中考一分也不能少

新华传媒
XINHUA MEDIA

数学全解精试卷

SHUXUEQUANJIEJINGSHIJUAN

《上海版新教材全解》编写组 编

上海科学普及出版社

中考一分也不能少
数学全解·精试卷

《上海版新教材全解》编写组　编
本册主编　杨正家
编写人员(姓氏按拼音顺序):
陈　泳　何建卿　罗志华　孙静贤
王　康　王梅琳　汪宇清　杨正家
姚燕华　周慰强

上海科学普及出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考一分也不能少/《上海版新教材全解》编写组编.—上海：上海科学普及出版社，2006
ISBN 7-5427-3573-X

Ⅰ.一… Ⅱ.上… Ⅲ.课程—初中—解题—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 105915 号

策　　划　新华传媒中考书坊
发　　行　新华传媒中教事业部
责任编辑　张建青

中考一分也不能少
数学全解·精试卷
《上海版新教材全解》编写组　编
杨正家　主编
上海科学普及出版社出版发行
(上海中山北路 832 号　邮政编码 200070)

各地新华书店经销
南京展望文化发展有限公司排版　昆山市亭林印刷有限公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张 82.25　字数 2 000 000
2006 年 12 月第 1 版　　2006 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 7-5427-3573-X/G·916　定价：122.00 元(全书 6 册)

上海版新教材全解·精试卷系列
特约供应书店

书　店	地　址	书　店	地　址
上海书城	福州路 280 号	普陀枣阳店	枣阳路 107 号
上海书城长宁店	长宁路 1057 号	长宁娄山关路门市	玉屏南路 490 号
上海书城淮海店	淮海中路 717 号	徐汇长桥店	罗香路 73 号
上海书城南东店	南京东路 345 号	徐汇大木桥门市	大木桥路 499 号
新华书店区县店		徐汇港汇店	虹桥路 1 号港汇广场 5 楼
宝山牡丹江路门市	牡丹江路 1754 号	徐汇龙华店	龙华路 2859 号
宝山淞滨路门市	淞滨路 133 号	徐汇海陇店	梅陇路 415 号
宝山月浦门市	龙镇路 100 号	徐汇南丹店	南丹东路 265 号 2 楼
青浦城东门市	城中东路 285 号	杨浦鞍山店	鞍山路 20 号
松江中心门市	中山中路 216—242 号	杨浦靖宁路门市	靖宇东路 250 号
崇明八一路门市	城桥镇八一路 458 号	杨浦科技店	昭通路 18 号 4 楼
崇明堡镇门市	堡镇中路 160 号	杨浦溧阳店	四平路 95 号
东方书城	张扬路 501 号 B1 层	杨浦中原店	中原路 166 号
奉贤人民路门市	南桥镇人民南路 43—48 号	虹口川门店	四川北路 856 号
奉贤新建路门市	南桥镇新建西路 18 号	虹口凉城路门市	凉城路 593 号
嘉定中心门市	清河路 56 号	闸北绿凯门市	临汾路 806 号
金山石化图书门市	石化金一东路 32 号	静安华山路门市	华山路 42 号
金山朱泾门市	朱泾镇万安街 620 号	静安南西店	南京西路 777 号
闵行江川路门市	江川路 250 号	博库书城	宜山路 515 号
闵行七宝店	青年路 281 号	上海中国青年出版社中青兴书店	延长中路 789 号 114 室
闵行三林店	灵岩南路 1176 号		
闵行莘建店	莘建路 128 号	上海新华书刊	文庙市场内
南汇惠南门市	东门大街 508 号	上海新音图书公司	文庙 118 号
南汇周浦门市	康沈路 1612 号	上海亚光电脑书刊服务部	广东路 123 号
浦东川沙门市	新川路 255 号		
浦东高桥门市	石家街 123 号	上海展望图书批发部	文庙路 215 号
浦东新书厅	源深路 196 号	人民美术出版社上海国风图书有限公司	延长中路 789 号 118 室
普陀大华店	大华路 518 号 3 楼		
普陀兰溪店	兰溪路 138 号 2 楼	上海久远图书公司	各大超市
普陀武宁路门市	武宁路 104 号	天驰书店	纪念路 8 号 B 区 10 号

目 录

总 复 习

目录

精试卷

第一章 实数及运算

一、复习综述

直接以考查实数为目的的试题主要出现在试卷的第一、第二、第三大题中，一般都作为基础知识、基本技能来考查，试题的总体难度不大，综合性及灵活性也较小，但实数的运算却是方程和函数的基础. 主要考查内容如下：

1. 实数的概念. 有理数和无理数统称为实数.

2. 无理数的概念. 无限不循环小数叫做无理数.

3. 有理数与无理数的区别. 任何一个有理数都可以写成 $\frac{b}{a}$ 的形式，其中 a、b 都是整数，且 $a \neq 0$. 由于有限小数和无限循环小数都可以转化成 $\frac{b}{a}$ 的形式，因此有限小数和无限循环小数都是有理数. 任何一个无理数都必须要满足两个条件：(1) 是无限小数；(2) 不循环. 在初中阶段，我们接触到的无理数有四种类型：(1) 有特定含义的数，如 π 等；(2) 开方开不尽的数，如 $\sqrt{2}$ 等；(3) 具有某种特定结构的数，如 0.303 003 000 300 003…等；(4) 无限不循环，看不出规律的数，如 0.123 507 425…等.

4. 数轴的概念. 数轴是规定了原点、正方向和单位长度的直线. 在数轴上，右边的点所表示的数总比左边的点表示的数大.

5. 实数与数轴上的点的对应关系：实数与数轴上的点一一对应，即任意一个实数都可以用数轴上的一个点来表示，反之，数轴上的任意一个点都表示一个实数.

6. 相反数. 若两个实数 a、b 满足条件 $a+b=0$，那么称 a、b 互为相反数. 显然可知，0 的相反数是它自己.

7. 倒数. 若两个实数 a、b 满足条件 $a \cdot b = 1$，那么称 a、b 互为倒数. 显然可知，0 没有倒数，1 和 -1 的倒数都是它们自己.

8. 绝对值. (1) 一个实数的绝对值就是在数轴上表示这个数的点到原点的距离. (2) 正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零. (3) 任意一个实数的绝对值都是非负数，即 $|a| \geqslant 0$. (4) 绝对值的表示：$|a| = \begin{cases} a & 当 a>0 时 \\ 0 & 当 a=0 时 \\ -a & 当 a<0 时 \end{cases}$ 或 $|a| = \begin{cases} a & 当 a \geqslant 0 时 \\ -a & 当 a<0 时 \end{cases}$ 或 $|a| = \begin{cases} a & 当 a>0 时 \\ -a & 当 a \leqslant 0 时 \end{cases}$.

9. 实数的大小比较. (1) 正数都大于零；(2) 负数都小于零；(3) 正数大于负数；(4) 两个正数中，绝对值大的这个数大；(5) 两个负数中，绝对值大的反而小.

10. 分母有理化.

11. 实数的运算. 在实数范围内，可以进行加、减、乘、除、乘方和开方六种运算. 在运算时要遵循实数的

运算顺序,还要注意负数不能开偶次方.

12. 实数运算时容易发生的错误.(1) 错,如$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$,要注意在进行二次根式的加减法运算中,被开方数之间不能直接相加减,一定要先化简,然后把同类二次根式的系数相加减.(2) 错,如"两个无理数的和、差、积、商一定是无理数",许多学生认为这句话是正确的,其实这个结论是错误的.如$\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$,结果是有理数.(3) 错,如$|3.14-\pi|=3.14-\pi$,没有注意到$3.14<\pi$.(4) 符号错误.如去括号时,括号前面是"-"号,去掉括号后,括号里的项没有变号等.

二、范例导学

例1 把下列各数分别填入相应的括号内:-2.3、π、0、$\frac{\pi}{3}$、$\frac{22}{7}$、$\sqrt{0.16}$、$\sqrt{45}$、$-2\frac{111}{999}$、$5-\sqrt{9}$、$3.121\,212\,12\cdots$、$-0.202\,002\,000\,2\cdots$、$-1^{2006}$、$3\sin45°$、$-\frac{\sqrt{3}}{4}\tan60°$.

有理数{ …}

无理数{ …}

解:有理数$\left\{-2.3、0、\frac{22}{7}、\sqrt{0.16}、-2\frac{111}{999}、5-\sqrt{9}、3.121\,212\,12\cdots、-1^{2006}、-\frac{\sqrt{3}}{4}\tan60°\cdots\right\}$

无理数$\left\{\pi、\frac{\pi}{3}、\sqrt{45}、-0.202\,002\,000\,2\cdots、3\sin45°\cdots\right\}$

指点:① π、$\frac{\pi}{3}$均是无理数;虽然分数$\frac{22}{7}$、$-2\frac{111}{999}$不能化成有限小数,但能化成无限循环小数,所以$\frac{22}{7}$、$-2\frac{111}{999}$是有理数;② 虽然$\sqrt{0.16}$、$5-\sqrt{9}$、$-\frac{\sqrt{3}}{4}\tan60°$含有根号,但化简后的结果是有理数,所以$\sqrt{0.16}$、$5-\sqrt{9}$、$-\frac{\sqrt{3}}{4}\tan60°$是有理数;③ 由于$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$,开不尽方,是无限不循环小数,所以$\sqrt{45}$是无理数;④ 由于$3.121\,212\,12\cdots$的小数点后面是关于1、2的无限循环的小数,所以$3.121\,212\,12\cdots$是有理数;⑤ 由于$-0.202\,002\,000\,2\cdots$的小数点后面的数虽然无限,但不循环,所以$-0.2020020002\cdots$是无理数;⑥ 由于$3\sin45°$化简后得$\frac{3\sqrt{2}}{2}$,所以$3\sin45°$是无理数.要判断一个实数是否是有理数,不能仅看这个数的表面形式,要化简以后再根据有关数的分类的定义来加以确定.

例2 判断题:

(1) 绝对值等于它本身的数只有0和1. ( )

(2) 任何一个实数的相反数和它的绝对值都不可能相等. ( )

(3) 如果两个实数的绝对值相等,那么这两个实数相等. ( )

解:(1) 错;(2) 错;(3) 错.

指点:① 要熟悉相反数、绝对值等实数的有关概念以及三个特殊的数0、1、-1的一些性质.② a不一定表示正数,只有当$a>0$时a才表示正数;$-a$也不一定表示负数,只有当$a>0$时$-a$才表示负数.一般地,当$a\leqslant0$时,a的相反数$-a\geqslant0$,a的绝对值$|a|=-a$.所以当$a\leqslant0$时,它的相反数和它的绝对值相等.③ 两个数互为相反数时,它们的绝对值也相等,所以当$|a|=|b|$时,$a=b$或$a=-b$.

例3 填空:若一个数的相反数的倒数是$\frac{1}{2}$,则这个数是______.

解:因为$\frac{1}{2}$的倒数是2,2的相反数是-2,所以这个数是-2.

指点:① 相反数与倒数是两个极其重要的概念.求一个数的相反数是指用-1乘以原数;求一个数的倒数是指用1除以原数.因此本题也可以用方程思想来求解:设这个数为x,则得方程$-\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$,最后求得$x=-2$.② 本题是采用逆向推理的方法来求解的,这种逆向思维也是一种重要的思维方式.

例 4 填空：(1) 把 2.897 精确到百分位得________，有效数字为________；

(2) 用四舍五入法把 2 399 精确到十位得________，有效数字为________；

(3) 近似数 1.5×10^5 表示精确到________，有效数字为________.

解： (1) 2.90，2、9、0； (2) 2.40×10^3，2、4、0； (3) 万位，1、5.

指点： ① 把 2.897 精确到百分位得 2.90 中的 0 不能舍去，因为 2.9 与 2.90 表示不同的精确度要求，2.90表示不小于 2.895 而小于 2.905 的一个近似数；而 2.9 表示不小于 2.85 而小于 2.95 的一个近似数. ② 有效数字是指一个由四舍五入得到的近似数，从左边第一个不为 0 的数字起，到精确到的这一位数字为止，所有的数字都叫做这个近似数的有效数字. 因此 2.90 的有效数字为 2、9、0 而不是 2、9. ③ 用四舍五入法把 2 399 精确到十位得 2.40×10^3，不能写成 2 400.

例 5 填空：我国发射的气象卫星在进入预定轨道后，若绕地球运行的速度为 7.9×10^3 米/秒，则运行 500 秒所走过的路程用科学记数法表示为________米.

解： $7.9\times10^3\times500=3\,950\times10^3=3.95\times10^6$(米).

指点： 本题是一道有关科学记数法的应用题. 用科学记数法表示一个数就是把这个数写成 $a\times10^n$ 的形式(其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数). 基本方法是：先确定 a，再确定 n. 当原数的绝对值大于 1 时，n 为非负整数，它等于原数的整数部分的位数减去 1；当原数的绝对值小于 1 时，n 为负整数，它等于原数中第一个非零数字前面所有的零的个数(包括小数点前面的那个零). 如 $0.000\,001\,2=1.2\times10^{-6}$. 当原数的绝对值等于 1 时，$n=0$.

例 6 求 7^{101} 的个位上数字.

解： 因为 $7^1=7$，$7^2=49$，$7^3=343$，$7^4=2\,401$，$7^5=16\,807$，…，所以 7^n 的个位上的数字依次按照 7、9、3、1 重复出现.

因为 $101\div4=25$ 余 1，所以 7^{101} 与 7^1 的个位上的数字相同，为 7.

指点： 本题要在理解乘方的意义的基础上通过实验去发现规律，进而解决问题.

例 7 比较大小：

(1) π____3.14； (2) $-\frac{1}{2}$____$-\frac{1}{3}$； (3) $3\sqrt{2}$____$2\sqrt{3}$；

(4) $\sqrt{2}$____$\sqrt[3]{2}$； (5) $6-\sqrt{7}$____$6-\sqrt{3}$； (6) $3-\sqrt{7}$____$4-\sqrt{14}$.

解： (1) $>$； (2) $<$； (3) $>$； (4) $>$； (5) $<$； (6) $>$.

指点： ① $\pi\approx3.141\,592\,6\cdots$，而 3.14 是 π 的近似值，所以 $\pi>3.14$；

② 由于 $-\frac{1}{2}$、$-\frac{1}{3}$ 是两个负数，两个负数作比较，绝对值大的反而小. 因为 $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$，$\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$，$\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$，所以 $-\frac{1}{2}>-\frac{1}{3}$；也可以借助于数轴，即数轴上右边的点表示的数比左边的点表示的数大；

③ 由于 $3\sqrt{2}$、$2\sqrt{3}$ 是两个二次根式，因此可以将它们分别平方后化为有理数来比较. $(3\sqrt{2})^2=18$，$(2\sqrt{3})^2=12$，$18>12$，所以 $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$；

④ 由于 $\sqrt{2}$、$\sqrt[3]{2}$ 不是同次根式，因此可以将它们都化成同次根式后再比较. $\sqrt{2}=\sqrt[6]{8}$，$\sqrt[3]{2}=\sqrt[6]{4}$，因为 $\sqrt[6]{8}>\sqrt[6]{4}$，所以 $\sqrt{2}>\sqrt[3]{2}$；

⑤ 由于 $6-\sqrt{7}$ 和 $6-\sqrt{3}$ 的有理数部分相同，因此可以先计算这两个数的差，再根据差的符号来确定两个数的大小. $6-\sqrt{7}-(6-\sqrt{3})=\sqrt{3}-\sqrt{7}<0$，所以 $6-\sqrt{7}<6-\sqrt{3}$；

⑥ 由于 $3-\sqrt{7}=\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}$，$4-\sqrt{14}=\dfrac{2}{4+\sqrt{14}}$，因此可以采用分子有理化的方法比较后得出 $3-\sqrt{7}>4-\sqrt{14}$.

例 8 平方是它本身的数是________，立方是它本身的数是________.

解： 设平方是它本身的数是 x，则得 $x^2=x$，解之得 $x=1$ 或 0.

设立方是它本身的数是 y，则得 $y^3=y$，解之得 $y=0$ 或 1 或 -1.

指点：中学数学教学内容蕴藏着丰富的数学思想和数学方法，仅靠单纯的记忆和模仿是不够的.因此我们要在理解的基础上发展我们的思维能力，从而达到在减轻我们的学习负担的同时，又提高学习质量.而方程思想就是其中极其重要的一种.

例9 已知a和b互为相反数，且$3b^2-4a-3=3a(b+1)$，求a和b各等于多少？

解：因为a和b互为相反数，

所以$a=-b$.

因为$3b^2+4b-3=-3b(b+1)$，

所以$6b^2+7b-3=0$，

解之得$b=\frac{1}{3}$或$-\frac{3}{2}$.

所以当$b=\frac{1}{3}$时，$a=-\frac{1}{3}$；当$b=-\frac{3}{2}$时，$a=\frac{3}{2}$.

指点：若两个实数a、b满足条件$a+b=0$，那么称a、b互为相反数.利用相反数的意义，可以将此二元方程转化为一元方程.

例10 将$0.\dot{4}\dot{7}$化成分数.

解：设$0.\dot{4}\dot{7}=x$，

则$100x=47.\dot{4}\dot{7}$.

因为$47.\dot{4}\dot{7}=47+0.\dot{4}\dot{7}$，

所以$100x=47+x$，

解得$x=\frac{47}{99}$.

所以$0.\dot{4}\dot{7}=\frac{47}{99}$.

指点：根据无限循环小数的意义，结合方程思想，可以较好地解决无限循环小数与分数的互化问题.同样地利用上述方法可以解决形如$0.\dot{4}0\dot{7}$、$0.\dot{1}4\dot{7}$等一系列无限循环小数与分数的互化问题.

例11 计算：

(1) $3.25\times1.28\times0.25\div\left(1\frac{7}{25}\times\frac{13}{16}\right)$；

(2) $\left(\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}+2.25\right)\times24$；

(3) $99\frac{12}{73}\times73$；

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2^{-1}\times\left(\frac{2}{3}-\left|\frac{2}{3}-4\right|\right)$；

(5) $0.2\times\frac{5}{3}+(-3)^2+(-6.5)\times\frac{4}{13}-\frac{1}{3}+(-4)^3\times\left(-\frac{1}{4}\right)^2\div[(-2)^0-3]$；

(6) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\sin60^\circ+(-2\sqrt{5})^0-\frac{\sqrt{12}}{4}$.

解：(1) 原式$=\frac{13}{4}\times\frac{32}{25}\times\frac{1}{4}\times\frac{25}{32}\times\frac{16}{13}$

$=1$；

(2) 原式$=\frac{3}{8}\times24-\frac{11}{6}\times24+\frac{9}{4}\times24$

$=9-44+54$

$=19$；

(3) 原式$=\left(100-\frac{61}{73}\right)\times 73$

$=7\,300-61$

$=7\,239$;

(4) 原式$=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}-\frac{10}{3}\right)$

$=\frac{1}{4}-\frac{4}{3}$

$=-\frac{13}{12}$;

(5) 原式$=\frac{1}{5}\times\frac{5}{3}+9-\frac{13}{2}\times\frac{4}{13}-\frac{1}{3}+64\times\frac{1}{16}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{3}+9-2-\frac{1}{3}+2$

$=9$;

(6) 原式$=\sqrt{3}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2$.

指点:① 有理数的混合运算要注意运算顺序;② 要根据具体情况合理选用运算法则,以达到简化运算的目的;③ 要熟练地掌握加、减、乘、除、乘方和开方的基本运算法则;④ 在进行有理数的混合运算时,如果算式中既有分数又有小数,可以将其转化为同一类数后再进行运算,至于选择转化为哪一类数进行运算,应视具体情况并以计算方便为原则来确定. ⑤ 注意$(-3)^2$与-3^2的区别;⑥ 要注意运算符号是否正确.

例 12 已知实数a、b在数轴上的位置如图 1-1 所示,化简$|a-b|-|-2a|-|a+b|$.

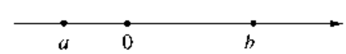


图 1-1

解:因为$a<b$,

所以$a-b<0$.

因为$a<0$,

所以$-2a>0$.

因为$a<0$, $|a|<|b|$, $b>0$,

所以$a+b>0$.

所以$|a-b|-|-2a|-|a+b|=-(a-b)-(-2a)-(a+b)=0$.

指点:数轴上的点和实数之间具有一一对应的关系,借助于数轴,可以得到的信息是:$a<b$, $a<0$, $b>0$, $|a|<|b|$,这也是数形结合的一种体现形式.

例 13 化简$|x+2|+|x-1|$.

解:① 当$x<-2$时,$x+2<0$, $x-1<0$,

原式$=-(x+2)-(x-1)=-2x-1$;

② 当$-2\leqslant x<1$时,$x+2>0$, $x-1<0$,

原式$=x+2-(x-1)=3$;

③ 当$x\geqslant 1$时,$x+2>0$, $x-1>0$,

原式$=x+2+x-1=2x+1$.

指点:对这类代数式的化简,应该根据绝对值符号内式子的正负情况来去掉绝对值符号,而去掉绝对值符号的关键是确定出分点,划分出字母的不同取值范围. 凡能使绝对值符号里的式子的值为 0 的字母取值都是分点. 把分点标在数轴上,数轴被分成的各部分就是讨论的范围.

例 14 求证:四个连续整数的积再加上 1 所得的和是一个整数的平方.

证明:设 4 个连续的整数为$x-1$, x, $x+1$, $x+2$.

则 $(x-1)x(x+1)(x+2)+1$

$=(x^2+x)(x^2+x-2)+1$

$=(x^2+x)^2-2(x^2+x)+1$

$=(x^2+x-1)^2.$

因为 x 是整数，所以 x^2+x-1 是整数.

所以，$(x-1)x(x+1)(x+2)+1$ 是一个整数的平方，即四个连续整数的积再加上 1 所得的和是一个整数的平方.

指点：本题需要把“两个连续整数之间相差 1”和因式分解的知识糅合起来进行解题.

例 15 已知 $|x|=21$，$|y|=18$，且 $|x-y|=y-x$. 求 $x+y$ 的值.

解：因为 $|x|=21$，所以 $x=\pm 21$.

因为 $|y|=18$，所以 $y=\pm 18$.

因为 $|x-y|=y-x$，所以 $x\leqslant y$.

所以，当 $y=18$ 时，$x=-21$，$x+y=-3$；

当 $y=-18$ 时，$x=-21$，$x+y=-39$.

指点：绝对值为正数的数有两个，是一对相反数；绝对值是它的相反数的数是非正数.

第二章　一次方程(组)、不等式(组)及其应用

一、复习综述

一次方程(组)和不等式(组)的解法是解决数学问题的基础，熟练地解方程(不等式)和巧妙地列方程(不等式)解决实际问题都是初中阶段的重点. 因此加强一次方程(组)和不等式(组)解法的训练是十分有必要的. 列方程解应用题本来就是初中阶段的难点，因此熟练地掌握这一部分的内容显得尤为重要. 具体问题见后面的例题分析.

复习内容如下：

1. 方程、方程的解、解方程和一元一次方程等概念. 移项法则和解一元一次方程的一般步骤.
2. 二元一次方程和它的解集、方程组和它的解的概念. 用代入法、加减法解二元一次方程组.
3. 用消元法解简单的三元一次方程组.
4. 列方程(组)解应用题.
5. 不等式的性质，不等式(组)的解和解集的意义，不等式(组)解集在数轴上的表示法.
6. 解一元一次不等式及一元一次不等式组，并把它们的解集在数轴上表示出来.
7. 一元一次不等式(组)的特殊解(如正整数解).

(一) 一元一次方程

1. 概念：只含有一个未知数，并且未知数的次数是一次的方程，叫做一元一次方程.
2. 标准形式：$ax = b$ $(a \neq 0)$.
3. 一元一次方程的解法：① 去分母；② 去括号；③ 移项；④ 合并同类项；⑤ 化系数为 1.

(二) 二元一次方程(组)

1. 二元一次方程：含有两个未知数，并且含有未知数的项都是一次的方程，叫做二元一次方程.
2. 二元一次方程组：两个二元一次方程合成一组就叫做二元一次方程组.
3. 二元一次方程组的解法：

基本思想：消元；

基本方法：代入消元法和加减消元法.

$$\boxed{\text{二元一次方程组}} \xrightarrow[\text{(代入法或加减法)}]{\text{消　元}} \boxed{\text{一元一次方程}}$$

4. 由于二元一次方程的几何意义是一条直线，因此一个二元一次方程有无数组解，两个方程结合的二元一次方程组解的情况要看它们表示的两条直线的位置关系，相交时只有一组解，平行时无解，重叠时有无数组解.

（三）三元一次方程组

1. 定义：含有三个未知数，并且含有未知数的项的次数都是一次的方程组，叫做三元一次方程组.

2. 解法：

$$\boxed{\text{三元一次方程组}} \xrightarrow{\text{消元}} \boxed{\text{二元一次方程组}} \xrightarrow{\text{消元}} \boxed{\text{一元一次方程}}$$

（四）不等式的基本概念

1. 不等式：表示不相等关系的式子叫做不等式.

2. 不等号：表示不相等关系的符号叫做不等号.

常见的不等号有“≠”；“>”；“<”；“≥”；“≤”.

3. 不等式的解：在一个含有未知数的不等式中，能使不等式成立的未知数的值，叫做这个不等式的解，能使不等式成立的未知数的每个值，就是不等式的一个解.

4. 不等式的解集：一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解的集合，叫做这个不等式的解集.

5. 解不等式：求得不等式解集的过程叫做解不等式.

（五）不等式的基本性质

1. 不等式的两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，不等号的方向不变.

2. 不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数（式），不等号的方向不变.

3. 不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数（式），不等号的方向改变.

（六）一元一次不等式

1. 概念：只含有一个未知数，未知数的次数为 1，并且系数不为零的不等式叫做一元一次不等式.

2. 一元一次不等式的解法：

① 去分母；② 去括号；③ 移项；④ 合并同类项；⑤ 化系数为 1.

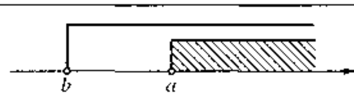
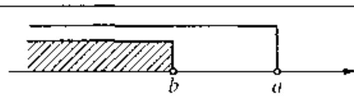
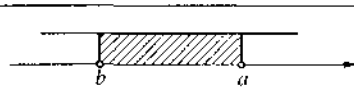
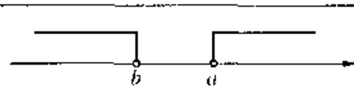
（七）一元一次不等式组

1. 一元一次不等式组：由几个一元一次不等式组成的不等式组叫做一元一次不等式组.

2. 不等式组的解集：几个不等式的解集的公共部分叫做不等式组的解集.

3. 解不等式组：求不等式组的解集的过程叫做解不等式组.

4. 一元一次不等式组的四种基本类型的解集：

类型（$a>b$）	图示	解集	口诀
$x>a$ $x>b$		$x>a$	大大取大
$x<a$ $x<b$		$x<b$	小小取小
$x<a$ $x>b$		$b<x<a$	大小小大取中间
$x>a$ $x<b$		无解	大大小小无解

5. 一元一次不等式组的解法：

第一步：求分解——分别解每个不等式，求出它们的解集；

第二步：画公解——将每个不等式的解集画在同一个数轴上，并确定它们的公共部分；

第三步：写组解——将各解集的公共部分用不等式表示出来，就是原不等式组的解集.

二、范例导学

(一) 一次方程(组)及其解法

例1 解方程：$\frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{6}=\frac{2x+1}{4}-1$.

分析：本例中分母3,6,4的最小公倍数是12,对该方程两边同乘以12,就可以去掉分母,在去分母中,各项必须均乘以这个最小公倍数,对任何一项都不能漏乘,比如方程右边的－1,尽管并不含有分母,但也必须乘以最小公倍数12,否则就违反了等式的性质2,对方程的变形不再表明的是一个相等的关系.

解：去分母得：

$$\overset{4}{\cancel{12}}\times\frac{2x-1}{\cancel{3}}-\overset{2}{\cancel{12}}\times\frac{10x+1}{\cancel{6}}=\overset{3}{\cancel{12}}\times\frac{2x+1}{\cancel{4}}-1\times 12$$

$$4(2x-1)-2(10x+1)=3(2x+1)-12$$

去括号得：

$$8x-4-20x-2=6x+3-12,$$

移项得： $8x-20x-6x=3-12+4+2,$

合并同类项得： $-18x=-3,$

同除以系数－18得： $x=\frac{1}{6}.$

指点：① 方程去分母时,两边同乘以12,不能漏乘任何一项.

② 去分母化简过程中,当分母被去掉之后,每个分子表达式都相应地加上了括号.

例2 解方程：$\frac{x}{0.7}-\frac{0.17-0.2x}{0.03}=1$.

分析：原来所解的带分母的方程中均为整系数,而本题中已出现了小数,要把它向我们前面所学内容转化就必须整理这个方程,把各项均化为整数形式,考虑小学时所学分数的性质：分子,分母同乘以一个不为0的数,分数的大小不变,如 $\frac{5}{3}=\frac{10}{6}=\frac{100}{60}=\cdots$ 有了这一条作为保证,我们就可以相应把本例每一项均化为全是整数的形式,而并未改变该项的值,所以也不会违背等式的性质. 对 $\frac{x}{0.7}$ 分子分母同乘以10就有 $\frac{x\times 10}{0.7\times 10}=\frac{10x}{7}$,对 $\frac{0.17-0.2x}{0.03}$ 分子分母需同乘以100,才有 $\frac{(0.17-0.2x)\times 100}{0.03\times 100}=\frac{17-20x}{3}$,可以看出,对不同的项,必须考虑适当的数才行,这一点与去分母时不同,要特别注意.

解：整理得：

$$\frac{x\times 10}{0.7\times 10}-\frac{(0.17-0.2x)\times 100}{0.03\times 100}=1$$

$$\frac{10x}{7}-\frac{17-20x}{3}=1$$

(这个方程就是前面所讲过的带分母的整系数方程,从而容易求解.)

去分母得： $30x-7(17-20x)=21,$

去括号得： $30x-119+140x=21,$

移项得： $30x+140x=21+119,$

合并同类项得： $170x=140,$

同除以未知数的系数170得： $x=\frac{14}{17}.$

指点：本题在对方程进行整理时易与去分母混淆，这一点必须注意，整理方程与去分母的依据不同，其做法也必然不同，大家要领会它们的本质，即可区分开.

例 3 解下列方程，并比较所采用方法的不同.

(1) $65\%(y-1)=37\%(y+1)+0.1$；

(2) $\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{2}(x-1)\right]=\frac{2}{3}(x-1)$.

分析：这两个方程均带有括号和分母，但分母出现的位置不同，因此我们可以用其他方法，当然，若先一步一步地去掉所有的分母之后再进行求解也是正确的，然而对第(2)小题如先去括号，再去分母，这样做也许更好一些，但因人而异，大家以各自的迅速准确为前提，考虑采用适用自己的解题方法.

解：(1) 去百分号得：$65(y-1)=37(y+1)+10$，

去括号得：$65y-65=37y+37+10$，

移项得：$65y-37y=37+10+65$，

合并同类项得：$28y=112$，

系数化为 1 得：$y=4$.

(2) 方法一：

去括号得：$\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}(x-1)=\frac{2}{3}(x-1)$，

去分母得：$6x-3(x-1)=8(x-1)$，

去括号得：$6x-3x+3=8x-8$，

移项得：$6x-3x-8x=-8-3$，

合并同类项得：$-5x=-11$，

系数化为 1 得：$x=\frac{11}{5}$.

方法二：

去分母得：$3\left[x-\frac{1}{2}(x-1)\right]=4(x-1)$，

去括号得：$3x-\frac{3}{2}(x-1)=4(x-1)$，

去分母得：$6x-3(x-1)=8(x-1)$，

去括号得：$6x-3x+3=8x-8$，

移项得：$6x-3x-8x=-8-3$，

合并同类项得：$-5x=-11$，

系数化为 1 得：$x=\frac{11}{5}$.

指点：对例 3 的两个方程可采用不同的方法，就是因为具体形式有所不同，比如对(2) 先去括号，再去分母，解决它并不觉得麻烦，因为它在括号内外均含有分母，而对(1) 如模仿(2)的方法就等于再走弯路，所以同学们对不同的问题一定要区别对待，采用不同的方法.

例 4 解关于 x 的方程：$\frac{b-x}{a}=\frac{x-a}{b}$ $(a\neq0,\ b\neq0,\ a+b\neq0)$.

解：去分母得：$b(b-x)=a(x-a)$，

$b^2-bx=ax-a^2$.

移项，合并同类项，得：$(a+b)x=a^2+b^2$，

$\because a+b\neq0$.

系数化 1，得：$x=\frac{a^2+b^2}{a+b}$.

指点：解字母方程，即把 a、b 看成已知数，解关于 x 的方程即可.

例 5 解方程组 $\begin{cases}3x+2y+10=0 & ①\\ 2x-5y+32=0 & ②\end{cases}$

解：由①得 $y=\dfrac{-3x-10}{2}$ ③

把③代入②得：

$$2x-5\times\frac{-3x-10}{2}+32=0,$$

$$4x+15x+50+64=0,$$

$$x=-6,$$

把 $x=-6$ 代入③得： $y=4.$

∴ 方程组的解为 $\begin{cases}x=-6\\ y=4\end{cases}$.

指点：像这样通过变形成用含一种未知数的代数式表示另一种未知数，再代入另一个方程达到消去一个未知数的这种常用的方法，叫代入消元法，简称代入法，一般步骤是：

① 从方程组中选出一个系数比较简单的方程，把这个方程变形为用含一个未知数（如 x）表示另一个未知数（如 y）的代数式，写成 $y=ax+b$ 的形式.

② 把形如 $y=ax+b$ 的方程代入另一个方程，得到一个关于 x 的一元一次方程，求出 x 的值.

③ 把求得的 x 的值代入形如 $y=ax+b$ 的方程中，求出 y 的值.

④ 写出方程组的解.

例 6 解方程组 $\begin{cases}\dfrac{2x+y}{2}=\dfrac{5x-3y}{4}\\ \dfrac{15}{100}\cdot x+\dfrac{25}{100}\cdot y=8\end{cases}$.

解：整理后得：

$$\begin{cases}x-5y=0 & ①\\ 3x+5y=160 & ②\end{cases}$$

①+②得：

$$4x=160,$$

$$x=40.$$

把 $x=40$ 代入①得：

$$40-5y=0,$$

$$y=8.$$

∴ 方程组的解是 $\begin{cases}x=40\\ y=8\end{cases}$.

指点：遇到比较复杂的方程组时，可以先化简这个方程组，再选用代入消元法成加减消元法求解.

用加减消元法解二元一次方程组的一般步骤是：

① 在标准形的二元一次方程组中，(i) 两个方程中相同的未知数的系数相同，或互为相反数时，就可以把两个方程相减或相加，而达到消去一个未知数的目的，得到一个一元一次方程.

(ii) 两个方程中相同未知数的系数既不相同，也不相反时，可根据等式的性质 2，选择适当的数去乘方程的两边，使之转化为(i)所述的情形，再按(i)的步骤进行.

② 通过一元一次方程先求出一个未知数的值.

③ 把求出的一个未知数的值，代入原方程组中的任意一个方程，就可以求出另一个未知数的值.

④ 写出方程组的解.