^2\ \mathrm{m}$$

从(2)式可得

$$a_A=\frac{2x_{B1}}{t_1^2}=\frac{2x_{B1}}{(2b)^2}=\frac{2.8b^2}{4b^2}=0.7\ \mathrm{m/s^2}$$

AB 两质点同时从同一地点出发直到相遇，在相同的时间间隔内所经历的位移是相同的，这就是 $v-t$ 曲线下的面积（位移的几何意义）．由圆弧 2 的半个弓形面积求得 x_{B1}，可避免积分，同样可求得 a_A．由解图 1－4b 可知



解图 1－4b

$$\alpha=\arcsin\frac{2b}{R}=\arcsin 0.8=53.1°$$

$$x_B=s=\frac{1}{2}[R^2\alpha-2b(R-b)]=1.4b^2\ \mathrm{m}=x_A$$

(3) 质点 A 的运动速度为 $$v_A=a_At \tag{3}$$

令(1)、(3)两式相等， $$\sqrt{\left(\frac{5}{2}b\right)^2-t^2}-\frac{3}{2}b=0.7t$$

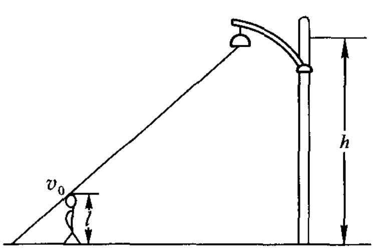
解得 A、B 速度相同的时刻 $$t=1.08b\ \mathrm{s}$$

1－5. 路灯距地面的高度为 h，一个身高为 l 的人在路上匀速运动，速度为 v_0，如图所示，求：

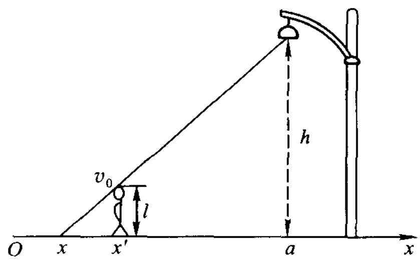
(1) 人影中头顶的移动速度；

(2) 影子长度增长的速率．

分析：利用相似三角形的几何关系，建立起人影中头顶点的运动学方程后，即可求得人影中头顶的移动速度和影子长度的变化规律．



习题 1－5 图



解图 1－5

解：（1） 如解图 1－5 所示．设 t 时刻人位于 x' 处，人影的头顶点位于 x 处，由几何关系可得

$$\frac{a-x}{h}=\frac{x'-x}{l}$$

即有
$$x=\frac{hx'-al}{h-l}$$

人影的头顶点移动的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{h}{h-l}\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=\frac{h}{h-l}v_0$$

式中$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=v_0$，是人的运动速度．由于$\frac{h}{h-l}>1$，所以 $v>v_0$，即人影的头顶点移动得比人快．

（2） 人影的长度为

$$x'-x=x'-\frac{hx'-al}{h-l}=\frac{al-hx'}{h-l}$$

人影长度的变化率为 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x'-x)=-\frac{l}{h-l}v_0$

上述变化率小于零表明，随着人接近路灯，人影长度将变短．

1－6. 一长为 5 m 的梯子，顶端斜靠在竖直的墙上．设 $t=0$ 时，顶端离地面 4 m，当顶端以 2 m/s 的速度沿墙面匀速下滑时，求：

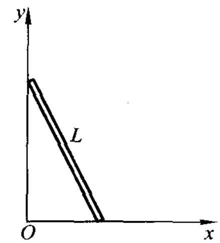
（1） 梯子下端的运动方程和速度；并画出 $x-t$ 和 $v-t$ 图（设梯子下端与上端离墙角的距离分别为 x 和 y）．

（2） 在 $t=1$ s 时，下端的速度．

分析：梯子的长度在运动过程中保持不变．将梯子的两端视作质点，则两

质点分别作直线运动．由几何关系建立梯子底端的运动学方程后，即可求解．

解：（1）取坐标 Oxy，坐标原点位于墙角，如解图 1－6 所示．设 $t=0$ 时，梯子两端的坐标分别为 x_0、y_0，在梯子的运动过程中，其两端满足关系：



解图 1－6

$$x^2+y^2=L^2 \tag{1}$$

$$y=y_0-v_yt=4-2t \tag{2}$$

将(2)式代入(1)式，得 $\quad x^2+(4-2t)^2=5^2 \qquad (3)$

解(3)式，得梯子底端的运动方程为

$$x=\sqrt{9+16t-4t^2}$$

速度为
$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{8-4t}{\sqrt{9+16t-4t^2}}=2\frac{y}{x}$$

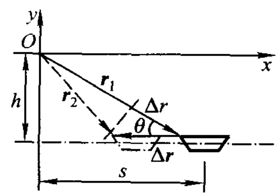
（2）将 $t=1$ s 代入上式，解得 $\quad v_{x1}=\dfrac{4}{\sqrt{21}}$ m/s

1－7. 在离水面高度为 h 的岸边，有人用绳子拉船靠岸，船在离岸边 s 距离处．当人以 v_0 的速率匀速收绳时，试求船的速率与加速度各有多大．

分析： 在用绳子拉船靠岸的过程中，船始终沿水面向岸运动，运动方向不变．如解图 1－7a 所示，以收绳处为坐标原点，t 时刻船位于 P_1，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1$，模的大小为 $|\boldsymbol{r}_1|=r_1$，这就是 t 时刻绳的长度．$t+\Delta t$ 时刻船位于 P_2，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2$．在 Δt 时间内，船的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，位置矢量模的变化为 $\Delta|\boldsymbol{r}|=\Delta r$，应注意 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$．因绳长以恒定速率 v_0 变短，所以在 Δt 时间内绳子的缩短量为恒定的 Δr，由图可知，这是 $\Delta\boldsymbol{r}$ 沿绳方向的分量．

根据对船的位移的分析，利用几何关系可建立起船的运动学方程，从而得到船的速度、加速度与 v_0 的关系．

解 1： 如解图 1－7a 所示，有



解图 1－7a

$$|\Delta\boldsymbol{r}|\cos\theta=\Delta r$$

$\Delta t\to 0$ 时，有 $\quad |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|\cos\theta=\mathrm{d}r$

船的速率为 $\quad v=|\boldsymbol{v}|=\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$

收绳速率为 $\quad v_0=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}\cos\theta=v\cos\theta$

式中
$$\cos\theta=\frac{s}{r}=\frac{s}{\sqrt{s^2+h^2}}$$

所以，有
$$v=\frac{v_0}{\cos\theta}=v_0\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}$$

在图示坐标系中，$\Delta \boldsymbol{r}$ 沿 x 轴负方向．所以，船的速度为

$$\boldsymbol{v}=-v_0\frac{r}{\sqrt{r^2-h^2}}\boldsymbol{i}=-v_0\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}\boldsymbol{i}$$

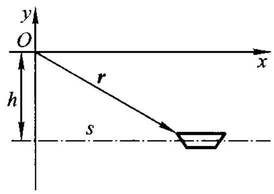
式中"－"号表示船是向岸靠拢的．

船的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-v_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}\right)\boldsymbol{i}=\frac{v_0^2h}{s^3}\boldsymbol{i}$$

解 2： 如解图 1－7b 所示，在直角坐标系 xOy 中，t 时刻船离岸边的距离为 $x=s$，船的位置矢量（运动方程）可表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+(-h)\boldsymbol{j}$$



解图 1－7b

船的速度为 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}=v_x\boldsymbol{i}$

由于 $x=\sqrt{r^2-h^2}$

所以 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{r^2-h^2}=\frac{r}{\sqrt{r^2-h^2}}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$

因绳子的长度随时间而变短，上式中$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-v_0$.

所以，船的速度为

$$\boldsymbol{v}=-v_0\frac{r}{\sqrt{r^2-h^2}}\boldsymbol{i}=-v_0\frac{\sqrt{s^2+h^2}}{s}\boldsymbol{i}$$

船的加速度为 $\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-\frac{v_0^2h^2}{s^3}\boldsymbol{i}$

$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 同方向，表明船是加速靠岸的．

3. 平面内质点的曲线运动，切向加速度和法向加速度

1－8. 在质点运动中，已知 $x=a\mathrm{e}^{kt}$，$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=-bk\mathrm{e}^{-kt}$，$y|_{t=0}=b$. 求质点的加速度和它的轨道方程．

分析： 求出 x 方向和 y 方向的加速度，可以得到质点在平面内运动的总加速度；利用积分，代入 y 方向的初始位置，可以得到质点在 y 方向的运动规律，消去运动方程 $x(t)$ 和 $y(t)$ 中的时间参量 t，即可得到质点在平面内运动的轨道方程 $y(x)$.

解： $a_x=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=ak^2\mathrm{e}^{kt}$，$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=bk^2\mathrm{e}^{-kt}$

$$\boldsymbol{a} = ak^2 e^{kt}\boldsymbol{i} + bk^2 e^{-kt}\boldsymbol{j}$$

由 y 方向速度，得 $\qquad \mathrm{d}y = -bke^{-kt}\mathrm{d}t$

对上式两边积分并代入初始条件

$$\int_b^y \mathrm{d}y = -bk\int_0^t e^{-kt}\mathrm{d}t$$

得 $\qquad y = be^{-kt}$

从 $x = ae^{kt}$，$y = be^{-kt}$ 两式中消去 t，得轨道方程

$$xy = ab$$

1－9. 按玻尔模型，氢原子处于基态时，它的电子围绕原子核作圆周运动，电子的速率为 2.2×10^6 m/s，离核的距离为 0.53×10^{-10} m，求电子绕核运动的频率和向心加速度.

分析： 根据题给条件可知，电子绕原子核作匀速率的圆周运动（运动速率为常数），由此可求得单位时间内绕核运动的周数即为频率.

解： 频率 $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{v}{2\pi R} = \dfrac{2.2\times10^6}{2\times3.14\times0.53\times10^{-10}}\ \mathrm{Hz} = 6.6\times10^{15}\ \mathrm{Hz}$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(2.2\times10^6)^2}{0.53\times10^{-10}}\ \mathrm{m/s^2} = 9.1\times10^{22}\ \mathrm{m/s^2}$$

1－10. 一张致密光盘（CD）音轨区域的内半径 $R_1 = 2.2$ cm，外半径 $R_2 = 5.6$ cm，径向音轨密度 $N = 650$ 条/mm. 在 CD 唱机内，光盘每转一圈，激光头沿径向向外移动一条音轨，激光束相对光盘是以 $v = 1.3$ m/s 的恒定线速度运动的. 问：

（1） 这张光盘的全部放音时间是多少？

（2） 激光束到达离盘心 $r = 5.0$ cm 处时，光盘转动的角速度和角加速度各是多少？

分析： 光盘作圆周运动的同时，激光束沿光盘径向向外作直线运动，因此激光束相对音轨作螺旋线运动，速度 $\boldsymbol{v}$ 的切向分量远大于沿径向的分量. 在 $\mathrm{d}t$ 时间内，激光头在作径向位移为 $\mathrm{d}r$ 的过程中，读过的音轨数是 $N\mathrm{d}r$，相对音轨运动的长度为 $v\mathrm{d}t = 2\pi rN\mathrm{d}r$，对 $\mathrm{d}t$ 积分，即可得到全部放音时间.

解：（1） 全部放音时间为

$$t = \int_0^T \mathrm{d}t = \int_{R_1}^{R_2}\frac{2\pi rN\mathrm{d}r}{v} = \frac{\pi N}{v}(R_2^2 - R_1^2) = 4.16\times10^3\ \mathrm{s} = 69.4\ \mathrm{min}$$

（2） 由于激光束的径向位移很小，可近似认为相对每一音轨作圆周运动. 在离盘心 $r = 5.0$ cm 处时，光盘转动的角速度近似为